高雄市明誠中學 高三數學平時測驗					日期：97.01.15
範圍	Book4 機率期望值	班級	三年　　班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(D) 一次擲出三枚公正的骰子，其點數和爲 4 的倍數，則其機率爲

(A)$\frac{3}{216}$ (B)$\frac{32}{216}$ (C)$\frac{40}{216}$ (D)$\frac{55}{216}$ (E)$\frac{60}{216}$

$\boxed{解析}$：

點數和	18	17	16	15	14	13	12	11
	3	4	5	6	7	8	9	10
機率	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{10}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{21}{216}$	$\frac{25}{216}$	$\frac{27}{216}$

$$\frac{3}{216}+\frac{21}{216}+\frac{25}{216}+\frac{6}{216}=\frac{55}{216}$$

2、(D) 銀行最早發行的『樂透彩』的玩法是「42 選 6」：購買者從 01~42 中任選六個號碼，當這六個號碼與開出的六個號碼完全相同(不計次序)時即得頭獎；後來銀行又發行「39 選 5」的『金彩 539』：購買者從 01~39 中任選五個號碼，如果這五個號碼與開出的五個號碼完全相同(不計次序)則得頭獎。假設原來的『樂透彩』中頭獎的機率是 R ，而後來發行的『金彩 539』中頭獎的機率是 r 。試問比值$\frac{r}{R}$最接近下列哪個選項？

(A)3 (B)5 (C)7 (D)9 (E)11

$\boxed{解析}$：(1) $R=\frac{1}{C_6^{42}}$ ，$r=\frac{1}{C_5^{39}}$

(2) $\frac{r}{R}=\frac{C_6^{42}}{C_5^{39}}=\frac{\frac{42\cdot 41\cdot 40\cdot 39\cdot 38\cdot 37}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}}{\frac{39\cdot 38\cdot 37\cdot 36\cdot 35}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}}=\frac{42\cdot 41\cdot 40}{36\cdot 35\cdot 6}=\frac{82}{9}\approx 9$

3、(E) 甲、乙、丙三人一同去打獵，命中率依次爲$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{4}$。三人舉鎗對一鳥同時各發射一發子彈，則此鳥被打中之機率爲 (A)$\frac{1}{12}$ (B)$\frac{1}{8}$ (C)$\frac{3}{8}$ (D)$\frac{5}{12}$ (E)$\frac{7}{8}$

$\boxed{解析}$：$1-(1-\frac{1}{2})(1-\frac{2}{3})(1-\frac{1}{4})=\frac{7}{8}$

4、(D) 投擲一公正骰子，至少需連擲多少回，其中 1 點至少出現 1 回之機率，方能達到$\frac{2}{3}$以上？（註：$\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$） (A)4 回 (B)5 回 (C)6 回 (D)7 回 (E)8 回

$\boxed{解析}$：n 回均不出現 1 點之機率爲 $(\frac{5}{6})^n$

$\therefore 1-(\frac{5}{6})^n>\frac{2}{3}$　$\therefore (\frac{5}{6})^n<\frac{1}{3}$，$n>\frac{\log 3}{\log 6-\log 5}=6.03\cdots$

5、(A) 一袋中藏有 2 紅球 3 綠球。今自袋中每次取出 1 球，取後不放回，直到 5 球全部取出，則紅球先取完之機率爲 (A)$\frac{3}{5}$ (B)$\frac{2}{5}$ (C)$\frac{3}{10}$ (D)$\frac{1}{5}$ (E)$\frac{1}{12}$

$\boxed{解析}$：最後一粒放綠球機率爲 $\dfrac{3}{5}$

6、(B) 甲、乙二人輪流投擲一顆均勻的六面骰子（即 1，2，3，4，5，6 點出現的機會相等），並約定先擲得 1 點者獲勝，則由甲先投擲，乙獲勝的機率爲

(A)$\dfrac{1}{2}$ (B)$\dfrac{5}{11}$ (C)$\dfrac{5}{12}$ (D)$\dfrac{5}{13}$ (E)$\dfrac{5}{14}$

