<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高三數學平時測驗　　日期：98.08.00</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">Book4
信賴區間</td><td>班級</td><td>三年　　班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、單選題 （6 題 每題 10 分 ）

(　　) 1. 若某校 1000 位學生的數學段考成績平均分數是 65.24 分，樣本標準差是 5.24 分，而且已知成績分布呈現常態分配．試問全校約有多少人數學成績低於 60 分？　（註：常態分配中，數據落在平均數的一個、二個、三個標準差範圍內之比例分別爲 68%、95%、99.7%）

(1)約 80 人　(2)約 160 人　(3)約 240 人　(4)約 320 人　(5)約 400 人．

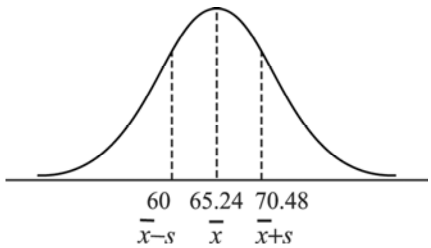
答案　2

解析

平均數 $\overline{x}=65.24$， 標準差 $s=5.24$

$\left[\overline{x}-s,\overline{x}+s\right]=\left[60,70.48\right]$ 之間約佔 68%

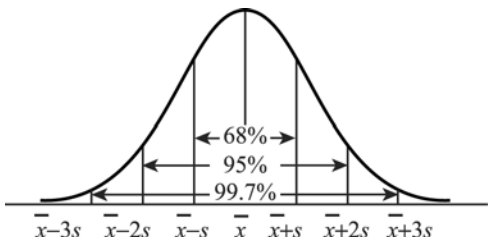
$1000\times 68\%=680$（人）且常態分配爲對稱圖形



$\therefore \dfrac{1000-680}{2}=160$（人）

故約有 160 人低於 60 分．

(　　) 2. 某校二年級學生有 2000 人，第二次月考的數學成績符合常態分配，若成績的平均數爲 51 分，變異數爲 9 分，則請問及格人數約多少人？　(1)500　(2)6　(3)3　(4)640　(5)320　人．（請參考下圖數據回答）



答案　3

解析　平均數 $\overline{x}=51$ 分，變異數 $s^2=9$ $\Rightarrow$ 標準差 $s=3$

$\left(\overline{x}-3s,\overline{x}+3s\right)$ 之間約佔 99.7%

及格表 $\overline{x}+3s$ 以上佔 0.15%，$\therefore$ 及格人數有 $2000\times 0.15\%=3$（人）．

(　　) 3. 若某校 1000 位學生期末考數學成績的平均數是 50 分，標準差是 10 分，且成績呈常態分配，則成績介於 40~70 分的約有幾人？

(1)約 680 人　(2)約 750 人　(3)約 815 人　(4)約 950 人　(5)約 997 人．）

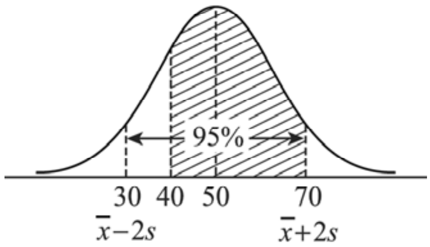
答案　3

解析

$\frac{1}{2}(95\%-68\%)=13.5\%$

$\therefore$ 40~70 分之間約有

$1000\times(95\%-13.5\%)=815$（人）



(　　) 4. 根據一項民意調查，發現有 60% 的人贊成賭博合法化，在 95%的信心水準下信賴區間爲 $[0.56, 0.64]$，則抽樣的樣本數 n　(1)100 人　(2)300 人　(3)600 人　(4)2400 人　(5)3000 人．

答案　3

解析　設此次調查抽樣 n 人，信賴區間 $[0.56, 0.64]$ 可表爲 $0.6\pm2\times0.02$

故 $\pm2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=\pm2\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{n}}=\pm0.04\ \Rightarrow\ \frac{0.6\times0.4}{n}=(0.02)^2$，$n=\frac{0.6\times0.4}{0.02\times0.02}=600$（人）.

