

高雄市明誠中學 高三數學平時測驗					日期：97.10.09
範圍	選修(I)	班級	三年	班	姓名
	CH1 機率(II)	座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1-1、擲一公正骰子，若 A 表示點數為偶數的事件， B 表示點數大於 2 的事件，則

(1) $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$, (2) $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$,

(3) $P(A|B) = \underline{\hspace{2cm}}$, (4) $P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

解析 : $\because U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow A \cap B = \{4, 6\}$

(1) $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{3}{6}$, (2) $P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{4}{6}$,

(3) $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{4}$, (4) $P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{3}$ 。

1-2、設 A 、 B 為二事件，若 $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$, 則；

(1) $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $P(A|B) = \underline{\hspace{2cm}}$, (3) $P(A'|B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$

解析 : $\because (1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{3}{8} + \frac{3}{4} - P(A \cap B)$; $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

(2) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$

(3) $P(A'|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ($\because P(A|B) + P(A'|B) = 1$)

1-3、袋中有 5 個白球，3 個黑球，自袋中取球，每次取一球，取後不再放回，假設各球被取出的機率相等，則第一次取得白球，第二次取得黑球的機率為 。

答案 : $\frac{15}{56}$

解析 : $\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$

白 黑

1-4、設 A, B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, 則

(1) $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $P(A' \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$, (3) $P(A' \cap B') = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : (1) $\frac{5}{9}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{8}{45}$

解析 : A, B 為獨立事件 $\Rightarrow A, B'$ 及 A', B 及 A', B' 皆互為獨立事件

$$(1) P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{9},$$

$$(2) P(A' \cap B) = P(A')P(B) = (1 - \frac{3}{5}) \times \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$$

$$(3) P(A' \cap B') = P(A')P(B') = (1 - \frac{3}{5}) \times (1 - \frac{5}{9}) = \frac{8}{45}$$

1-5、大軍、中平、小明三人比較羽球，大軍贏中平的機率是 $\frac{1}{3}$ ，中平贏小明的機率是 $\frac{3}{4}$ ，大軍贏小明的機率是 $\frac{1}{2}$ ，設各場比賽勝負是獨立的，且每位選手要贏其他 2 人才得冠軍，則大均得冠軍的機率為_____；小明得冠軍的機率為_____。

答案： $\frac{1}{6}$ ； $\frac{1}{8}$

解析： $P(\text{大軍得冠軍}) = P(\text{大軍贏中平且大軍贏小明}) = P(\text{大軍贏中平})P(\text{大軍贏小明}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$$P(\text{小明得冠軍}) = P(\text{小明贏中平且小明贏大軍}) = P(\text{小明贏中平})P(\text{小明贏大軍}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

1-6、甲袋有 1 顆白球，2 顆黑球；乙袋有 2 顆白球，3 顆黑球；今任選一袋，並自該袋中任取一球，則取得白球的機率為_____。

答案： $\frac{11}{30}$

解析：

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{甲}(\frac{1}{2}) \\ \text{乙}(\frac{1}{2}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{白}(\frac{1}{3}) \\ \text{黑}(\frac{2}{3}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \\ \\ \end{array} \\ \left. \begin{array}{l} \text{白}(\frac{2}{5}) \\ \text{黑}(\frac{3}{5}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \\ \\ \end{array} \end{array}$$

$$\therefore \frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{11}{30}$$

1-7、設工廠三部機器 A、B、C 分別生產全部產品的 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，又設 A、B、C 三部機器生產的不良產品分別為 3%、6%、4%，

(1) 從所有產品取出一產品，則取中不良品的機率為_____。

(2) 已知取中一不良產品的條件下，此產品來自機器 C 的機器為_____。

答案： $\frac{1}{25}$ ， $\frac{1}{2}$

解析：(1)

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} A\left(\frac{1}{3}\right) \\ B\left(\frac{1}{6}\right) \\ C\left(\frac{1}{2}\right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times\left(\frac{3}{100}\right) \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{3}{100} = \frac{1}{100} \\ \circ\left(\frac{97}{100}\right) \\ \times\left(\frac{6}{100}\right) \Rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{6}{100} = \frac{1}{100} \\ \circ\left(\frac{94}{100}\right) \\ \times\left(\frac{4}{100}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} = \frac{2}{100} \\ \circ\left(\frac{96}{100}\right) \end{array} \\
 \Rightarrow \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{2}{100} = \frac{4}{100} \\
 (2) \frac{\frac{2}{100}}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{2}{100}} = \frac{2}{4}
 \end{array}$$

