

| | | | | | |
|------------------------------|-------|----|----|---|---|
| 高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：97.01.20 | | | | | |
| 範圍 | Book4 | 班級 | 三年 | 班 | 姓 |
| | 信賴區間 | 座號 | | | 名 |

一、單選題 (6題 每題 10分)

- () 1. 若某校 1000 位學生的數學段考成績平均分數是 65.24 分，樣本標準差是 5.24 分，而且已知成績分布呈現常態分配。試問全校約有多少人數學成績低於 60 分？ (註：常態分配中，數據落在平均數的一個、二個、三個標準差範圍內之比例分別為 68%、95%、99.7%)
 (1)約 80 人 (2)約 160 人 (3)約 240 人 (4)約 320 人 (5)約 400 人。

答案

2

解析

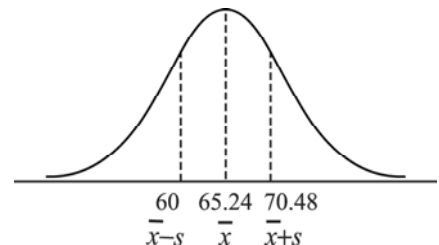
平均數 $\bar{x} = 65.24$ ，標準差 $s = 5.24$

$[\bar{x} - s, \bar{x} + s] = [60, 70.48]$ 之間約佔 68%

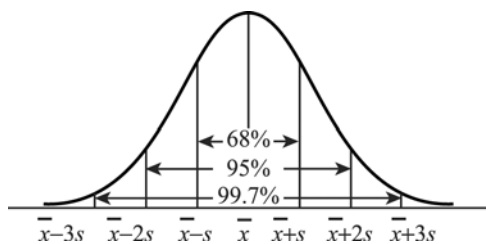
$1000 \times 68\% = 680$ (人) 且常態分配為對稱圖形

$$\therefore \frac{1000 - 680}{2} = 160 \text{ (人)}$$

故約有 160 人低於 60 分。



- () 2. 某校二年級學生有 2000 人，第二次月考的數學成績符合常態分配，若成績的平均數為 51 分，變異數為 9 分，則請問及格人數約多少人？ (1)500 (2)6 (3)3 (4)640 (5)320 人。
 (請參考下圖數據回答)



答案

3

解析

平均數 $\bar{x} = 51$ 分，變異數 $s^2 = 9 \Rightarrow$ 標準差 $s = 3$

$(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 之間約佔 99.7%

及格表 $\bar{x} + 3s$ 以上佔 0.15%， \therefore 及格人數有 $2000 \times 0.15\% = 3$ (人)。

- () 3. 若某校 1000 位學生期末考數學成績的平均數是 50 分，標準差是 10 分，且成績呈常態分配，則成績介於 40~70 分的約有幾人？
 (1)約 680 人 (2)約 750 人 (3)約 815 人 (4)約 950 人 (5)約 997 人。

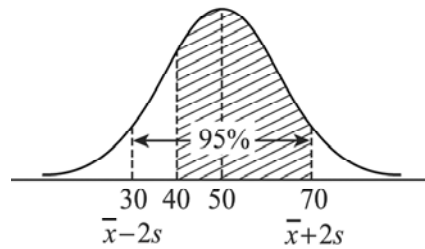
答案 3

解析

$$\frac{1}{2}(95\% - 68\%) = 13.5\%$$

∴ 40~70 分之間約有

$$1000 \times (95\% - 13.5\%) = 815 \text{ (人)}$$



- () 4. 根據一項民意調查，發現有 60% 的人贊成賭博合法化，在 95% 的信心水準下信賴區間為 $[0.56, 0.64]$ ，則抽樣的樣本數 n (1)100 人 (2)300 人 (3)600 人 (4)2400 人 (5)3000 人。

答案 3

解析 設此次調查抽樣 n 人，信賴區間 $[0.56, 0.64]$ 可表為 $0.6 \pm 2 \times 0.02$

$$\text{故 } \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{n}} = \pm 0.04 \Rightarrow \frac{0.6 \times 0.4}{n} = (0.02)^2, n = \frac{0.6 \times 0.4}{0.02 \times 0.02} = 600 \text{ (人)}.$$

- () 5. 臺灣之光王建民在美國大聯盟的職棒比賽表現優異頻頻獲勝，一項電訪發現有 70% 的人認為王建民必可穩登勝投王，在 95% 的信心水準下，信賴區間為 $[0.68, 0.72]$ ，則訪問的樣本數最接近 (1)2100 人 (2)3000 人 (3)3500 人 (4)400 人 (5)10000 人。

答案 1

解析 設此次調查抽樣 n 人，信賴區間 $[0.68, 0.72]$ 可表為 $0.7 \pm 2 \times 0.01$

$$\text{故 } \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.7 \times 0.3}{n}} = \pm 0.02 \Rightarrow \frac{0.7 \times 0.3}{n} = (0.01)^2, n = \frac{0.7 \times 0.3}{0.01 \times 0.01} = 2100 \text{ (人)}.$$

- () 6. 臺北市計程車費率漲價幅度頗高，消基會為此進行簡單隨機電話抽樣訪問臺北市民以測知民眾反對此事的比例，先試查 200 個樣本，發覺反對漲價的有 120 人，在 95% 的信心水準下最大誤差為 2 個百分點，則所需訪問人數最接近。
(1)1000 人 (2)2000 人 (3)2400 人 (4)5000 人 (5)10000 人。

答案 3

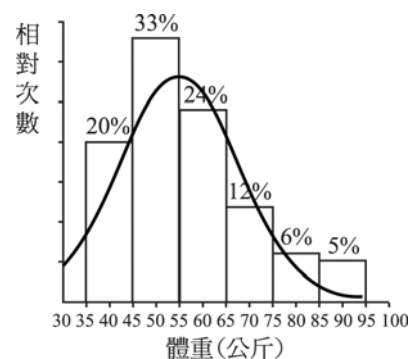
解析 設此次調查抽樣 n 人， $\hat{p} = \frac{120}{200} = 0.6$

$$\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{n}} = \pm 0.02 \Rightarrow \frac{0.6 \times 0.4}{n} = (0.01)^2 \Rightarrow n = \frac{0.6 \times 0.4}{0.01 \times 0.01} = 2400 \text{ (人)}.$$

二、複選題 (7 題 每題 5 分)

- () 1.