$\boxed{解析}$：乙勝的機率 $=\dfrac{5}{6}\times\dfrac{1}{6}+(\dfrac{5}{6})^3\times\dfrac{1}{6}+\cdots=\dfrac{5}{11}$

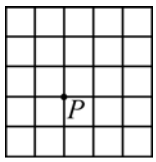
另解　甲勝機率：乙勝機率 $=\dfrac{1}{6}:\dfrac{5}{6}\times\dfrac{1}{6}=6:5$，$\therefore$ 乙勝的機率爲 $\dfrac{5}{11}$

7、(C) 甲袋有 2 個紅球，5 個白球，3 個藍球；乙袋有 4 個紅球，2 個白球，2 個藍球；丙袋有 3 個紅球，3 個白球，4 個藍球。今從這三袋中隨意選取一袋，再從此袋中任取一球，則此球爲藍球的機率爲 (A)$\dfrac{19}{20}$ (B)$\dfrac{17}{40}$ (C)$\dfrac{19}{60}$ (D)$\dfrac{20}{60}$ (E)$\dfrac{21}{60}$

$\boxed{解析}$：$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{8}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{19}{60}$

8、(A) 某一工廠生產燈泡，12 個裝成一盒。工廠品質檢驗的方法是從每盒中任取 4 個來檢查，如有兩個或兩個以上的燈泡是壞的，則整盒淘汰。若某一盒有 5 個壞燈泡，則這一盒會被淘汰的機率是 (A)$\dfrac{19}{33}$ (B)$\dfrac{14}{55}$ (C)$\dfrac{70}{99}$ (D)$\dfrac{21}{55}$ (E)$\dfrac{14}{33}$

$\boxed{解析}$：$\dfrac{C_4^5}{C_4^{12}}+\dfrac{C_3^5C_1^7}{C_4^{12}}+\dfrac{C_2^5C_2^7}{C_4^{12}}=\dfrac{57}{99}=\dfrac{19}{33}$



9、(C) 右圖中，每一小格皆爲正方形，P 爲如圖所示之一格子點。若在圖中任取其他兩相異格子點，則此二點與 P 三點共線之機率爲

(A)$\dfrac{6}{119}$ (B)$\dfrac{2}{35}$ (C)$\dfrac{8}{119}$ (D)$\dfrac{7}{85}$ (E)$\dfrac{11}{119}$

$\boxed{解析}$：$\because$ 五點與 P 共線者有三條，四點與 P 共線者有一條，二點與 P 共線者有四條

$\therefore \dfrac{3C_2^5+C_2^4+4C_2^2}{C_2^{35}}=\dfrac{8}{119}$

10、(D) 袋中有大小相同的 1 到 4 號球各一個，一次由袋中取二球，其球號差的期望值爲 (A)6 (B)0 (C)$\dfrac{5}{4}$ (D)$\dfrac{5}{3}$ (E)$\dfrac{5}{2}$

$\boxed{解析}$：$C_2^4=6$，有(1,2)，(1,3)，(1,4)，(2,3)，(2,4)，(3,4)

$1\times\dfrac{3}{6}+2\times\dfrac{2}{6}+3\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{3}$

11、(B) 一袋中有 1 元鈔票 5 張，5 元鈔票 7 張，10 元鈔票 6 張，20 元鈔票 2 張，每張被取到的機會相同，自其中任取乙張，其數學期望值爲 (A)5 (B)7 (C)9 (D)35 (E)$\dfrac{35}{9}$ 元

$\boxed{解析}$：$\dfrac{5}{20}\times1+\dfrac{7}{20}\times5+\dfrac{6}{20}\times10+\dfrac{2}{20}\times20=7$

二、填充題 (每題 10 分)

1、擲一粒骰子兩次，第二次出現的點數大於第一次出現的點數的機率是______。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{5}{12}$