1-8、實驗室透過驗血來測試肝炎，80%的肝炎患者都是呈陽性反應，而8%非肝炎患者也會呈陽性反應，假設實際患有肝炎者佔人口比例的10%，今任選一人驗血，若驗後呈陽性反應，則此人患有肝炎的機率為_____。

答案： $\frac{10}{19}$

解析：

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \text{患肝炎}\left(\frac{1}{10}\right) \\ \text{沒肝炎}\left(\frac{9}{10}\right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{陽性}\left(\frac{8}{10}\right) \Rightarrow \frac{1}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{8}{100} \\ \text{陰性}\left(\frac{2}{10}\right) \\ \text{陽性}\left(\frac{8}{100}\right) \Rightarrow \frac{9}{10} \times \frac{8}{100} = \frac{72}{100} \\ \text{陰性}\left(\frac{92}{100}\right) \end{array} \\
 \Rightarrow \frac{\frac{1}{10} \times \frac{8}{10}}{\frac{1}{10} \times \frac{8}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{8}{100}} = \frac{80}{80+72} = \frac{80}{152}
 \end{array}$$

2-1、丟一均勻的硬幣5次，恰好出現3次正面的機率為_____。

答案： $\frac{5}{16}$

解析： $C_3^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{64}$

2-2、丟一均勻的硬幣 20 次，

(1) 出現正面次數的期望值為_____。

(2) 出現正面次數的變異數為_____。

答案：(1)10； (2)5

解析：(1) $E(X) = np = 20 \times \frac{1}{2} = 10$

$$(2) \sigma^2 = 20 \times \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{2}) = 5$$

2-3、投擲均勻的硬幣三枚，若三枚均出現同一面，則可得一分，否則無分，今連投四次，假設每次投幣互不影響，則恰得三分之機率_____。

答案： $\frac{3}{64}$

解析：三枚均出現同一面之機率為 $\frac{2}{2^3} = \frac{1}{4}$ (三正面或三反面)

$$\text{得三分必四次中有三次正面 } C_3^4 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{64}。$$

2-4、承上題(2-3)，則至少得三分之機率為_____。

答案： $\frac{13}{256}$

解析：至少三分必四次中有三次正面或四次正面 $C_3^4 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + C_4^4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{13}{256}$

2-5、一袋中有 3 個白球，4 個黑球，甲乙輪流從袋中取出一球，所取出的球再放回，今約定先得白球者獲勝，由甲先取，則甲獲勝機率_____；乙獲勝機率_____。

答案： $\frac{7}{11}, \frac{4}{11}$

解析：得白球機率 $\frac{3}{7}$

甲 甲乙甲 甲乙甲乙甲

$$P(\text{甲獲勝}) = \text{白} + \text{黑黑白} + \text{黑黑黑黑白} + \dots$$

$$= \left(\frac{3}{7}\right) + \left(\frac{4}{7}\right)^2 \left(\frac{3}{7}\right) + \left(\frac{4}{7}\right)^4 \left(\frac{3}{7}\right) + \left(\frac{4}{7}\right)^6 \left(\frac{3}{7}\right) + \dots = \frac{\frac{3}{7}}{1 - \left(\frac{4}{7}\right)^2} = \frac{7}{11}$$

$$P(\text{乙獲勝}) = 1 - P(\text{甲獲勝}) = 1 - \frac{7}{11} = \frac{4}{11}$$

2-6、承(2-5)，若甲獲勝可得 2000 元，位求公平起見(期望值相同)，乙獲勝可得_____元。

答案： 3500

解析：公平 = 期望值相同； $2000 \times \frac{7}{11} = x \cdot \frac{4}{11} \Rightarrow x = 350$ 。