右圖是根據 100 名婦女的體重所作出的直方圖（圖中百分比數字代表各體重區間的相對次數，其中各區間不包含左端點而包含右端點）。該 100 名婦女體重的平均數為 55 公斤，標準差為 12.5 公斤。曲線 N 代表一常態分布，其平均數與標準差與樣本值相同。在此樣本中，若定義「體重過重」的標準為體重超過樣本平均數 2 個標準差以上（即體重超過 80 公斤以上），則下列敘述哪些正確？

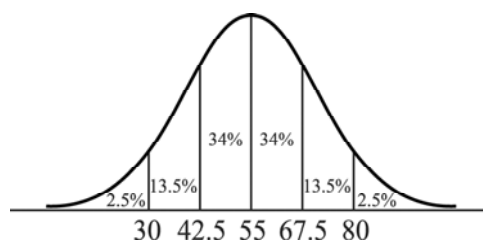


- (1) 曲線 N （常態分布）中，在 55 公斤以上所佔的比例約為 50%
- (2) 曲線 N （常態分布）中，在 80 公斤以上所佔的比例約為 2.5%
- (3) 該樣本中，體重的中位數大於 55 公斤
- (4) 該樣本中，體重的第一四分位數大於 45 公斤
- (5) 該樣本中，「體重過重」（體重超過 80 公斤以上）的比例大於或等於 5%。

答案 1245

解析

- (1) ○：常態分布
- (2) ○
- (3) ×：∵ 體重 35~45 佔 20%
45~55 佔 33%
55 公斤以下佔 53%
∴ 中位數 < 55
- (4) ○：∵ 體重 35~45 佔 20%
∴ 第一四分位數 > 45
- (5) ○



- () 2. 國際油價不斷向上攀升，屢創新高，帶動民生物資連連看漲。消基會做了一項民意調查，成功訪問了 1100 位民眾，其中有 605 位認為已影響了生活。在 95% 的信心水準下下列選項何者為真？ (1) 影響比例為 0.61 (2) 影響比例為 0.55 (3) 正負誤差為 2 個百分點 (4) 正負誤差為 3 個百分點 (5) 信賴區間為 [0.52, 0.58]。

答案 245

解析 影響比例 $\hat{p} = \frac{605}{1100} = 0.55$

在 95% 的信心水準下誤差範圍為 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.55 \times 0.45}{1100}} = \pm 2 \times 0.015 = \pm 0.03$ ，
表示抽樣誤差為正負 3 個百分點，信賴區間為 $0.55 \pm 0.03 = [0.52, 0.58]$ 。

- () 3. 教育部擬將第二外國語列入高中選修課程，班聯會以問卷調查學生的支持度。隨機抽取 400 人，其中贊成者有 320 人，在 95% 的信心水準下，下列選項何者為真？
- (1) 贊成比例為 80% (2) 正負誤差為 3 個百分點 (3) 正負誤差為 4 個百分點
 (4) 信賴區間為 [0.77, 0.83] (5) 信賴區間為 [0.76, 0.84] .

答案 135

解析 (1) 贊成比例 $\hat{p} = \frac{320}{400} = 0.8 = 80\%$

(2) 在 95% 的信心水準下誤差範圍為 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$$= \pm 2\sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{400}} = \pm 2 \times 0.02 = \pm 0.04, \text{ 抽樣誤差為正負 4 個百分點}$$

(3) 信賴區間為 $0.8 \pm 0.04 = [0.76, 0.84]$.

- () 4. 詐騙集團詐騙手法不斷翻新，民眾在貪小便宜的心理下也頻頻受騙。針對臺灣地區的詐騙電話做調查後發現，約有 73% 的人曾接過詐騙電話。在 95% 的信心水準下，正負誤差為 3 個百分點，下列各選項何者為真？
- (1) 此次調查 900 人
 (2) 此次調查 876 人
 (3) 樣本中約有 657 人曾接過詐騙電話
 (4) 信賴區間為 [70%, 76%]
 (5) 以上皆非 .

答案 24

解析 設此次調查共有 n 人

(1) $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.73 \times 0.27}{n}} = \pm 0.03 \Rightarrow \frac{0.73 \times 0.27}{n} = (0.015)^2$

$$\Rightarrow n = \frac{0.73 \times 0.27}{0.015 \times 0.015} = 876 \text{ (人)}$$

(2) $876 \times 73\% = 639.48$, 約有 639 人曾接過詐騙電話

(3) 信賴區間為 $0.73 \pm 0.03 = [0.70, 0.76] = [70\%, 76\%]$

- () 5. 高鐵通車後，縮短了南北的距離。高鐵公司為了解乘客搭乘的滿意度，於各車廂放置意見箱，有效回收 1060 份意見表，其中 424 份覺得非常滿意，在 95% 的信心水準下，下列選項何者為真？
- (1) 非常滿意的比例為 40%

- (2)正負誤差為 4 個百分點
 (3)正負誤差為 3 個百分點
 (4)信賴區間為 $[0.37, 0.43]$
 (5)信賴區間為 $[0.43, 0.46]$.

答案 134

解析 (1)滿意的比例為 $\hat{p} = \frac{424}{1060} = 0.4 = 40\%$.

(2)誤差範圍 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{1060}} \approx \pm 0.03$, 表示抽樣誤差為 3 個百分點 .

(3)信賴區間為 $0.4 \pm 0.03 = [0.37, 0.43]$.

- () 6. 某校有學生 800 位, 數學段考成績呈現常態分布, 平均 65 分, 標準差 5 分 . 下列各選項何者為真 ? (1)不及格的學生約有 128 人
 (2)成績超過 75 分的學生約有 20 人
 (3)某生成績 70 分, 在全校大約排第 128 名
 (4)某生成績 80 分應為前 3 名
 (5)60 分至 70 分之間共有 544 人 .

答案 12345

解析

(1)○ : 60 分至 70 分之間約佔 68% , 60 分以下佔 16%

\therefore 不及格約有 $800 \text{ 人} \times 16\% = 128 \text{ (人)}$.

(2)○ : 75 分位於 $\bar{x} + 2s$, 75 分以上約佔 2.5%

$\therefore 800 \times 2.5\% = 20 \text{ (人)}$.

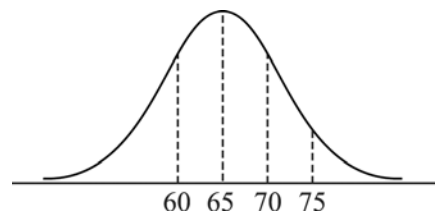
(3)○ : 70 分以上與 60 分以下人數相同

\therefore 70 分排名第 128 名 .

(4)○ : 80 分位於 $\bar{x} + 3s$, 80 分以上約佔 0.15% ,

$\therefore 800 \times 0.15\% \approx 1.2 \text{ (人)}$ 表示 80 分為前 3 名

(5)○ : $800 \times 0.68 = 544 \text{ (人)}$.



- () 7. 下列哪些是常態分布曲線的特性 ?