$\boxed{解析}$：擲一粒骰子兩次，樣本空間共有 36 個元素，點數相同有 6 個

第二次出現的點數大於第一次出現的點數共有 $\dfrac{36-6}{2}=15$（種），$\therefore$機率為 $\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$

2、從 1 到 12 的正整數中，任取一數 k，使方程式 $x^2-2(k-3)x+3k-5=0$ 有虛根的機率是______。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{1}{3}$

$\boxed{解析}$：$x^2-2(k-3)x+3k-5=0$ 有虛根 $\Rightarrow [-2(k-3)]^2-4(3k-5)<0 \Rightarrow k^2-9k+14<0$

$\Rightarrow (k-2)(k-7)<0$，$\therefore 2<k<7$，$\because k$ 為整數，$\therefore k=3,4,5,6$，$\therefore$機率為 $\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$。

3、阿貴和阿美及其他 8 名同學共 10 名學生輪到本周擔任值日生。本周 5 個上課日每天從尚未當過的同學中抽籤選出 2 位輪值。則阿貴和阿美同一天擔任值日生的機率為________。(以最簡分數表示)

$\boxed{答案}$：$\dfrac{1}{9}$

$\boxed{解析}$：每天抽籤選出 2 位輪值，方法有 $C_2^{10}\times C_2^8\times C_2^6\times C_2^4\times C_2^2$ 種

阿美和阿貴同一天擔任值日生有 5 種可能(星期一～五)

其餘 4 天輪值的方法有 $C_2^8\times C_2^6\times C_2^4\times C_2^2$ 種

故機率 $=\dfrac{5\times C_2^8\times C_2^6\times C_2^4\times C_2^2}{C_2^{10}\times C_2^8\times C_2^6\times C_2^4\times C_2^2}=\dfrac{5}{C_2^{10}}=\dfrac{1}{9}$

4、袋子中有 5 個 1 號球，4 個 2 號球，3 個 3 號球，2 個 4 號球，1 個 5 號球，設每球被取到之機會相等，則 (1)取到 2 號球之機率為_______，(2)取到奇數號球之機率為_______。

$\boxed{答案}$：(1) $\dfrac{4}{15}$　(2) $\dfrac{3}{5}$

$\boxed{解析}$：(1) $\dfrac{4}{1+2+3+4+5}=\dfrac{4}{15}$　　(2) $\dfrac{5+3+1}{15}=\dfrac{3}{5}$

5、一次擲出兩枚相同的骰子，觀察兩骰出現點數的組合，則其樣本空間中共有______種樣本點。

$\boxed{答案}$：21

$\boxed{解析}$：$(1,1),(1,2),\cdots,(1,6),(2,2),\cdots,(2,6),\cdots,(5,6),(6,6)$ 共 $H_2^6=C_2^7=21$ 種。

6、甲、乙等 4 人乘坐 3 艘不同的渡輪，依古典機率，甲、乙二人同船之機率為_______，甲獨自坐一艘渡輪之機率為_______。

$\boxed{答案}$：(1) $\dfrac{1}{3}$　　(2) $\dfrac{8}{27}$

$\boxed{解析}$：(1) $\dfrac{C_1^3\times 3}{3^4}=\dfrac{1}{3}$　　(2) $\dfrac{C_1^3\times 2^3}{3^4}=\dfrac{8}{27}$

7、甲、乙、丙、丁、戊五位同學排成一列，依古典機率，甲排在末位之機率為_______，乙、丙不相鄰之機率為_______。

$\boxed{答案}$：(1) $\dfrac{1}{5}$　(2) $\dfrac{3}{5}$

$\boxed{解析}$：(1) $\dfrac{4!}{5!}=\dfrac{1}{5}$ (2) $\dfrac{3!\times 4\times 3}{5!}=\dfrac{3}{5}$

8、設 A、B 為互斥事件，且 $P(A\cap B')=0.1$，$P(A'\cap B')=0.4$，則 $P(A)=$_______, $P(B)=$_______。

