

| | | | | | |
|------------------|-------|----|----|---|-------------|
| 高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 | | | | | 日期：97.01.15 |
| 範圍 | Book4 | 班級 | 三年 | 班 | 姓名 |
| | 統計 | 座號 | | | |

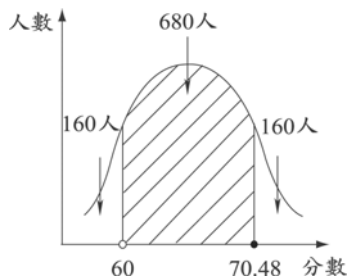
一、選擇題 (每題 5 分)

- 1、(B) 若某校 1000 位學生的數學段考成績平均分數是 65.24 分，樣本標準差是 5.24 分，而且已知成績分佈呈現常態分配。試問全校約有多少人數學成績低於 60 分？(常態分佈的資料對稱於平均數 M 。且當標準差為 S 時，該資料大約有 68% 落在區間 $(M - S, M + S)$ 內，約有 95% 落在區間 $(M - 2S, M + 2S)$ 內，約有 99.7% 落在區間 $(M - 3S, M + 3S)$ 內。)
- (A) 約 80 人 (B) 約 160 人 (C) 約 240 人 (D) 約 320 人 (E) 約 400 人

解析：有 68% (即 680 人) 落在 $(65.24 - 5.24, 65.24 + 5.24) = (60, 70.48)$ 的區間內

∵ 常態分配呈左右對稱，∴ 落在區間外的人約有 $1000 - 680 = 320$

在小於 60 分的人數約有 $\frac{320}{2} = 160$ 人



- 2、(C) 以下抽樣方法的使用，何者較適當？

- (A) 簡單隨機抽樣使用於樣本數大於 1000 者
 (B) 系統抽樣使用於有循環性的母群體
 (C) 分層抽樣使用於層與層之間差異大，但層內個體間的差異小
 (D) 聚落抽樣使用於各聚落間差異大，但其聚落內部差異小
 (E) 以上皆不適當

- 3、(B) 志強自甲地到乙地平均速度為每小時 20 公里，由乙地返回甲地時平均速度為每小時 30 公里，則其往返之平均速度為每小時
- (A) 20 公里 (B) 24 公里 (C) 25 公里 (D) 30 公里 (E) 以上皆非

解析： $\frac{2}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30}} = 24$

- 4、(E) 某校高二第二次期中考數學科，第二類組學生 100 人的平均成績為 65 分，第三類組學生 500 人的平均成績為 71 分，則這兩組學生 600 人之平均成績為
- (A) 66 分 (B) 67 分 (C) 68 分 (D) 69 分 (E) 70 分

解析： $\frac{100 \times 65 + 500 \times 71}{600} = 70$

- 5、(A) 下列 5 組資料 (每組各有 5 筆)

- 甲：1, 1, 5, 9, 9,
 乙：1, 2, 3, 4, 5,
 丙：-2, -1, 0, 1, 2,
 丁：2, 4, 6, 8, 10,

戊：1, 1, 3, 5, 5,

試問那一組資料的標準差最大？(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁 (E)戊

解析： $S_Z = S_{丙}$ ， $S_T = 2S_Z$ ， $S_{甲} > S_{戊} > S_Z$

$$S_{甲} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 4 \times 16} = 4, \quad S_1 = \sqrt{\frac{1}{4}(4+4+16+16)} = \sqrt{10}, \quad \therefore S_{甲} \text{最大}$$

6、(C) 一組數值資料為 45, 79, 58, 21, 28, 11, 58, 84, 67, 63, 19, 81, 27, 33, 21, 則其 $Q_3 =$ (A)63 (B)65 (C)67 (D)73 (E)79

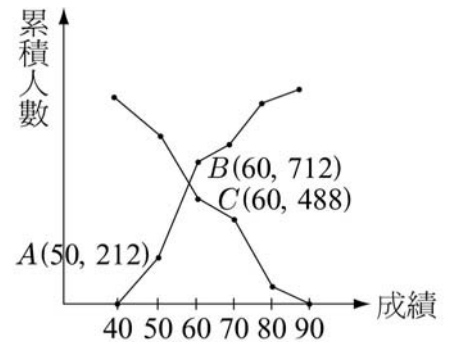
解析：十五筆資料由小而大 11, 19, 21, 21, 27, 28, 33, 45, 58, 58, 63, 67, 79, 81, 84
 $\therefore Me = 45, Q_3 = 67$

二、填充題 (每題 10 分)

1、下圖為某校學生英文競試成績以上及以下累積次數分配曲線圖，其中 $A(50, 212)$, $B(60, 712)$, $C(60, 488)$ ，全校學生有_____人。

答案：1200

解析：以 60 分為準，60 分以上有 712 人，60 分以下有 488 人
 \therefore 全校學生共有 $488 + 712 = 1200$ (人)。