- (1)曲線呈對稱的鐘型
 (2)平均數與中位數相等
 (3)約有 50%的數值落在平均數左右各 1 個標準差的範圍內
 (4)約有 95%的數值落在平均數左右各 2 個標準差的範圍內
 (5)幾乎大多的數值都落在平均數左右各 3 個標準差的範圍內 .

答案 1245

解析 答案為(1)(2)(4)(5)。

三、填充題（每格 5 分）

1. 某次考試班上 40 名學生，平均 72 分，標準差 6 分，若此次考試成績為常態分布，求不及格人數應該是_____人。

答案 1

解析 平均數 $\bar{x} = 72$ 分，標準差 $s = 6$ 分

不及格表 $\bar{x} - 2s$ 以下佔 2.5%

\therefore 不及格人數應有 $40 \times 2.5\% = 1$ （人）。

2. 某校高二學生 800 位，第二次段考數學成績呈常態分布，已知平均成績為 70 分，標準差為 5 分，請概估(1)此次段考不及格的學生約有_____人。

(2)小謙考了 75 分，大約排第_____名。

答案 (1)20;(2)128

解析 (1)平均數 $\bar{x} = 70$ ，標準差 $s = 5$

不及格表 $\bar{x} - 2s$ 以下，約佔 2.5%， \therefore 不及格人數約有 $800 \times 2.5\% = 20$ （人）。

(2)75 分表 $\bar{x} + s$ 以上，約佔 16%， $\therefore 800 \times 16\% = 128$ （人），故考 75 分大約排第 128 名。

3. 某校有學生 1000 名，參加「字音字形」競賽，已知成績呈常態分布，平均成績 70 分，標準差 10 分，請概估(1)此次比賽成績未達 60 分者，約有_____人。

(2)成績超過 90 分的有_____人。

(3)志玲成績 80 分，大約排第_____名。

答案 (1)160;(2)25;(3)160

解析 (1)平均數 $\bar{x} = 70$ 分 標準差 $s = 10$ 分

不及格表 $\bar{x} - s$ 以下，約佔 16%， \therefore 不及格人數約有 $1000 \times 16\% = 160$ （人）。

(2)超過 90 分表 $\bar{x} + 2s$ 以上，佔 2.5%， \therefore 超過 90 分者約有 $1000 \times 2.5\% = 25$ （人）。

(3)80 分表 $\bar{x} + s$ 以上，約佔 16%， $\therefore 1000 \times 16\% = 160$ （人），故考 80 分大約排第 160 名。

4. 參加期末考試的學生有 1000 位，已知全體數學成績平均為 65 分，標準差為 15 分，且成績呈常態分配，則成績高於 80 分的大約有_____人。

答案 160

解析 因 $\bar{x} = 65$ ， $s = 15$ ，得 $k = 1$ ，

80 分表 $\bar{x} + s$ 以上，約佔 16%， $\therefore 1000 \times 16\% = 160$ （人），故考 80 分以上大約 160 人。

5. 新生入學 1000 人作 IQ 測驗，若成績呈現常態分布，平均分數是 100 分，標準差 15 分，則

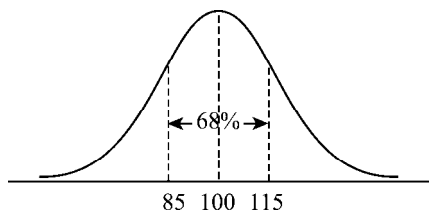
- (1)IQ 成績在 85 分以下的約有_____人。
 (2)IQ 成績在 85 分~115 分之間的約有_____人。
 (3)IQ 成績在 130 分以上的約有_____人。

答案 (1)160;(2)680;(3)25

解析 (1)85 分位於 $\bar{x}-s$ ，85 分以下，約佔 16%， \therefore 約有 $1000 \text{ 人} \times 16\% = 160$ (人)。

(2)85 分~115 分即 $[\bar{x}-s, \bar{x}+s]$ 之間，約佔 68%，約有 $1000 \text{ 人} \times 68\% = 680$ (人)。

(3)130 分以上，約佔 2.5%，共有 $1000 \text{ 人} \times 2.5\% = 25$ (人)。



6. NBA 籃球巨星姚明旋風似的訪問臺灣，帶動了全校籃球的運動風氣，某體育老師為測驗同學投籃的準確度於全校任意挑選 50 位同學在罰球線跳投，結果有 23 位同學命中，在 95% 的信心水準下，投籃準確度的信賴區間為_____。在 68% 的信心水準下，投籃準確度的信賴區間為_____。

答案 (1)[0.32,0.60];(2)[0.39,0.53]

解析 (1)命中率 $\hat{p} = \frac{23}{50} = 0.46$ ，正負誤差 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.46 \times 0.54}{50}} = \pm 2 \times 0.07 = \pm 0.14$

信賴區間為 $0.46 \pm 0.14 = [0.32, 0.60]$

(2)信賴區間為 $0.46 \pm 0.07 = [0.39, 0.53]$ 。

7. 臺灣有意自美國引入愛國者飛彈，該型飛彈素以攔截地對地飛彈著名，今在一次實彈演習中，40 顆愛國者型飛彈成功攔截了 28 顆的地對地飛彈，試問

- (1)成功攔截機率的估計值為_____。
 (2)成功攔截機率 95% 的信賴區間為_____。

答案 (1)0.7;(2)[0.555,0.845]

解析 (1) $\hat{p} = \frac{28}{40} = 0.7$ 。

(2)95% 的信賴區間為 $\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.7 \pm 2\sqrt{\frac{0.7 \times 0.3}{40}} = 0.7 \pm 0.145 = [0.555, 0.845]$ 。

8. 為了解臺北市民對於「週休二日制」的看法，隨機抽取 500 位有效樣本，結果有 312 位贊成，試求

- (1)臺北市民贊成週休二日機率的估計值為_____。
 (2)臺北市民贊成週休二日制的比例之 95% 信賴區間為_____。

答案 (1)0.624;(2)[0.581,0.667]

解析 (1) $\hat{p} = \frac{312}{500} = 0.624$.

(2) 95% 的信賴區間為

$$\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.624 \pm 2\sqrt{\frac{0.624 \times 0.376}{500}} = 0.624 \pm 0.043 = [0.581, 0.667] .$$

9. 班聯會為了解全校學生對於「是否贊成取消髮禁」的看法隨機抽取 400 位同學以問卷調查全校學生，其中贊成取消髮禁之問卷數為 320 張，試求

(1) 贊成比例為_____ .

(2) 在 95% 的信心水準下，這次調查的正負誤差為_____ .

(3) 95% 的信賴區間為_____ .

答案 (1) 0.8; (2) 4 個百分點; (3) [0.76, 0.84]

解析 (1) 贊成比例 $\hat{p} = \frac{320}{400} = 0.8$.