$\boxed{\text{答案}}$：0.1，　0.5

$\boxed{\text{解析}}$：$\because A$、B 為互斥事件　且 $P(A\cap B')=0.1,\ P(A'\cap B')=0.4$

$\therefore P(A)=0.1$，$P(B)=1-0.1-0.4=0.5$

9、投擲一骰子，$P(\{1\})=P(\{6\})=2P(\{2\})=2P(\{5\})=3P(\{3\})=3P(\{4\})$，則 $P(\{3\})=$_______，又 A 表示偶數點的事件，則 $P(A)=$_______。

$\boxed{\text{答案}}$：

$\boxed{\text{解析}}$：設

點數	1	2	3	4	5	6
機率	$6K$	$3K$	$2K$	$2K$	$3K$	$6K$

$\therefore 2(2K+3K+6K)=1$　$\therefore K=\dfrac{1}{22}$，$\therefore P(\{3\})=\dfrac{2}{22}=\dfrac{1}{11}$

$P(A)=3K+2K+6K=11K=\dfrac{1}{2}$

10、若將氣候狀況歸類為晴天、陰天、雨天三種，某人由過去之經驗統計得，晴天之機率為 $\dfrac{7}{15}$，陰天的機率為 $\dfrac{7}{30}$，則(1)雨天的機率為_______，(2)又晴天或雨天的機率為_______。

$\boxed{\text{答案}}$：(1)$\dfrac{3}{10}$　　(2)$\dfrac{23}{30}$

$\boxed{\text{解析}}$：(1)$1-\dfrac{7}{15}-\dfrac{7}{30}=\dfrac{3}{10}$ (2)$\dfrac{7}{15}+\dfrac{3}{10}=1-\dfrac{7}{30}=\dfrac{23}{30}$

11、甲、乙、丙等 7 人排成一列，依古典機率，則

(1)甲在乙之右且乙在丙之右之機率為_______。

(2)甲在乙之右且丙在乙之右之機率為_______。

$\boxed{\text{答案}}$：(1)$\dfrac{1}{6}$　(2)$\dfrac{1}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：「丙乙甲」順序不變 $\therefore \dfrac{\frac{7!}{3!}}{7!}=\dfrac{1}{6}$

「乙丙甲」或「乙甲丙」均可，$\dfrac{\frac{7!}{3!}\times 2}{7!}=\dfrac{1}{3}$

12、袋中有大小相同的紅球 4 個，黑球 3 個，自袋中一次任取 3 個球，取得 2 個紅球，1 個黑球的機率為_______，若將此袋中的 7 個球任意貼上 1 到 7 的編號，則一次任取 3 個球，取得同色球的機率為_______。

$\boxed{\text{答案}}$：(1)$\dfrac{18}{35}$　(2)$\dfrac{1}{7}$

$\boxed{\text{解析}}$：(1)$\dfrac{C_2^4C_1^3}{C_3^7}=\dfrac{18}{35}$ (2)$\dfrac{C_3^4+C_3^3}{C_3^7}=\dfrac{1}{7}$

13、甲、乙二人玩剪刀、石頭、布時，二人平手的機率為_______，若改為甲、乙、丙三人玩，三人平手的機率為_______。

答案：(1)$\frac{1}{3}$　(2)$\frac{1}{3}$

解析：(1)$\frac{3}{3\times3}=\frac{1}{3}$ (2)$\frac{3+3!}{3\times3\times3}=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

14、四對夫婦圍圓桌而坐，依古典機率，其中有一對王姓夫妻相對而坐之機率爲_______，又此對王姓夫婦座位不相連之機率_______。

答案：(1)$\frac{1}{7}$　(2)$\frac{5}{7}$

解析：(1)$\frac{\frac{2!}{2}\times6!}{\frac{8!}{8}}=\frac{1}{7}$　(2)$\frac{\frac{6!}{6}\times6\times5}{\frac{8!}{8}}=\frac{5}{7}$