(　　) 5. <u>臺灣</u>之光<u>王建民</u>在<u>美國</u>大聯盟的職棒比賽表現優異頻頻獲勝．一項電訪發現有 70%的人認爲<u>王建民</u>必可穩登勝投王，在 95%的信心水準下，信賴區間爲 $[0.68, 0.72]$，則訪問的樣本數最接近　(1)2100 人　(2)3000 人　(3)3500 人　(4)400 人　(5)10000 人．

答案　1

解析　設此次調查抽樣 n 人，信賴區間 $[0.68, 0.72]$ 可表爲 $0.7\pm2\times0.01$

故 $\pm2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=\pm2\sqrt{\frac{0.7\times0.3}{n}}=\pm0.02\ \Rightarrow\ \frac{0.7\times0.3}{n}=(0.01)^2$，$n=\frac{0.7\times0.3}{0.01\times0.01}=2100$（人）.

(　　) 6. <u>臺北市</u>計程車費率漲價幅度頗高，消基會爲此進行簡單隨機電話抽樣訪問<u>臺北市</u>民以測知民眾反對此事的比例，先試查 200 個樣本，發覺反對漲價的有 120 人,在 95%的信心水準下最大誤差爲 2 個百分點，則所需訪問人數最接近．

(1)1000 人　(2)2000 人　(3)2400 人　(4)5000 人　(5)10000 人．

答案　3

解析　設此次調查抽樣 n 人，$\hat{p}=\frac{120}{200}=0.6$

$$\pm2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=\pm2\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{n}}=\pm0.02\Rightarrow\frac{0.6\times0.4}{n}=(0.01)^2\Rightarrow\ n=\frac{0.6\times0.4}{0.01\times0.01}=2400$$（人）.

二、複選題　(7 題 每題 5 分)

(　　) 1. 國際油價不斷向上攀升，屢創新高，帶動民生物資連連看漲．消基會做了一項民意調查，

成功訪問了 1100 位民眾，其中有 605 位認爲已影響了生活．在 95%的信心水準下下列選項何者爲真？ (1)影響比例爲 0.61　(2)影響比例爲 0.55　(3)正負誤差爲 2 個百分點　(4)正負誤差爲 3 個百分點　(5)信賴區間爲$\left[0.52, 0.58\right]$．

答案　245

解析　影響比例 $\hat{p}=\dfrac{605}{1100}=0.55$

在 95%的信心水準下誤差範圍爲$\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=\pm 2\sqrt{\dfrac{0.55\times 0.45}{1100}}=\pm 2\times 0.015=\pm 0.03$，

表示抽樣誤差爲正負 3 個百分點，信賴區間爲$0.55\pm 0.03=\left[0.52, 0.58\right]$．

(　　) 2. <u>教育部</u>擬將第二外國語列入高中選修課程，班聯會以問卷調查學生的支持度．隨機抽取 400 人，其中贊成者有 320 人，在 95%的信心水準下，下列選項何者爲真？

(1)贊成比例爲 80%　(2)正負誤差爲 3 個百分點　(3)正負誤差爲 4 個百分點

(4)信賴區間爲$\left[0.77, 0.83\right]$　(5)信賴區間爲$\left[0.76, 0.84\right]$．

答案　135

解析　(1)贊成比例 $\hat{p}=\dfrac{320}{400}=0.8=80\%$

(2)在 95%的信心水準下誤差範圍爲$\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}$

$=\pm 2\sqrt{\dfrac{0.8\times 0.2}{400}}=\pm 2\times 0.02=\pm 0.04$，抽樣誤差爲正負 4 個百分點

(3)信賴區間爲$0.8\pm 0.04=\left[0.76, 0.84\right]$．

(　　) 3. 詐騙集團詐騙手法不斷翻新，民眾在貪小便宜的心理下也頻頻受騙．針對<u>臺灣</u>地區的詐騙電話做調查後發現，約有 73%的人曾接過詐騙電話．在 95%的信心水準下，正負誤差爲 3 個百分點，下列各選項何者爲真？

(1)此次調查 900 人

(2)此次調查 876 人

(3)樣本中約有 657 人曾接過詐騙電話

(4)信賴區間爲$\left[70\%, 76\%\right]$

(5)以上皆非．

答案　24

解析　設此次調查共有 n 人

(1) $\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=\pm 2\sqrt{\dfrac{0.73\times 0.27}{n}}=\pm 0.03 \Rightarrow \dfrac{0.73\times 0.27}{n}=\left(0.015\right)^2$

$$\Rightarrow \quad n=\frac{0.73\times 0.27}{0.015\times 0.015}=876$$（人）

(2) $876\times 73\% = 639.48$ ，　約有 639 人曾接過詐騙電話

(3)信賴區間爲 $0.73\pm 0.03 \quad =[0.70,0.76]=[70\%,76\%]$

(　　) 4. 高鐵通車後，縮短了南北的距離．高鐵公司爲了解乘客搭乘的滿意度，於各車廂放置意見箱，有效回收 1060 份意見表，其中 424 份覺得非常滿意，在 95%的信心水準下，下列選項何者爲真？