(2) 95% 的信心水準下誤差範圍為 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$$= \pm 2\sqrt{\frac{0.8 \times (1-0.8)}{400}} = \pm 2 \times 0.02 = \pm 0.04, \text{ 正負誤差為 4 個百分點.}$$

(3) 95% 的信賴區間為 $\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.8 \pm 0.04 = [0.76, 0.84]$.

10. 某民調公司為了解一般民眾對於「是否將中華民國年號改成西元年號」於晚間七時至九時利用電訪，有效訪問 900 位臺灣地區 20 歲以上民眾，其中不贊成的民眾有 576 人，試求

(1) 受訪者中不贊成改民國年號的比例為_____ .

(2) 在 95% 的信心水準下，此次抽樣的正負誤差為_____ .

(3) 95% 的信賴區間為_____ .

答案 (1) 0.64; (2) 3.2 個百分點; (3) [0.608, 0.672]

解析 (1) 不贊成的比例為 $\hat{p} = \frac{576}{900} = 0.64$.

(2) 在 95% 的信心水準下，誤差範圍為 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$$= \pm 2\sqrt{\frac{0.64 \times (1-0.64)}{900}} = \pm 2 \times 0.016 = \pm 0.032, \text{ 正負誤差為 3.2 個百分點.}$$

(3) 95% 的信賴區間為 $\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.64 \pm 0.032 = [0.608, 0.672]$.

11. 市場調查人員為了解全體市民對首長施政是否滿意，進行電話抽樣訪問，先試查 300 個樣本，發覺對施政滿意的有 195 人，在 95% 的信心水準下，最大誤差為 2.5 個百分點，則所需訪問的人最接近 _____ 人。

答案 1456

解析 設此次調查抽樣 n 人 $\hat{p} = \frac{195}{300} = 0.65$

$$\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.65 \times 0.35}{n}} = \pm 0.025$$

$$\Rightarrow \frac{0.65 \times 0.35}{n} = (0.0125)^2 \Rightarrow n = \frac{0.65 \times 0.35}{0.0125 \times 0.0125} = 1456 \text{ (人)}.$$

12. 為了解是否贊成國民義務教育由九年延長至十二年，市場調查人員進行隨機電話抽樣訪問，在 95% 的信心水準下，贊成比例的信賴區間為 $[0.67, 0.73]$ ，試求

(1) 此次抽查的樣本約為 _____ 人。

(2) 樣本中贊成的約有 _____ 人。

答案 (1)933;(2)653

解析 (1) 設抽查的樣本約為 n 人，信賴區間為 $[0.67, 0.73]$ 可表為 0.7 ± 0.03

$$\text{得 } \hat{p} = 0.7, \text{ 正負誤差 3 個百分點故 } \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.7 \times 0.3}{n}} = \pm 0.03$$

$$\Rightarrow \frac{0.7 \times 0.3}{n} = (0.015)^2 \Rightarrow n = \frac{0.7 \times 0.3}{0.015 \times 0.015} = 933 \text{ (人)}.$$

(2) 贊成約有 $933 \text{ 人} \times 0.7 = 653 \text{ (人)}$ 。

13. 市場調查人員針對臺灣地區的詐騙電話做調查後發現：「有 95% 的信心認為約有 72% 到 78% 的人會接過詐騙電話」，試求

(1) 此次調查抽樣約 _____ 人。 (2) 此樣本中曾接過詐騙電話的約有 _____ 人。

答案 (1)833;(2)625

解析 (1) 設此次調查抽樣 n 人

\because 72% 到 78% 的機率可表為 $75\% \pm 3\%$ ， $\therefore \hat{p} = 75\%$ 的人會接過詐騙電話，

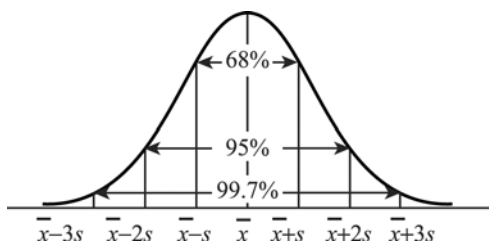
$$\text{正負誤差 3 個百分點。故 } \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.75 \times (1-0.75)}{n}} = \pm 0.03$$

$$\Rightarrow \frac{0.75 \times 0.25}{n} = (0.015)^2 \Rightarrow n = \frac{0.75 \times 0.25}{0.015 \times 0.015} = 833 \text{ (人)}.$$

(2) 曾接過詐騙電話的約有 $833 \text{ 人} \times 75\% = 625 \text{ (人)}$ 。

14. 有一筆資料已知 $\sum_{i=1}^{60} x_i = 210$ ， $\sum_{i=1}^{60} x_i^2 = 749.75$ ，則此筆資料之樣本標準差 $s =$ _____，若此資

料為常態分布，則介於 $\bar{x} - 2s \sim \bar{x} - s$ 之間約有_____人。(此格請填整數，即為小數點後四捨五入)



答案 (1)0.5;(2)8

解析 (1) $\bar{x} = \frac{210}{60} = \frac{7}{2}$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{749.75 - 60 \times \left(\frac{7}{2}\right)^2}{59}} = 0.5 .$$

$$(2) \bar{x} \text{ 至 } \bar{x} - 2s \text{ 約有 } 60 \times \frac{95}{100} \times \frac{1}{2} = 28.5 \text{ 人}$$

$$\bar{x} \text{ 至 } \bar{x} - s \text{ 約有 } 60 \times \frac{68}{100} \times \frac{1}{2} = 20.4 \text{ 人}$$

\therefore 介於 $\bar{x} - 2s \sim \bar{x} - s$ 之間約有 8 人。

15. 一組資料有 40 筆，總和為 1000，平方和為 28900，請問：

(1)此組資料的平均數為_____，標準差為_____。

(2)有人算出 40 筆資料中有 20 筆落在區間 $[5, 45]$ 內，請問此組資料是否接近常態分布？

答案 (1)25，10;(2)否

解析

$$(1) \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{40} x_i = \frac{1000}{40} = 25$$

$$\text{標準差 } s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{40} x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{39} (28900 - 40 \times 25^2)} = \sqrt{\frac{1}{39} \times 3900} = \sqrt{100} = 10 .$$

(2)若此資料接近常態分布

則落在 $[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s] = [5, 45]$ 內的約佔 95%，但此組資料僅有 $\frac{20}{40} = 50\%$ 落在區間 $[5, 45]$

\therefore 此組資料不接近常態分布。

四、計算題 (59 小題 每小題 10 分)