15、三件不同的獎品，分給甲、乙等 5 位學生，每人可兼得，依古典機率則
(1) 恰有 2 位學生得獎的機率爲___________。(2) 甲沒得到獎品之機率爲何___________。

答案：(1) $\frac{12}{25}$　(2) $\frac{64}{125}$

解析：(1) $\frac{C_2^5(2^3-2)}{5^3}=\frac{12}{25}$　(2) $\frac{4^3}{5^3}=\frac{64}{125}$

16、將 4 個黑球與 4 個白球排成一列，每種排列出現之機率均等，其中恰好變色二次之機率爲_______，黑白交替出現之機率爲_______。

答案：$\frac{3}{35}$, $\frac{1}{35}$

解析：中間爲白色有 $H_2^2=C_2^3=3$ 種，中間爲黑色也有 3 種, $\frac{6}{\frac{8!}{4!4!}}=\frac{3}{35}$, $\frac{2}{\frac{8!}{4!4!}}=\frac{1}{35}$

17、一袋中有大小相同的紅球 6 個，藍球 4 個，每次自袋中取出一球，已知取出之前三球中有 2 個紅球，1 個藍球，若取出不放回，則其取球順序爲紅、藍、紅之機率爲_______，又若改爲取後放回，則其機率又爲_______。

答案：$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$

解析：$\frac{\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}}{\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{3!}{2!}}=\frac{1}{3}$, $\frac{\frac{6}{10}\times\frac{4}{10}\times\frac{6}{10}}{\frac{6}{10}\times\frac{6}{10}\times\frac{4}{10}\times\frac{3!}{2!}}=\frac{1}{3}$

18、爸爸、媽媽與子女共 5 人
(1)作直線排列，爸媽不可排在首位與末位的機率爲______，
(2)作環狀排列，幼子同時與爸媽相鄰的機率爲______。

答案：(1)$\frac{3}{10}$　(2)$\frac{1}{6}$

解析：(1)$\frac{3\times2\times3!}{5!}=\frac{3}{10}$　(2)$\frac{\frac{3!}{3}\times2}{4!}=\frac{1}{6}$

19、任意寫出一個三位正整數：
(1)其含有數字 8 的機率爲_____________，(2)又其含有數字 0 的機率爲___________，

(3)相鄰數字相異之機率爲＿＿＿＿＿＿＿。

答案：(1) $\frac{7}{25}$　(2) $\frac{19}{100}$　(3) $\frac{81}{100}$

解析：三位正整數由 100～999 共 900 個

(1)不含數字 8 的有 $8\times9\times9=648$ 個，$1-\frac{648}{900}=\frac{7}{25}$

(2)不含數字 0 的有 $9\times9\times9=729$ 個，$1-\frac{729}{900}=\frac{19}{100}$

(3) $\frac{9\times9\times9}{900}=\frac{81}{100}$

20、某次考試，有一多重選擇題，有 A, B, C, D, E 五個選項。給分標準爲完全答對給 5 分，只答錯 1 個選項給 2.5 分，答錯 2 個或 2 個以上的選項得 0 分。若某一考生對該題的 A, B 選項已確定是應選的正確答案，但 C, D, E 三個選項根本看不懂，決定這三個選項要用猜的來作答。則他此題所得分數的期望值爲＿＿＿分。

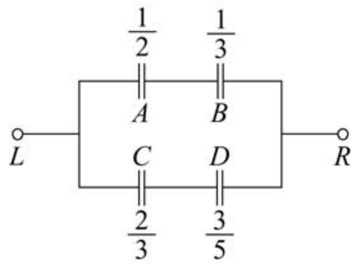
答案：$1+\frac{9}{16}$

解析：

猜題狀況	機率
3 選項全對	$\frac{1}{8}$
2 對	$C_2^3\cdot\frac{1}{8}$
1 對	$C_1^3\cdot\frac{1}{8}$
3 選項全錯	$\frac{1}{8}$