(1)非常滿意的比例爲 40%

(2)正負誤差爲 4 個百分點

(3)正負誤差爲 3 個百分點

(4)信賴區間爲 $[0.37,0.43]$

(5)信賴區間爲 $[0.43,0.46]$ ．

答案　134

解析　(1)滿意的比例爲 $\hat{p}=\frac{424}{1060}=0.4=40\%$ ．

(2)誤差範圍 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=\pm 2\sqrt{\frac{0.4\times 0.6}{1060}}\fallingdotseq \pm 0.03$ ，　表示抽樣誤差爲 3 個百分點．

(3)信賴區間爲 $0.4\pm 0.03=[0.37,0.43]$ ．

(　　) 5. 某校有學生 800 位，數學段考成績呈現常態分布，平均 65 分，標準差 5 分．下列各選項何者爲真？(1)不及格的學生約有 128 人

(2)成績超過 75 分的學生約有 20 人

(3)某生成績 70 分，在全校大約排第 128 名

(4)某生成績 80 分應爲前 3 名

(5)60 分至 70 分之間共有 544 人．

答案　12345

解析

(1)○：60 分至 70 分之間約佔 68%，60 分以下佔16%

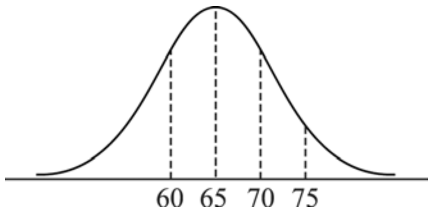
$\therefore$不及格約有 800 人$\times 16\% = 128$（人）.

(2)○：75 分位於$\overline{x}+2s$，75 分以上約佔2.5%

$\therefore 800 \times 2.5\% = 20$（人）.

(3)○：70 分以上與 60 分以下人數相同

$\therefore$70 分排名第 128 名 .



(4)○：80 分位於$\overline{x}+3s$，80 分以上約佔 0.15%，

$\therefore 800 \times 0.15\% \fallingdotseq 1.2$（人）表示 80 分爲前 3 名

(5)○：$800 \times 0.68 = 544$（人）.

三、填充題 (每格 5 分)

1. 某校高二學生 800 位，第二次段考數學成績呈常態分布，已知平均成績爲 70 分，標準差爲 5 分，請概估(1)此次段考不及格的學生約有____________人 .

(2)小謙考了 75 分，大約排第____________名 .

答案 (1)20;(2)128

解析 (1)平均數$\overline{x}=70$，標準差$s=5$

不及格表$\overline{x}-2s$以下，約佔2.5%，$\therefore$不及格人數約有$800 \times 2.5\% = 20$（人）.

(2)75 分表$\overline{x}+s$以上，約佔16%，$\therefore 800 \times 16\% = 128$（人），故考 75 分大約排第 128 名 .

2. 新生入學 1000 人作 IQ 測驗，若成績呈現常態分布，平均分數是 100 分，標準差 15 分，則

(1)IQ 成績在 85 分以下的約有____________人 .

(2)IQ 成績在 85 分~115 分之間的約有____________人 .

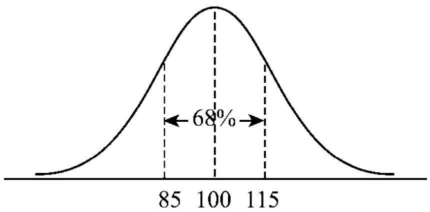
(3)IQ 成績在 130 分以上的約有____________人 .

答案 (1)160;(2)680;(3)25

解析 (1)85 分位於$\overline{x}-s$，85 分以下，約佔16%，$\therefore$約有1000 人$\times 16\% = 160$（人）.

(2)85 分~115 分即$\left[\overline{x}-s, \overline{x}+s\right]$之間，約佔68%，約有 1000 人$\times 68\% = 680$（人）.