1. 某校有學生 800 位，數學段考成績呈常態分布，平均成績 65 分，標準差 5 分，請概估

- (1)此次數學段考不及格的學生約有幾位？
 (2)成績超過 75 分的有幾位？
 (3)某生成績 70 分，他在全校大約排第幾名？

答案 (1)128;(2)20;(3)128

解析

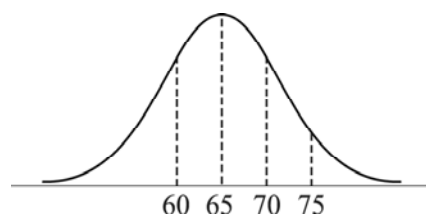
(1) $[\bar{x}-s, \bar{x}+s]$ 之間約佔 68% $800 \times 68\% = 544$

\therefore 不及格人數有 $\frac{1}{2}(800-544)=128$ (人)。

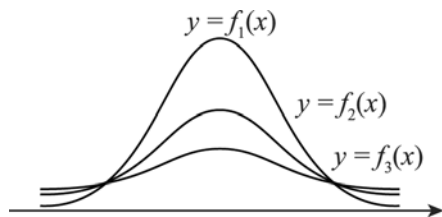
(2)75 分以上約佔 2.5% $\therefore 800 \times 2.5\% = 20$ (人)。

(3)70 分以上人數與 60 分以下人數相同

\therefore 70 分大約排第 128 名。



2. 下列三個變數 x 的常態分布圖形，試判斷哪一個的平均數最大？哪一個標準差最大？



答案 (1) $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 、 $f_3(x)$ 的平均數一樣大;(2) $f_3(x)$

解析

$f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 、 $f_3(x)$ 的平均數一樣大；

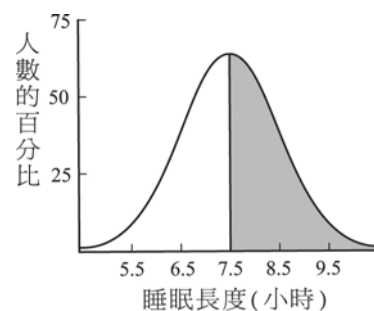
$f_3(x)$ 的標準差最大。

3. 從實驗室的數據證實，人的睡眠時數呈現常態分布，其平均數為 7.5 小時，標準差 1 小時。根據此睡眠分布，試估計下列各項所佔的人數比例。
- (1)睡眠時數超過 7.5 小時者。
 (2)睡眠時數介於 6.5 到 8.5 小時者。
 (3)睡眠時數不到 8.5 小時者。

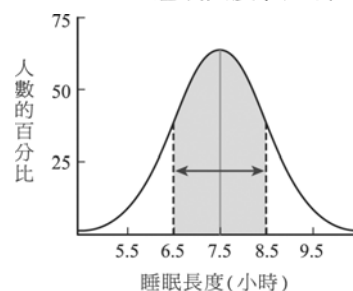
答案 (1)50%;(2)68%;(3)84%

解析

(1)常態分布為左右對稱的分布，其平均數在曲線的中心點，所以約有 50%的數值超過 7.5 小時。

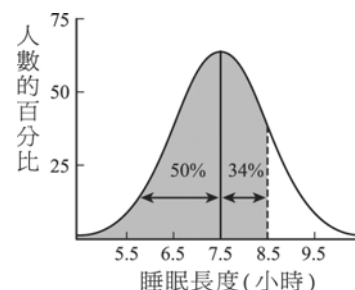


(2)6.5 到 8.5 小時為與平均數相距 1 個標準差的範圍，根據 68-95-99.7 規則，約佔 68%的比例。



(3)8.5 小時在平均數以上 1 個標準差的地方，由圖

知在此數的左邊區域的比例約為 $\frac{50}{100} + \frac{68}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{84}{100}$ 。



4. 人類從受孕到分娩的懷孕期長短不一，大致呈現平均數 266 天，標準差 16 天的常態分布。

(1)約有多少比例的人會在 266 天以內分娩？

(2)根據常態分布規則，求中間 95%的人其懷孕天數範圍。

答案 (1)50%;(2)234 天到 298 天之間

解析

(1)常態分布為左右對稱的分布，其平均數在分布的中心點。

所以約有 50%的孕婦在 266 天以內分娩。

(2)依 68-95-99.7 法則，95%的人恰好分布在平均數左右兩邊 2 個標準差的範圍內，

故懷孕的天數範圍介於區間 $[266 - 16 \times 2, 266 + 16 \times 2]$ 之間，即 234 天到 298 天之間。

5. 某國中對全校 1000 名國一新生做智力 (*IQ*) 測驗，測驗結果 *IQ* 分數呈現常態分布，其平均數 $\mu = 111$ ，標準差 $\sigma = 11$ 。

(1)*IQ* 分數不到 100 分的約有幾人？

(2)*IQ* 分數超過 111 而未滿 133 的約有幾人？

(3)甲班 50 名學生中沒有人的分數超過 144，但乙班卻有，你覺得這樣的分班公平嗎？

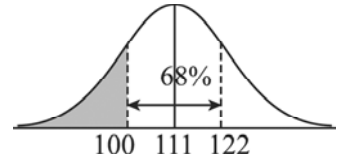
答案 (1)160 人;(2)475 人;(3)公平

解析

(1) 100 = 111 - 11 為 $\mu - \sigma$ 的位置，如圖，100 分以下的

$$\text{人所佔比例爲 } \left(1 - \frac{68}{100}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{16}{100},$$

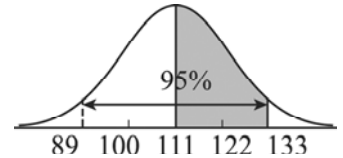
所以分數不到 100 分的人約有 $1000 \times \frac{16}{100} = 160$ (人)。



(2) 分數超過 111 而未滿 133 代表高於平均數 μ 而未滿 $\mu + 2\sigma$ ，如圖， μ 到 $\mu + 2\sigma$ 之

$$\text{間所佔比例爲 } \frac{95}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{47.5}{100},$$

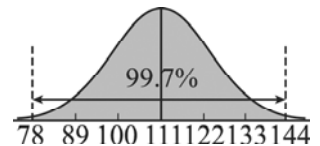
所以超過 111 而未滿 133 的約有 $1000 \times \frac{47.5}{100} = 475$ (人)。



(3) 超過 144 分代表高於 $\mu + 3\sigma$ ，根據法則，此區域佔全體學生的

$$\left(1 - \frac{99.7}{100}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{0.15}{100},$$

即全校 1000 人中僅有 1.5 人 (1 到 2 人) 分數超過 144，只是恰好出現在乙班，故分班不算是公平。



6. 某報對總統施政滿意度進行調查，報導如下：

「滿意度為六成四。本次調查共成功訪問 900 位臺灣地區 20 歲以上的成年民眾。在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為正負 3.2 個百分點。」