$\therefore$期望值 $=\frac{1}{8}\cdot5+\frac{3}{8}\cdot2.5+\frac{4}{8}\cdot0=\frac{12.5}{8}=1+\frac{9}{16}$

21、在下面的電路圖中有 4 個開關┤├，以 A, B, C, D 表示。電流通過各個開關的機率依次爲 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$。每一開關彼此互不影響，則在某一瞬間，電流能從左端 L 通到右端 R 的機率爲＿＿＿＿。



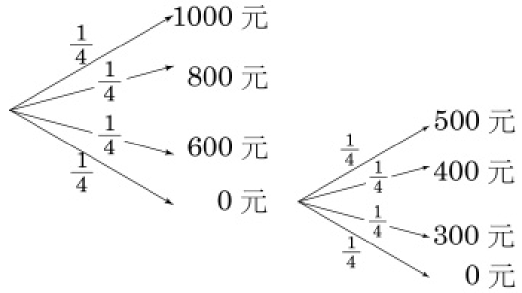
答案：$\frac{1}{2}$

解析：$P((A\cap B)\cup(C\cap D))=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$

22、某電視臺舉辦抽獎遊戲，現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有 1000, 800, 600, 0 元獎額的球。參加者自行從抽獎箱裡摸取一球(取後即放回)，主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金，並規定抽取到 0 元的人可以再摸一次，但是所得獎金折半(若再摸到 0 就沒有第三次機會)；則一個參加者可得獎金的期望值是＿＿＿＿＿＿＿＿元。(計算到整數爲止，小數點以後四捨五入)

答案：675

解析：



x	1000	800	600	500	400	300	0
$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

故$E(x)=1000\times\frac{1}{4}+800\times\frac{1}{4}+600\times\frac{1}{4}+500\times\frac{1}{16}+400\times\frac{1}{16}+300\times\frac{1}{16}+0\times\frac{1}{16}1=675$元。

23、一袋中有大小相同的紅球 4 個，綠球 3 個，每次自袋中取出一球，已知第三球爲紅球，

(1)若取出不放回，則第二球爲綠球之機率爲_______，

(2)若改爲取後放回，則其機率爲_______。

答案：$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$

解析：(1)$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$　　(2)$\frac{3}{7}$

24、10 個燈泡中有 3 個壞燈泡，品管員逐個檢查，檢查到第四個燈泡時，恰好查出第二個壞燈泡的機率爲_______；若改由甲、乙二位品管員輪流檢查，並決定由甲先檢查，則甲先檢測出第一個壞燈泡的機率爲_______。

答案：$\frac{3}{20}$, $\frac{7}{12}$

解析：$C_1^3\times\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{3}{20}$

$\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$

$=\frac{3}{10}+\frac{7}{40}+\frac{1}{12}+\frac{1}{40}=\frac{7}{12}$

25、連擲一枚公正的硬幣 6 次，則

(1)3 次正面 3 次反面的機率爲______，(2)5 次同一面，另一次不同面的機率爲______。

答案：(1)$\frac{5}{16}$　　(2)$\frac{3}{16}$

解析：(1)$C_3^6(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^3=\frac{5}{16}$　　(2)$C_5^6(\frac{1}{2})^5(\frac{1}{2})\times 2=\frac{3}{16}$

26、活動中心一共有 5 個出口，每個出口被選到之機會均等，甲、乙、丙三人均從不同之出口離開之機率爲______；三人中恰有二人自同一出口離開之機率爲______。

答案：(1)$\frac{12}{25}$　　(2)$\frac{12}{25}$

解析：(1) $\dfrac{5\times4\times3}{5^3}=\dfrac{12}{25}$　(2) $\dfrac{C_2^3\times5\times4}{5^3}=\dfrac{12}{25}$