(3)130 分以上，約佔2.5%，共有 1000 人$\times 2.5\% = 25$（人）.



3. 臺灣有意自美國引入愛國者飛彈，該型飛彈素以攔截地對地飛彈著名，今在一次實彈演習中，40 顆愛國者型飛彈成功攔截了 28 顆的地對地飛彈，試問

(1)成功攔截機率的估計值爲____________ .

(2)成功攔截機率 95% 的信賴區間爲____________.

答案 (1)0.7;(2)$\left[0.555, 0.845\right]$

解析 (1) $\hat{p}=\frac{28}{40}=0.7$.

(2) 95% 的信賴區間爲 $\hat{p}\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0.7\pm 2\sqrt{\frac{0.7\times 0.3}{40}}=0.7\pm 0.145=\left[0.555, 0.845\right]$.

4. 班聯會爲了解全校學生對於「是否贊成取消髮禁」的看法隨機抽取 400 位同學以問卷調查全校學生，其中贊成取消髮禁之問卷數爲 320 張，試求

(1)贊成比例爲____________.

(2)在 95% 的信心水準下，這次調查的正負誤差爲____________.

(3) 95% 的信賴區間爲____________.

答案 (1)0.8; (2)4 個百分點; (3)$\left[0.76, 0.84\right]$

解析 (1)贊成比例 $\hat{p}=\frac{320}{400}=0.8$.

(2) 95% 的信心水準下誤差範圍爲 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}$

$=\pm 2\sqrt{\frac{0.8\times\left(1-0.8\right)}{400}}=\pm 2\times 0.02=\pm 0.04$，正負誤差爲 4 個百分點 .

(3) 95% 的信賴區間爲 $\hat{p}\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0.8\pm 0.04=\left[0.76, 0.84\right]$.

5. 某民調公司爲了解一般民眾對於「是否將中華民國年號改成西元年號」於晚間七時至九時利用電訪，有效訪問 900 位臺灣地區 20 歲以上民眾，其中不贊成的民眾有 576 人，試求

(1)受訪者中不贊成改民國年號的比例爲____________.

(2)在 95% 的信心水準下，此次抽樣的正負誤差爲____________.

(3) 95% 的信賴區間爲____________.

答案 (1)0.64;(2)3.2 個百分點;(3)$\left[0.608, 0.672\right]$

解析 (1)不贊成的比例爲 $\hat{p}=\frac{576}{900}=0.64$.

(2)在 95%的信心水準下，誤差範圍爲 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}$

$=\pm 2\sqrt{\frac{0.64\times\left(1-0.64\right)}{900}}=\pm 2\times 0.016=\pm 0.032$，正負誤差爲 3.2 個百分點 .

(3)95%的信賴區間為 $\hat{p}\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0.64\pm 0.032=\left[0.608,0.672\right]$.

6. 為了解是否贊成國民義務教育由九年延長至十二年，市場調查人員進行隨機電話抽樣訪問，在 95% 的信心水準下，贊成比例的信賴區間為$\left[0.67,0.73\right]$，試求

(1)此次抽查的樣本約為____________人 .

(2)樣本中贊成的約有____________人 .

答案　(1)933;(2)653

解析　(1)設抽查的樣本約為 n 人，　信賴區間為$\left[0.67,0.73\right]$可表為 0.7 ± 0.03

得 $\hat{p}=0.7$，正負誤差 3 個百分點故 $\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=\pm 2\sqrt{\dfrac{0.7\times 0.3}{n}}=\pm 0.03$

$\Rightarrow\ \dfrac{0.7\times 0.3}{n}=\left(0.015\right)^2\ \Rightarrow\ n=\dfrac{0.7\times 0.3}{0.015\times 0.015}=933$（人）.

(2)贊成約有 933 人$\times 0.7=653$（人）.

7. 市場調查人員針對臺灣地區的詐騙電話做調查後發現：「有 95%的信心認為約有 72%到 78%的人曾接過詐騙電話」，試求

(1)此次調查抽樣約____________人 .　(2)此樣本中曾接過詐騙電話的約有____________人 .