- (1) 這項調查的母體是什麼？樣本數為多少？
- (2) 受訪者中對總統施政滿意者約有多少人？
- (3) 算出這次調查的信賴區間。

答案 (1) 母體是臺灣地區 20 歲以上的成年民眾，樣本有 900 個；(2) 576 人；(3) [0.608, 0.672]

解析 (1) 母體是臺灣地區 20 歲以上的成年民眾，抽出的樣本有 900 個。

(2) 在 900 位受訪者當中，滿意度為六成四，即回答滿意者約有 $900 \times \frac{64}{100} = 576$ (人)。

(3) 在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為正負 3.2 個百分點。

信賴區間為「估計值 ± 誤差界限」，即 $[0.64 - 0.032, 0.64 + 0.032] = [0.608, 0.672]$ 。

7. 民調公司做總統大選支持度調查，成功訪問了 1100 位合格選民，其中有 605 位表示支持甲候選人。

- (1) 求甲候選人支持比例。
- (2) 在 95% 的信心水準下，這次調查的正負誤差是多少個百分點？
- (3) 計算 95% 的信賴區間。

答案 (1)0.55;(2)3;(3)[0.52, 0.58]

解析 (1)在 1100 位受訪者當中，有 605 位表示支持，即甲候選人的支持率 $\hat{p} = \frac{605}{1100} = 0.55$.

(2)在 95%的信心水準下，誤差範圍是

$$\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.55 \times (1-0.55)}{1100}} = \pm 2 \times 0.015 = \pm 0.03 ,$$

這次調查的抽樣誤差為正負 3 個百分點 .

(3)95%信賴區間為 $[0.55 - 0.03, 0.55 + 0.03] = [0.52, 0.58]$,

有 95%的信心，甲候選人真正的支持率會在 52%到 58%之間 .

8. 班聯會以問卷調查全校學生對「可以不穿制服到校」議題的支持度，回收有效問卷 400 張，其中贊成者 320 張 .

(1)求贊成比例 .

(2)在 95%的信心水準下，這次調查的正負誤差是多少個百分點？

(3)計算 95%的信賴區間 .

答案 (1)0.8;(2)4;(3)[0.76, 0.84]

解析 (1)在 400 張有效問卷當中，有 320 張表示贊成，即贊成的比率 $\hat{p} = \frac{320}{400} = 0.8$.

$$(2)在 95%的信心水準下，誤差範圍是 $\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.8 \times (1-0.8)}{400}} = \pm 2 \times 0.02 = \pm 0.04 ,$$$

這次調查的抽樣誤差為正負 4 個百分點 .

$$(3)95\%信賴區間為 $\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.8 \pm 0.04 = [0.76, 0.84] .$$$

9. 某銀行於農曆春節發行即時樂彩券，並宣稱中獎率為 36%（發行 100 萬張，計有 36 萬個獎項）. 若想推論這個數據是否屬實，在 95%的信心水準及抽樣誤差正負 4 個百分點的條件下，應隨機採樣多少張樣本？

答案 576

解析 中獎率 $\hat{p} = 0.36$ ，在 95%的信心水準下，正負誤差為 $\pm 2\sqrt{\frac{0.36(1-0.36)}{n}} = \pm 0.04$ ，

$$\text{整理成 } 2\sqrt{\frac{36 \times 64}{n}} = 4 \Rightarrow \frac{2 \times 6 \times 8}{\sqrt{n}} = 4 \text{ 得 } \sqrt{n} = 24 \Rightarrow n = 576 .$$

10. 為了驗證一枚古硬幣是否為勻稱的硬幣，某人做了多次的投擲試驗，並發表推論如下：

「我們有 95%的信心認為此硬幣出現正面的機率是 36%到 44%之間」.

試求此實驗中，共投擲了幾次硬幣？其中出現幾次正面？

答案 600, 240

解析 設共投擲了硬幣 n 次。

因為 36% 到 44% 的機率可以表為 $40\% \pm 4\%$ ，所以出現正面機率 $\hat{p} = 40\%$ ，

正負誤差 4 個百分點。由公式 $2\sqrt{\frac{0.4(1-0.4)}{n}} = 0.04 \Rightarrow n = 600$ 。

其中正面出現次數為 $600 \times \frac{40}{100} = 240$ (次)。

11. 利用隨機號碼表，模擬丟一個勻稱硬幣 25 次，

(1) 算出樣本中出現正面的比例。

(2) 求出 95% 的信賴區間，並檢查是否包含母體比例 0.5？

答案 (1) 0.36; (2) [0.168, 0.552]，是

解析 勻稱的硬幣出現正反面的機率都是 0.5，因此將 0 到 9 的數字分成兩半：例如奇數代表出現正面，偶數代表出現反面。今指定由第 3 列第 11 行起，由左到右讀取數字，模擬投擲硬幣 25 次如下：

| | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| 1 | 29280 | 39655 | 18902 | 92531 | 90374 | 07109 | 26627 | 59587 | 84340 | 98351 | |
| 2 | 20123 | 82082 | 55477 | 22059 | 43168 | 12903 | 13436 | 25523 | 21090 | 73449 | |
| 3 | 66405 | 35287 | 33248 | 67657 | 07702 | 01474 | 66068 | 01125 | 59258 | 30138 | |
| 4 | 97299 | 83419 | 13069 | 17826 | 76984 | 48906 | 10567 | 17829 | 00723 | 46700 | |
| 5 | 83923 | 92076 | 98880 | 33942 | 46841 | 58731 | 36513 | 16681 | 88722 | 61984 | |
| | 起始位置 | 第 3 列第 11 行 | | | | | | | | | |
| | 讀取數字 | 3 | 3 | 2 | 4 | 8 | 6 | 7 | 6 | 5 | 7 |
| | 正反面記號 | + | + | - | - | - | - | + | - | + | + |
| | 讀取數字 | 0 | 7 | 7 | 0 | 2 | 0 | 1 | 4 | 7 | 4 |
| | 正反面記號 | - | + | + | - | - | - | + | - | + | - |
| | 讀取數字 | 6 | 6 | 0 | 6 | 8 | | | | | |
| | 正反面記號 | - | - | - | - | - | | | | | |

(1) 正面出現 9 次，所以 25 個樣本中出現正面的比例 $\hat{p} = 0.36$ 。

(2) 計算 $\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.36 \pm 2\sqrt{\frac{0.36 \times 0.64}{25}} = 0.36 \pm 0.192$

得 95% 的信賴區間為 $[0.36 - 0.192, 0.36 + 0.192] = [0.168, 0.552]$

母體真正的比例（出現正面的機率）為 0.5，模擬所得 95% 的信賴區間 $[0.168, 0.552]$ 包含 0.5 這個數值。

12. 甲與另一名候選人共同參選角逐里長，其競選團隊有如下的調查結果，分別求 95% 的信賴區間：

(1) 隨機抽樣 25 人，其中有 16 人對甲表示支持。

(2) 隨機抽樣 100 人，其中有 64 人對甲表示支持。

答案 (1)[0.448, 0.832];(2)[0.544, 0.736]