2-7、若二項分配 $X \sim B(30, 0.3)$ ，則：(1)平均數 $\mu =$ _____，(2)期望值 $E(X) =$ _____。

答案：

解析：(1) $\mu = np = 30 \times 0.3 = 9$

(2) $E(X) = \mu = 30 \times 0.3 = 9$

2-8、若二項分配 $X \sim B(16, 0.5)$ ，則標準差 $\sigma =$ _____。

答案：

解析： $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{16 \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{4} = 2$ 。

3-1、有甲、乙、丙三家補習班，各有 200 名、300 名、500 名，參加政府的教師檢定考試，如果三家補習班通過的比例都是 7 成，請列出交叉列表。

答案：

解析：

	甲	乙	丙	合計
通過	140	210	350	700
不通過	60	90	150	300
合計	200	300	500	1000

3-2、南冠高中高三男、女第一月考數學及格、不及格人數統計如下表：

	及格	不及格	合計
男生	600	200	800
女生	400	100	500
合計	1000	300	1300

(1) 女生數學不及格的比率為何？ _____，

(2) 女生數學不及格的比率為何？ _____。

答案： $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}$

解析：(1) $\frac{100}{500} = \frac{1}{5}$

(2) $\frac{200}{800} = \frac{1}{4}$

3-3、承(3-2)

(1) 高三學生數學及格的比率為何？ _____，

(2) 數學及格學生中，女生占多少比例？ _____。

答案： $\frac{10}{13}, \frac{2}{5}$

解析：

$$(1) \frac{1000}{1300} = \frac{10}{13}$$

$$(2) \frac{400}{1000} = \frac{2}{5}$$

3-4、調查某校學生性別與休閒方式偏好(打球、打電玩、逛街)，結果如下表：

	打球	打電玩	逛街	合計
男生	70	80	50	200
女生	10	40	50	100
合計	80	120	100	300

(1)男生、女生對打電玩的偏好比例是否一致？_____

(2)男生、女生對逛街的偏好比例是否一致？_____

(3)男生最偏好的休閒方式為何？_____比例多少？_____

答案：(1)是 (2)否 (3) 電玩、 $\frac{2}{5}$

解析：

$$(1) \frac{80}{200} = \frac{40}{100} \Rightarrow \text{一致}$$

$$(2) \frac{50}{200} \neq \frac{50}{100} \Rightarrow \text{不一致}$$

$$(3) \text{打電玩、} \frac{80}{200} = \frac{2}{5}$$

3-5、精密機械公司有A,B,C三條生產線，三條生產線產品之良品與不良品個數如下表：

	A	B	C	合計
良品	350	420	80	850
不良品	50	80	20	150
合計	400	500	100	1000

(1) 三條生產線產品之不良率是否一致？_____

(2) 哪一條線不良率最低？_____

答案：(1) 否 (2) A

解析：

$$(1) \frac{50}{400} \neq \frac{80}{500} \neq \frac{20}{100} \Rightarrow \text{不一致}$$

$$(2) A: \frac{50}{400} = \frac{1}{8}, B: \frac{80}{500} = \frac{4}{25}, C: \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \Rightarrow A < B < C$$

3-6、承(3-5)，若已知取到的產品是不良品，而此產品來自C生產線生產的機率為_____。

答案： $\frac{2}{15}$

解析：

$$P(C\text{生產線}|\text{不良品}) = \frac{20}{150} = \frac{2}{15}$$

3-7、若 A, B 兩變數分別有 A_1, A_2 兩類與 B_1, B_2 兩類，其交叉列表如下：

	A_1	A_2	合計
B_1	30	10	40
B_2	12	18	30
合計	42	28	70

則 (1) $P(A_2) =$ _____， (2) $P(B_1) =$ _____， (3) $P(B_1|A_2) =$ _____。

答案：(1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{4}{7}$ (3) $\frac{5}{14}$

解析：

$$(1) \frac{28}{70} = \frac{2}{5} \quad (2) \frac{40}{70} = \frac{4}{7} \quad (3) \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

3-8、承(3-7) A_2, B_1 是否獨立? _____。

答案：否

解析：

$$P(A_2 \cap B_1) = \frac{10}{70}$$

$$P(A_2) \times P(B_1) = \frac{28}{70} \times \frac{40}{70} = \frac{16}{70} \neq P(A_2 \cap B_1)$$