答案　(1)833;(2)625

解析　(1)設此次調查抽樣 n 人

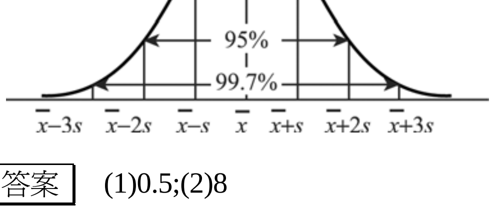
∵72%到 78%的機率可表為 $75\%\pm 3\%$，　∴ $\hat{p}$ =75%的人曾接過詐騙電話，

正負誤差 3 個百分點 . 故 $\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=\pm 2\sqrt{\dfrac{0.75\times\left(1-0.75\right)}{n}}=\pm 0.03$

$\Rightarrow\ \dfrac{0.75\times 0.25}{n}=\left(0.015\right)^2\ \Rightarrow\ n=\dfrac{0.75\times 0.25}{0.015\times 0.015}=833$（人）.

(2)曾接過詐騙電話的約有 833 人$\times 75\%=625$（人）.

8. 有一筆資料已知 $\sum_{i=1}^{60}x_i=210$，$\sum_{i=1}^{60}{x_i}^2=749.75$，則此筆資料之樣本標準差 s =____________，若此資料為常態分布，則介於 $\overline{x}-2s\sim\overline{x}-s$ 之間約有____________人 .（此格請填整數，即為小數點後四捨五入）



答案　(1)0.5;(2)8

解析 (1) $\bar{x}=\dfrac{210}{60}=\dfrac{7}{2}$

$$s=\sqrt{\frac{\sum x_i^{\,2}-n\bar{x}^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{749.75-60\times\left(\frac{7}{2}\right)^2}{59}}=0.5\ .$$

(2) $\bar{x}$ 至 $\bar{x}-2s$ 約有 $60\times\dfrac{95}{100}\times\dfrac{1}{2}=28.5$ 人

$\bar{x}$ 至 $\bar{x}-s$ 約有 $60\times\dfrac{68}{100}\times\dfrac{1}{2}=20.4$ 人

$\therefore$介於 $\bar{x}-2s\sim\bar{x}-s$ 之間約有 8 人．

9. 一組資料有 40 筆，總和爲 1000，平方和爲 28900，請問：

(1)此組資料的平均數爲___________，標準差爲____________．

(2)有人算出 40 筆資料中有 20 筆落在區間$[5,45]$內，請問此組資料是否接近常態分布？

答案 (1)25，10;(2)否

解析

(1) $\bar{x}=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{40}x_i=\dfrac{1000}{40}=25$

標準差 $s=\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\left(\displaystyle\sum_{i=1}^{40}x_i^{\,2}-n\bar{x}^2\right)}=\sqrt{\dfrac{1}{39}\left(28900-40\times25^2\right)}=\sqrt{\dfrac{1}{39}\times3900}=\sqrt{100}=10$ ．

(2)若此資料接近常態分布

則落在$\left[\bar{x}-2s,\bar{x}+2s\right]=[5,45]$內的約佔 95%, 但此組資料僅有$\dfrac{20}{40}=50\%$落在區間 $[5,45]$

$\therefore$此組資料不接近常態分布．

10. 從實驗室的數據證實，人的睡眠時數呈現常態分布，其平均數爲 7.5 小時，標準差 1 小時．根據此睡眠分布，試估計下列各項所佔的人數比例．

(1)睡眠時數超過 7.5 小時者．

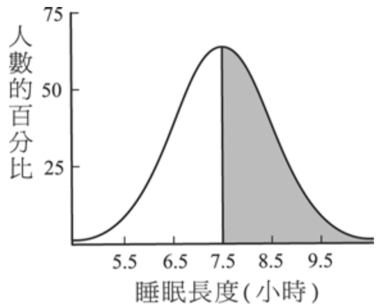
(2)睡眠時數介於 6.5 到 8.5 小時者．

(3)睡眠時數不到 8.5 小時者．

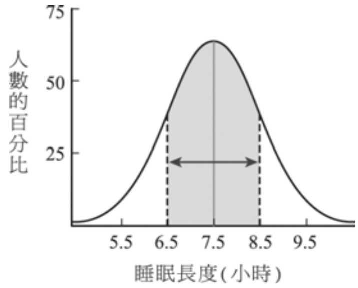
答案 (1)50％;(2)68％;(3)84％

解析

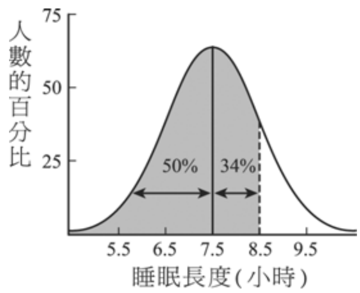
(1)常態分布爲左右對稱的分布，其平均數在曲線的中心點，所以約有 50%的數值超過 7.5 小時．