解析 (1) 在 25 位受訪者當中，有 16 位表示支持，即甲候選人的支持率 $\hat{p} = \frac{16}{25} = 0.64$ 。

$$\begin{aligned} 95\% \text{ 的信賴區間: } \hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} &= 0.64 \pm 2 \times \sqrt{\frac{0.64 \times (1-0.64)}{25}} = 0.64 \pm 2 \times 0.096 \\ &\text{得 } [0.64 - 0.192, 0.64 + 0.192] = [0.448, 0.832] . \end{aligned}$$

(2) 在 100 位受訪者當中，有 64 位表示支持，甲的支持率為 $\hat{p} = \frac{64}{100} = 0.64$ 。

$$\begin{aligned} 95\% \text{ 的信賴區間: } \hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} &= 0.64 \pm 2 \times \sqrt{\frac{0.64 \times (1-0.64)}{100}} = 0.64 \pm 2 \times 0.048 \\ &\text{得 } [0.64 - 0.096, 0.64 + 0.096] = [0.544, 0.736] . \end{aligned}$$

13. 一項民意調查發現樣本中有 60% 的人贊成賭博合法化。若此比例來自下列各樣本數 n ，求其 95% 的信賴區間。(1) $n = 600$ 。(2) $n = 2400$ 。

答案 (1)[0.56, 0.64];(2)[0.58, 0.62]

解析 (1) $n = 600$ ，則 95% 信賴區間為

$$\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.6 \pm 2\sqrt{\frac{0.6 \times (1-0.6)}{600}} = 0.6 \pm 2 \times 0.02 = [0.56, 0.64] .$$

(2) $n = 2400$ ，則 95% 信賴區間為

$$\hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.6 \pm 2\sqrt{\frac{0.6 \times (1-0.6)}{2400}} = 0.6 \pm 2 \times 0.01 = [0.58, 0.62] .$$

14. 魏氏成人智力量表是一種普遍使用的 IQ 測驗，16 歲以上的人，其 IQ 分布約為平均數 100，標準差 15 的常態分布。利用 68-95-99.7 規則回答下列問題：

(1) 隨機選擇一個 16 歲以上的人，他的 IQ 分數在 130 以上的機率是多少？

(2) 1000 個 16 歲以上的人中，約有多少人的 IQ 分數在 85 以上？

答案 (1)0.025;(2)840

解析 (1) $130 = 100 + 15 \cdot 2$ 為 $\mu + 2\sigma$ 的位置，所以隨機選擇一個 16 歲以上的人，

其 IQ 分數在 130 以上的機率是 $\frac{1}{2}(1-0.95) = 0.025$ 。

(2) $85 = 100 - 15$ 為 $\mu - \sigma$ 的位置，所以 IQ 分數在 85 以上的機率是 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0.68 = 0.84$ ，

1000 個 16 歲以上的人，有 $1000 \cdot 0.84 = 840$ 人的 IQ 分數在 85 以上。

15. 在「是否贊成將民國年號改成西元年號」的民意調查結果如下：

「共成功訪問 900 位臺灣地區 20 歲以上民眾，其中不贊成的民眾有 576 人」。

(1) 受訪者中不贊成改民國年號的比例為多少？

(2) 在 95% 的信心水準之下，此次抽樣的正負誤差為多少百分點？

(3) 算出 95% 的信賴區間。

答案 (1)0.64;(2)3.2;(3)[0.608, 0.672]

解析 (1) 在 900 位受訪者當中，有 576 位表示不贊成，不贊成的比例為 $\hat{p} = \frac{576}{900} = 0.64$ 。

(2) 在 95% 的信心水準下，誤差範圍是

$$\pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2\sqrt{\frac{0.64 \times (1-0.64)}{900}} = \pm 2 \times 0.016 = \pm 0.032,$$

調查的抽樣誤差為正負 3.2 個百分點。

$$(3) 95\% \text{ 信賴區間為 } \hat{p} \pm 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.64 \pm 0.032 = [0.608, 0.672].$$

16. 富邦銀行委託民調公司調查發現：「約有 65% 的臺灣地區民眾在過去一年中曾購買過樂透彩券，且有 95% 的信心認為其誤差在正負 2.5 個百分點之內。」試計算：

(1) 民調公司抽查的樣本約為多少人？

(2) 樣本中曾購買過樂透彩券的約有多少人？

(3) 我們可以有 95% 的信心認為曾購買過樂透彩券的民眾比例在多少到多少之間？

答案 (1)1456;(2)946;(3)[0.625, 0.675]

解析 (1) 在過去一年中曾購買過樂透彩券的民眾比例 $\hat{p} = 0.65$ ，

$$\text{在 } 95\% \text{ 的信心水準下，正負誤差為 } \pm 2\sqrt{\frac{0.65 \times (1-0.65)}{n}} = \pm 0.025$$

$$\text{整理成 } 2\sqrt{\frac{65 \times 35}{n}} = 2.5 \Rightarrow n = 1456, \text{ 故抽樣人數 } 1456 \text{ 人。}$$

(2) 樣本中曾購買過彩券的人約有 $1456 \times 0.65 = 946$ 人。

(3) 95% 的信賴區間為 $0.65 \pm 0.025 = [0.625, 0.675]$ 。

17. 針對臺灣地區的詐騙電話做調查後發現：「有 95% 的信心認為約有 70% 到 76% 的人曾接過詐騙電話」。

(1)此次調查約抽樣多少人？ (2)樣本中曾接過詐騙電話的約有多少人？

答案 (1)876;(2)639

解析 (1)設這次調查抽樣 n 人。

因為 70%到 76%的機率可以表為 $73\% \pm 3\%$ ，所以有 $\hat{p} = 73\%$ 的人曾接過詐騙電話，

正負誤差 3 個百分點。由公式得到 $2\sqrt{\frac{0.73(1-0.73)}{n}} = 0.03 \Rightarrow n = 876$ 。

(2)其中曾接過詐騙電話的人約有 $876 \times \frac{73}{100} \approx 639$ (人)。

18. 根據數學 SAT 考試規定，該項測驗的總分如果超過 800 分，一律以 800 分記錄。已知今年 SAT 考試呈現常態分布，其平均 560，標準差 120。試求：約有多少比例的考生會收到 800 分的成績單？

答案 2.5%

解析 $800 = 560 + 2 \cdot 120$ 為 $\mu + 2\sigma$ 的位置，所以有 $\frac{1}{2}(1 - 0.95) = 0.025$ 的考生原始成績是超過 800 分的，即約有 2.5% 的考生會收到 800 分的成績單。