2、某班 40 位學生第一次段考數學成績如下：

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | | 35 | 90 | 57 | 75 | 75 | 20 | 65 | 50 | 65 |
| 1 | 65 | 08 | 06 | 80 | 80 | 85 | 50 | 90 | 70 | 70 |
| 2 | 75 | 75 | 85 | 80 | 60 | 70 | 90 | 95 | 85 | 55 |
| 3 | 30 | 50 | 70 | 75 | 90 | 85 | 20 | 55 | 85 | 40 |
| 4 | 80 | | | | | | | | | |

隨機號碼表

| | | | |
|------|------|------|------|
| 1697 | 0206 | 4521 | 5789 |
| 8119 | 0522 | 7536 | 5431 |
| 1566 | 8197 | 6485 | 4022 |
| 2744 | 5565 | 8757 | 8241 |
| 8949 | 2195 | 9121 | 1737 |
| 8810 | 1860 | 5479 | 9851 |
| 2446 | 6661 | 7251 | 3851 |
| 6176 | 8728 | 6913 | 5383 |
| 9326 | 8466 | 3764 | 4842 |
| 8591 | 4943 | 2465 | 3199 |

(1) 從所給的隨機號碼表的第 9, 10 行為座號 (若不足，則取 11, 12 行，13, 14 行，……)，找出 8 位學生的成績，求得算術平均數為_____分。(取至小數點下第一位)

(2) 承上題，將全班學生的成績，按 60 分以下，60~80 分，80 分以上，分成一、二、三層，分別自這三層中依比例部署的原則，決定每層學生的人數，並按所給隨機號碼表的第 1, 2 行為座號 (若不足，則取 3, 4 行，5, 6 行，依此類推)，選取 8 位學生依下列公式求得算術平均數為_____分。

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + n_3 \bar{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3} \quad (n_i: \text{第 } i \text{ 層的人數}, \bar{x}_i: \text{第 } i \text{ 層所選學生的平均}), i=1, 2, 3$$

答案：(1) 68.1 (2) 62.5

解析：

(1) 取 37, 24, 21, 36, 13, 40, 17, 38，分數為 55, 60, 75, 20, 80, 80, 90, 85

$$\text{平均分數} = \frac{55+60+75+20+80+80+90+85}{8} \doteq 68.1 \text{ (分)}。$$

(2) 取得各層人數為 3, 3, 2, \therefore 取得號碼為 19, 10, 26, 02, 05, 06, 37, 36

取得分數為 70, 65, 90, 90, 75, 20, 55, 20

$$\therefore \text{平均分數} = \frac{13 \times \left(\frac{20+55+20}{3}\right) + 17 \times \left(\frac{70+65+75}{3}\right) + 10 \times \left(\frac{90+90}{2}\right)}{40} \doteq 62.5。$$

3、某班某次考試成績如下，

| 分數 | 50~60 | 60~70 | 70~80 | 80~90 | 90~100 |
|----|-------|-------|-------|-------|--------|
| 次數 | 6 | 13 | 16 | 11 | 4 |

則(1)中位數為_____分。(2)算術平均數為_____分。

答案：73.75, 73.8

解析：全班共有 50 人，中位數 $70 + \frac{25-19}{16} \times 10 = 73.75$ (分)

$$\text{算術平均數為 } 75 + 10 \times \frac{(-2) \times 6 + (-1) \times 13 + 1 \times 11 + 2 \times 4}{50} = 73.8 \text{ (分)}$$

4、某國家其經濟成長率連續四年來分別為 -20%, 20%, 20%, 80%，則這四年來的經濟平均成長率為_____。

答案：20%

解析：平均成長率

$$= \sqrt[4]{\left(1 - \frac{20}{100}\right)\left(1 + \frac{20}{100}\right)\left(1 + \frac{20}{100}\right)\left(1 + \frac{80}{100}\right)} - 1 = \sqrt[4]{\left(\frac{80}{100}\right)\left(\frac{120}{100}\right)\left(\frac{120}{100}\right)\left(\frac{180}{100}\right)} - 1 = \frac{120}{100} - 1 = 20\%$$

5、高二乙班 50 位學生參加數學科測驗，其成績如下表，求：

(1)全距_____分；(2)四分位差_____；(3)標準差_____。(取至整數)

| 分數 | 人數 |
|--------|----|
| 30~40 | 3 |
| 40~50 | 3 |
| 50~60 | 4 |
| 60~70 | 10 |
| 70~80 | 15 |
| 80~90 | 10 |
| 90~100 | 5 |