(2)6.5 到 8.5 小時爲與平均數相距 1 個標準差的範圍，根據 $68-95-99.7$ 規則，約佔 68%的比例．



(3)8.5 小時在平均數以上 1 個標準差的地方，由圖知在此數的左邊區域的比例約爲 $\dfrac{50}{100}+\dfrac{68}{100}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{84}{100}$ ．



11. 人類從受孕到分娩的懷孕期長短不一，大致呈現平均數 266 天，標準差 16 天的常態分布．

(1)約有多少比例的人會在 266 天以內分娩？

(2)根據常態分布規則，求中間 95%的人其懷孕天數範圍．

答案 (1)50%;(2)234 天到 298 天之間

解析

(1)常態分布爲左右對稱的分布，其平均數在分布的中心點．

所以約有 50%的孕婦在 266 天以內分娩．

(2)依 $68-95-99.7$ 法則，95%的人恰好分布在平均數左右兩邊 2 個標準差的範圍內，

故懷孕的天數範圍介於區間 $\left[266-16\times2\,,\,266+16\times2\right]$ 之間，即 234 天到 298 天之間．

12. 某國中對全校 1000 名國一新生做智力 (IQ) 測驗，測驗結果 IQ 分數呈現常態分布，其平均數 $\mu=111$，標準差 $\sigma=11$ ．

(1) IQ 分數不到 100 分的約有幾人？

(2) IQ 分數超過 111 而未滿 133 的約有幾人？

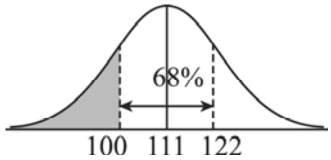
(3)甲班 50 名學生中沒有人的分數超過 144，但乙班卻有，你覺得這樣的分班公平嗎？

答案 (1)160 人;(2)475 人;(3)公平

解析

(1) $100=111-11$ 爲 $\mu-\sigma$ 的位置，如圖，100 分以下的

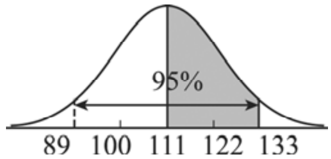
人所佔比例爲 $\left(1-\dfrac{68}{100}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{16}{100}$，



所以分數不到 100 分的人約有 $1000\times\dfrac{16}{100}=160$（人）.

(2)分數超過 111 而未滿 133 代表高於平均數 μ 而未滿 $\mu+2\sigma$，如圖，μ 到 $\mu+2\sigma$ 之

間所佔比例爲 $\dfrac{95}{100}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{47.5}{100}$，



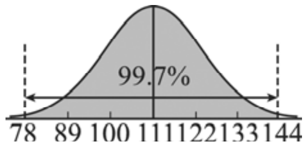
所以超過 111 而未滿 133 的約有 $1000\times\dfrac{47.5}{100}=475$（人）.

(3)超過 144 分代表高於 $\mu+3\sigma$，根據法則，此區域佔全體學生的

$\left(1-\dfrac{99.7}{100}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{0.15}{100}$，

即全校 1000 人中僅有 1.5 人（1 到 2 人）分數超過 144，

只是恰好出現在乙班，故分班不算是不公平.



13. 某報對總統施政滿意度進行調查，報導如下：

「滿意度爲六成四．本次調查共成功訪問 900 位臺灣地區 20 歲以上的成年民眾．在 95%的信心水準下，抽樣誤差爲正負 3.2 個百分點．」

(1)這項調查的母體是什麼？樣本數爲多少？

(2)受訪者中對總統施政滿意者約有多少人？

(3)算出這次調查的信賴區間．

答案 (1)母體是臺灣地區 20 歲以上的成年民眾，樣本有 900 個;(2)576 人;(3) $[0.608, 0.672]$

解析 (1)母體是臺灣地區 20 歲以上的成年民眾，抽出的樣本有 900 個．

(2)在 900 位受訪者當中，滿意度爲六成四，即回答滿意者約有 $900\times\dfrac{64}{100}=576$（人）.