27、擲公正的骰子三次，已知三次的點數和為 10，則

(1)第一次擲出 3 點的機率為_______，(2)第一次擲出奇數點的機率為_______。

答案：$\dfrac{2}{9}$, $\dfrac{14}{27}$

解析：三次點數和為 10 之機率為 $\dfrac{27}{216}=\dfrac{1}{8}$，第一次擲出 3 點，則第二、第三次點數和為 7 點

(1) $\dfrac{\frac{1}{6}\times\frac{6}{36}}{\frac{27}{216}}=\dfrac{2}{9}$　(2) $\dfrac{\frac{1}{6}\times\frac{4}{36}+\frac{1}{6}\times\frac{6}{36}+\frac{1}{6}\times\frac{4}{36}}{\frac{27}{216}}=\dfrac{14}{27}$

28、一袋中有大小相同的白球 2 個，紅球 4 個，黃球 3 個，今自袋中每次取一球，取後不放回，共取三球，則

(1)三球皆異色之機率為_______，(2)已知三球皆異色，第三球為黃球之機率為_______。

答案：$\dfrac{2}{7}$, $\dfrac{1}{3}$

解析：(1) $\dfrac{2\times4\times3}{9\times8\times7}\times3!=\dfrac{2}{7}$　(2) $\dfrac{\frac{2\times4\times3}{9\times8\times7}\times2!}{\frac{2}{7}}=\dfrac{2!}{3!}=\dfrac{1}{3}$

29、設 A，B 表二事件。若 $P(A')=\dfrac{2}{3},\ P(B)=\dfrac{1}{2},\ P(A\setminus B)=\dfrac{1}{4}$，則

(1) $P(A)=$______，(2) $P(A\cap B)=$______，(3) $P(A\cup B)=$______。

答案：(1) $\dfrac{1}{3}$,　(2) $\dfrac{1}{12}$,　(3) $\dfrac{3}{4}$

解析：$P(A)=\dfrac{1}{3}, P(A\setminus B)=\dfrac{1}{4}, P(A\cap B)=\dfrac{1}{12}, P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{3}{4}$

30、有大小相同不分左右的竹筷子 2 雙，銀筷子 3 雙，設每支筷子被取到的機會均等，自其中任取 4 支恰能配成 2 雙的機率為______，恰能配成 1 雙的機率為______。

答案：(1) $\dfrac{53}{105}$　(2) $\dfrac{52}{105}$

解析：(1) $\dfrac{C_4^4+C_4^6+C_2^4C_2^6}{C_4^{10}}=\dfrac{53}{105}$ (2) $1-\dfrac{53}{105}=\dfrac{52}{105}$ (因為 4 支均不成雙之機率為 0）

31、一袋中有一個白球，四個紅球，甲、乙二人輪流自其中取出一球，甲先取球，約定先取得白球者得勝，(1)若所取出之球不再放回袋內，則甲獲勝之機率為_______，

(2)若所取出之球再放回袋內，則甲獲勝之機率為_______。

答案：$\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{5}{9}$

解析：(1) $\dfrac{1}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{1}=\dfrac{3}{5}$

(2)$\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\cdots=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{16}{25}}=\frac{5}{9}$

32、宿舍大門在晚上 10 點到 11 點之間上鎖的機率為$\frac{1}{2}$。某生的抽屜中有 10 把鑰匙，其中有兩把是大門鑰匙。有一天中午，此生任意抓走 3 把鑰匙外出。請問他在晚上 10 點半回來時，能打開宿舍大門的機率為_______。

答案：$\frac{23}{30}$

解析：正面解法$(1-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}\cdot\frac{C_2^2\cdot C_1^8+C_1^2\cdot C_2^8}{C_3^{10}}=\frac{1}{2}+\frac{8}{30}=\frac{23}{30}$