答案：(1)70；(2)20；(3)16

解析：

| 組別 | 次數 | 以下累積次數 | 組中數 | $x_k - A$ | $f_k(x_k - A)$ | $(x_k - A)^2$ | $f_k(x_k - A)^2$ |
|--------|----|--------|-----|-----------|----------------|---------------|------------------|
| 30~40 | 3 | 3 | 35 | -30 | -90 | 900 | 2700 |
| 40~50 | 3 | 6 | 45 | -20 | -60 | 400 | 1200 |
| 50~60 | 4 | 10 | 55 | -10 | -40 | 100 | 400 |
| 60~70 | 10 | 20 | 65 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 70~80 | 15 | 35 | 75 | 10 | 150 | 100 | 1500 |
| 80~90 | 10 | 45 | 85 | 20 | 200 | 400 | 4000 |
| 90~100 | 5 | 50 | 95 | 30 | 150 | 900 | 4500 |
| | 50 | | | | 310 | | 14300 |

$$A = 65$$

(1)全距 = $100 - 30 = 70$ (分)。

(2)

| 分數 | 次數 | 分數 | 次數 |
|-------|------|-------|------|
| 60 | 10 | 80 | 35 |
| Q_1 | 12.5 | Q_3 | 37.5 |
| 70 | 20 | 90 | 45 |

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - 60}{70 - 60} = \frac{2.5}{10}, \frac{Q_3 - 80}{90 - 80} = \frac{2.5}{10}, Q_1 = 62.5, Q_3 = 82.5, \therefore Q.D. = Q_3 - Q_1 = 20。$$

$$(3) \bar{X} = 65 + \frac{310}{50} = 71.2, S = \sqrt{\frac{1}{49}[14300 - 50 \times (6.2)^2]} = 15.8 \div 16。$$

6、從 12 筆數值資料計算得其算術平均數為 63，標準差為 25，隨後發現其中有 10，16 兩數不可靠，試求剩下 10 個數的算術平均數為_____，若標準差為 S，則 $S^2 =$ _____ (以分數表示之)

答案 : 73; $\frac{857}{9}$

解析 : $\bar{x} = \frac{12 \times 63 - 10 - 16}{10} = 73$ ，將資料平移 73 分得 a_i 與 -63，-57

$$25^2 = \frac{1}{11} (\sum_{i=1}^{10} a_i^2 + 3969 + 3249) - \frac{12}{11} \times (-10)^2$$

$$\therefore \sum a_i^2 = 11 \times 25^2 + 12 \times 10^2 - 3969 - 3249 = 857$$

$$\therefore 10 \text{ 個數的標準差為 } \sqrt{\frac{1}{9} \times 857 - 0} = \sqrt{\frac{857}{9}} \div 9.76, S^2 = \frac{857}{9}$$

7、一菜販本週每天的收入分別為 3037，3196，2931，3143，3355，3249，3090 元，則其每天平均收入為_____元，又標準差為_____元。

答案 : 3143; $53\sqrt{7}$

解析 : 收入全部減去 3000 : 37, 196, (-69), 143, 355, 249, 90

$$(37 + 196 + (-69) + 143 + 355 + 249 + 90) \div 7 = 143$$

$$\therefore \text{每日平均收入 3143 元，收入減去 3143 元得 } -106, 53, -212, 0, 212, 106, 53$$

再同除 53 得 $-2, 1, -4, 0, 4, 2, 1$

其標準差為 $\sqrt{\frac{1}{6} \times 42} = \sqrt{7}$ ，故原資料之標準差為 $53\sqrt{7}$ 元（約 140.22 元）

8、某次測驗中，老師取出 8 位同學，計算得他們的平均分數為 52 分，標準差為 $2\sqrt{2}$ 分，若知此 8 個分數中的 6 個分數為 48, 52, 52, 53, 54, 57 分，則其他 2 個分數為_____分和_____分。

答案：49; 51

解析：設另 2 個分數為 $52 + a, 52 + b$

故 8 位同學之分數扣掉 52 分後可得 $-4, 0, 0, 1, 2, 5, a, b$

$$\therefore a + b + 4 = 0$$

$$(2\sqrt{2})^2 = \frac{1}{7}(16 + 1 + 4 + 25 + a^2 + b^2)$$

$$\begin{cases} a + b = -4 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}, \text{ 故其他 2 個分數為 49 分和 51 分}$$

9、某次測驗滿分 60 分，老師求出算術平均數為 27 分，標準差為 3 分，若老師將每位同學分數乘以 $\frac{5}{3}$ 倍，使滿分變為 100 分，則此時標準差為_____分，但調整後分數仍然太低，老師又給每位同學再加 10 分，則加分後標準差為_____。

答案：(1) $3 \times \frac{5}{3} = 5$ (2) 5 (因加分不改變標準差)

10、 $2n + 1$ 筆資料 $-n, -(n-1), \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, (n-1), n$ 的算術平均數為_____，標準差為_____（以 n 表示之）。

答案：0; $\sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6}}$

解析：
$$\frac{(-n) + (-(n-1)) + \dots + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1) + n}{2n+1} = 0$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{2n} \left(2 \sum_{k=1}^n k^2 \right) - 0} = \sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6}}$$