(3)在 95%的信心水準下，抽樣誤差爲正負 3.2 個百分點．

信賴區間爲「估計值±誤差界限」，即 $[0.64-0.032, 0.64+0.032]=[0.608, 0.672]$．

14 某銀行於農曆春節發行即時樂彩券，並宣稱中獎率爲 36%（發行 100 萬張，計有 36 萬個獎項）. 若想推論這個數據是否屬實，在 95%的信心水準及抽樣誤差正負 4 個百分點的條件下，應隨機採樣多少張樣本？

答案 576

解析 中獎率 $\hat{p}=0.36$，在 95%的信心水準下，正負誤差爲 $\pm 2\sqrt{\dfrac{0.36(1-0.36)}{n}}=\pm 0.04$，

整理成 $2\sqrt{\dfrac{36\times 64}{n}}=4\Rightarrow \dfrac{2\times 6\times 8}{\sqrt{n}}=4$ 得 $\sqrt{n}=24\Rightarrow n=576$.

15. 爲了驗證一枚古硬幣是否爲勻稱的硬幣，某人做了多次的投擲試驗，並發表推論如下：
「我們有 95%的信心認爲此硬幣出現正面的機率是 36%到 44%之間」.
試求此實驗中，共投擲了幾次硬幣？其中出現幾次正面？

答案 600，240

解析 設共投擲了硬幣 n 次．

因爲 36%到 44%的機率可以表爲 40%±4%，所以出現正面機率 $\hat{p}=40\ \%$，

正負誤差 4 個百分點．由公式 $2\sqrt{\dfrac{0.4(1-0.4)}{n}}=0.04\Rightarrow n=600$.

其中正面出現次數爲 $600\times\dfrac{40}{100}=240$（次）.

16. 利用隨機號碼表，模擬丟一個勻稱硬幣 25 次，
(1)算出樣本中出現正面的比例．
(2)求出 95%的信賴區間，並檢查是否包含母體比例 0.5？

答案 (1)0.36;(2)$[0.168, 0.552]$，是

解析 勻稱的硬幣出現正反面的機率都是 0.5，因此將 0 到 9 的數字分成兩半：例如奇數代表出現正面，偶數代表出現反面．今指定由第 3 列第 11 行起，由左到右讀取數字，模擬投擲硬幣 25 次如下：

1	29280	39655	18902	92531	90374	07109	26627	59587	84340	98351
2	20123	82082	55477	22059	43168	12903	13436	25523	21090	73449
3	66405	35287	33248	67657	07702	01474	66068	01125	59258	30138
4	97299	83419	13069	17826	76984	48906	10567	17829	00723	46700
5	83923	92076	98880	33942	46841	58731	36513	16681	88722	61984

起始位置	第 3 列第 11 行									
讀取數字	3	3	2	4	8	6	7	6	5	7
正反面記號	+	+	−	−	−	−	+	−	+	+
讀取數字	0	7	7	0	2	0	1	4	7	4
正反面記號	−	+	+	−	−	−	+	−	+	−
讀取數字	6	6	0	6	8					
正反面記號	−	−	−	−	−					

(1)正面出現 9 次，所以 25 個樣本中出現正面的比例 $\hat{p}=0.36$ ．

(2)計算 $\hat{p}\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0.36\pm 2\sqrt{\dfrac{0.36\times 0.64}{25}}=0.36\pm 0.192$

得 95%的信賴區間爲 $\left[0.36-0.192\,,0.36+0.192\right]=\left[0.168\,,0.552\right]$

母體真正的比例（出現正面的機率）爲 0.5，模擬所得 95%的信賴區間 $\left[0.168\,,0.552\right]$ 包含 0.5 這個數值．

17. 甲與另一名候選人共同參選角逐里長，其競選團隊有如下的調查結果，分別求 95%的信賴區間．：

(1)隨機抽樣 25 人，其中有 16 人對甲表示支持．

(2)隨機抽樣 100 人，其中有 64 人對甲表示支持．

答案 (1) $\left[0.448\,,0.832\right]$;(2) $\left[0.544\,,0.736\right]$

解析 (1)在 25 位受訪者當中，有 16 位表示支持，即甲候選人的支持率 $\hat{p}=\dfrac{16}{25}=0.64$ ．

95%的信賴區間：$\hat{p}\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0.64\pm 2\times\sqrt{\dfrac{0.64\times\left(1-0.64\right)}{25}}=0.64\pm 2\times 0.096$