19. 丟硬幣的試驗中，硬幣出現正面的比例呈常態分布（平均數為 p 時，標準差為 $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ）。今丟一個勻稱的硬幣 100 次，其中出現正面的比例為 \hat{p} 。依常態分布規則，求 $\hat{p} \geq 0.6$ 的機率。

答案 2.5%

解析 丟一個硬幣 100 次，其母體平均數 p 為 0.5，標準差為 $\sigma = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{100}} = 0.05$ 。

因為 $0.6 = 0.5 + 2 \times 0.05$ ，即 $\mu + 2\sigma$ 的位置， $\hat{p} \geq 0.6$ 即 \hat{p} 落在 $\mu + 2\sigma$ 以上的範圍，

依 68-95-99.7 規則，機率為 $\frac{1-95\%}{2} = 2.5\%$ 。

20. 某班 40 位同學，月考數學成績平均為 70 分，標準差為 5 分。若成績為常態分配，則

(1)成績在 65 到 75 分之間者約有多少人？

(2)成績在 60 到 80 分之間者約有多少人？

答案 (1)27;(2)38

解析 (1)65 到 75 分為距平均數 1 個標準差，約有 68% 的成績落在此區間內，

即約有 $40 \times \frac{68}{100} = 27.2 \approx 27$ (人)。

(2)在 60 到 80 分為距平均數 2 個標準差的地方，約有 95% 的成績落在此區間內，

即約有 $40 \times \frac{95}{100} = 38$ (人)。

21. 某校有學生1000位，某次數學段考成績呈常態分布，平均成績72分，標準差12分。

(1)此次數學段考不及格（60分以下）的學生約有幾位？

(2)成績超過96分的約有幾位？

(3)某生成績84分，他在全校大約排第幾名？

答案 (1)160;(2)25;(3)160

解析 (1)成績平均72分，標準差12分的常態分布，60分在平均數以下1個標準差的地方，由常態分布，約有68%的成績在區間 $[72-12, 72+12] = [60, 84]$ 之間。

即成績落在60分以下及84分以上合占32%，由對稱性知60分以下與84分以上各占16%，也就是大約有160人數學成績不及格。

(2)成績落在區間 $[72-2 \times 12, 72+2 \times 12]$ 者約占95%，也就是大約有5%的學生成績在48分以下或96分以上，由對稱性知成績在96分以上者約占2.5%，也就是大約有25位學生成績在96分以上。

(3)成績84分為平均數以上1個標準差的地方，由(1)的討論知他大約排在第160名左右。

22. 某社團將進行社長選拔，候選人阿美的支持團隊所做民意調查發現：阿美的支持度為55%，接受調查的有效樣本為99人。

(1)求在95%的信心水準下，此抽樣的誤差範圍。

(2)求阿美所獲支持率的95%信賴區間。

答案 (1) $\pm 10\%$;(2)[0.45, 0.65]

解析 (1)在95%的信心水準下，誤差範圍是

$$\pm 2 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2 \sqrt{\frac{0.55 \times (1-0.55)}{99}} = \pm 2 \times 0.05 = \pm 0.1 . \text{ 抽樣的正負誤差為 } \pm 10\% .$$

(2)95%信賴區間為 $[0.55-0.1, 0.55+0.1] = [0.45, 0.65]$ 。

23. 從台北市隨機抽樣400人，詢問是否贊成週休3日制，結果有256人贊成，求台北市對週休3日制的贊成比率及95%的信賴區間。

答案 0.64, [0.592, 0.688]

解析 贊成比率 $\frac{256}{400} = 0.64$ 。

$$\text{誤差範圍 } \pm 2 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2 \sqrt{\frac{0.64 \times (1-0.64)}{400}} = \pm 2 \times 0.024 = \pm 0.048 .$$

故95%的信賴區間為 $[0.64-0.048, 0.64+0.048] = [0.592, 0.688]$ 。

24. 某縣縣長施政滿意度的調查報導如下：「滿意度為六成，本次調查共成功訪問該縣 600 位成年民眾，在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為正負 4 個百分點。」

(1)這項調查的母體是什麼？樣本數為多少？(2)受訪者中對縣長施政滿意者約有多少人？

(3)算出這次調查的信賴區間。

答案 (1)成年民眾，600;(2)360;(3)[0.56,0.64]

解析 (1)母體是該縣成年民眾，抽出的樣本有 600 個。

(2)在 600 位受訪者當中，滿意度為六成，即回答滿意者約有 $600 \times \frac{60}{100} = 360$ (人)。

(3)在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為正負 4 個百分點。

信賴區間為 $[0.6 - 0.04, 0.6 + 0.04] = [0.56, 0.64]$ 。

25. 某男校學務處進行「是否贊成招收女生」的意見調查，結果回收有效問卷 1600 張，其中贊成者 1280 張。

(1)求贊成比例。(2)在 95% 的信心水準下，這次調查的正負誤差是多少個百分點？

(3)計算 95% 的信賴區間。

答案 (1)0.8;(2)2;(3)[0.78,0.82]

解析 (1)在 1600 張問卷中，有 1280 張表示贊成，贊成率為 $\hat{p} = \frac{1280}{1600} = 0.8$ 。

(2)在 95% 的信心水準下，誤差範圍是

$$\pm 2 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \pm 2 \sqrt{\frac{0.8 \times (1-0.8)}{1600}} = \pm 2 \times 0.01 = \pm 0.02。$$

(3)95% 信賴區間為 $[0.8 - 0.02, 0.8 + 0.02] = [0.78, 0.82]$ 。

26. 食品檢驗單位對傳言的問題魚類發表檢驗結果如下：「我們有 95% 的信心認為此魚類合格率在 56% 到 64% 之間」。試求此檢驗中，共檢驗了多少魚類樣本？

答案 600

解析 設共檢驗了 n 個魚類樣本。

因為 56% 到 64% 的機率可以表為 $60\% \pm 4\%$ ，所以檢驗合格機率 $\hat{p} = 60\%$ ，

正負誤差 4 個百分點。由公式得到 $2 \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{n}} = 0.04 \Rightarrow n = 600$ 。

27. 某人丟一個硬幣，宣稱「我有 95% 的信心認為此硬幣出現正面的機率為 45% 到 55% 之間」。求

(1)誤差範圍是正負多少個百分點？(2)此試驗中此人共丟硬幣幾次？其中硬幣出現正面幾次？

答案 (1)5;(2)400, 200

解析 (1) 45% 到 55% 的機率為 $50\% \pm 5\%$ ，出現正面機率 $\hat{p} = 50\%$ ，正負誤差為 5 個百分點。

(2)由公式得到 $2 \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{n}} = 0.05 \Rightarrow n = 400$ 。又 $400 \times \frac{50}{100} = 200$ (次)。