得 $\left[0.64-0.192\,,0.64+0.192\right]=\left[0.448\,,0.832\right]$ ．

(2)在 100 位受訪者當中，有 64 位表示支持，甲的支持率爲 $\hat{p}=\dfrac{64}{100}=0.64$ ．

95%的信賴區間：$\hat{p}\pm 2\sqrt{\dfrac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0.64\pm 2\sqrt{\dfrac{0.64\times\left(1-0.64\right)}{100}}=0.64\pm 2\times 0.048$

得 $\left[0.64-0.096\,,0.64+0.096\right]=\left[0.544\,,0.736\right]$ ．

18. 魏氏成人智力量表是一種普遍使用的 IQ 測驗，16 歲以上的人，其 IQ 分布約爲平均數 100，標準差 15 的常態分布．利用 $68-95-99.7$ 規則回答下列問題：

(1)隨機選擇一個 16 歲以上的人，他的 IQ 分數在 130 以上的機率是多少？

(2)1000 個 16 歲以上的人中，約有多少人的 IQ 分數在 85 以上？

答案 (1)0.025;(2)840

解析 (1) $130=100+15\cdot 2$ 爲 $\mu+2\sigma$ 的位置，所以隨機選擇一個 16 歲以上的人，

其 IQ 分數在 130 以上的機率是 $\dfrac{1}{2}\left(1-0.95\right)=0.025$ ．

(2) $85=100-15$ 爲 $\mu-\sigma$ 的位置，所以 IQ 分數在 85 以上的機率是 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot 0.68=0.84$ ，

1000 個 16 歲以上的人，有 $1000\cdot 0.84=840$ 人的 IQ 分數在 85 以上．

19. 明誠銀行委託民調公司調查發現：「約有 65%的臺灣地區民眾在過去一年中曾購買過樂透彩券，且有 95%的信心認爲其誤差在正負 2.5 個百分點之內．」試計算：

(1)民調公司抽查的樣本約爲多少人？

(2)樣本中曾購買過樂透彩券的約有多少人？

(3)我們可以有 95%的信心認爲曾購買過樂透彩券的民眾比例在多少到多少之間？

答案 (1)1456;(2)946;(3)$[0.625, 0.675]$

解析 (1)在過去一年中曾購買過樂透彩券的民眾比例 $\hat{p}=0.65$，

在 95%的信心水準下，正負誤差爲 $\pm 2\sqrt{\dfrac{0.65\times(1-0.65)}{n}}=\pm 0.025$

整理成 $2\sqrt{\dfrac{65\times 35}{n}}=2.5 \Rightarrow n=1456$，故抽樣人數 1456 人．

(2)樣本中曾購買過彩券的人約有 $1456\times 0.65=946$ 人．

(3)95%的信賴區間爲 $0.65\pm 0.025=[0.625, 0.675]$．

20. 根據數學 SAT 考試規定，該項測驗的總分如果超過 800 分，一律以 800 分記錄．已知今年 SAT 考試呈現常態分布，其平均 560，標準差 120．試求：約有多少比例的考生會收到 800 分的成績單？

答案 2.5%

解析 $800=560+2\cdot 120$ 爲 $\mu+2\sigma$ 的位置，所以有 $\dfrac{1}{2}(1-0.95)=0.025$ 的考生原始成績是超過 800 分的，即約有 2.5%的考生會收到 800 分的成績單．

21. 丟硬幣的試驗中，硬幣出現正面的比例呈常態分布（平均數爲 p 時，標準差爲 $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$）. 今丟一個勻稱的硬幣 100 次，其中出現正面的比例爲 $\hat{p}$．依常態分布規則，求 $\hat{p}\geq 0.6$ 的機率．

答案 2.5%

解析 丟一個硬幣 100 次，其母體平均數 p 爲 0.5，標準差爲 $\sigma=\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}=\sqrt{\dfrac{0.5(1-0.5)}{100}}=0.05$．

因爲 $0.6=0.5+2\times 0.05$，即 $\mu+2\sigma$ 的位置，$\hat{p}\geq 0.6$ 即 $\hat{p}$ 落在 $\mu+2\sigma$ 以上的範圍，

依 $68-95-99.7$ 規則，機率爲 $\dfrac{1-95\%}{2}=2.5\%$．