反面解法$1-\frac{1}{2}\cdot\frac{C_3^8}{C_3^{10}}=1-\frac{7}{30}=\frac{23}{30}$

33、明誠中學有四位同學，將繡有個人姓名的制服外套，每人各一件放在一起，然後四位同學再分別隨意由其中抽出一件拿走，則

(1)恰有一人拿對外套的機率為______，

(2)四人外套均拿錯的機率為______。

答案：(1)$\frac{1}{3}$　(2)$\frac{3}{8}$

解析：(1)$\frac{C_1^4(3!-C_1^3 2!+C_2^3 1!-C_3^3 0!)}{4!}=\frac{1}{3}$　(2)$\frac{4!-C_1^4 3!+C_2^4 2!-C_3^4 1!+C_4^4 0!}{4!}=\frac{3}{8}$

34、將甲、乙等 9 人任意分成三組，每組三人，則甲、乙在同一組的機率為______。

答案：$\frac{1}{4}$

解析：$\frac{3\times C_1^7 C_3^6 C_3^3}{C_3^9 C_3^6 C_3^3}=\frac{1}{4}$

35、不同尺寸的黑皮鞋二雙，紅皮鞋三雙，設每隻鞋被取到之機會均等，自其中任取四隻恰能配成一雙的機率為______，若改為相同尺寸相同式樣的黑皮鞋二雙，紅皮鞋三雙，自其中任取四隻恰能配成二雙的機率為______。

答案：(1)$\frac{4}{7}$　(2)$\frac{23}{105}$

解析：(1)$\frac{C_1^5 C_2^2 C_2^4 C_1^2 C_1^2}{C_4^{10}}=\frac{4}{7}$　(2)$\frac{C_2^3 C_2^3+C_2^2 C_2^2+C_1^3 C_1^3 C_1^2 C_1^2}{C_4^{10}}=\frac{23}{105}$

36、將“a、a、a，b、b，c，d”七個字母排成一列

(1)b 與 b 相鄰而三個 a 均不相鄰之機率為______。

(2)相同字母不得相鄰之機率為______。

答案：(1)$\frac{2}{35}$　(2)$\frac{8}{35}$

解析：(1)$\frac{3!\times 2!\times 4\times 3\times 2}{7!}=\frac{2}{35}$，另解$\frac{3!\times C_3^4}{\frac{7!}{3!2!}}=\frac{2}{35}$

(2)「先排 b、b、c、d 再插入 3 個 a」，再扣除 bb 相連者 $\dfrac{\frac{4!}{2!}C_3^5-3!C_3^4}{\frac{7!}{3!2!}}=\dfrac{8}{35}$

37、一袋中有 3 紅球、5 白球、2 黑球。今從袋中每次取一球，則：

(1)連取三球，每次取後均放回，則取得三球異色的機率是______。

(2)連取三球，若取後不放回，則第 3 次取到紅球的機率是______。

答案：(1) $\dfrac{9}{50}$；(2) $\dfrac{3}{10}$

解析：(1) $P(\text{三球異色})=3!\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{5}{10}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{9}{50}$。

(2) $P(\text{第3次取到紅球})=\dfrac{3}{10}$（每次取到紅球的機率均相等）。

$\therefore P(A)=\dfrac{9!}{6!3!}\times(\dfrac{1}{2})^6\cdot(\dfrac{1}{2})^3\cdot(\dfrac{1}{2})=\dfrac{21}{256}$。

38、擲一均勻硬幣，則恰在第 10 次出現第 7 個正面的機率是______。

答案：$\dfrac{21}{256}$

解析：A 表出現第 7 個正面的事件，即前九次中出現六次正面、三次反面

39、小愷打棒球，平均每 5 次打擊可擊出一支安打，那麼小愷至少要打擊______次才能使至少擊出一支安打的機率大於 0.99。($\log 2=0.3010$)

答案：21

解析：設至少須擊出 n 次，$\therefore 1-(\dfrac{4}{5})^n\ge 0.99$，$\therefore(\dfrac{4}{5})^n\le 0.01$，$\therefore n(2\log 2-\log 5)\le -2$

$\therefore n\ge\dfrac{2}{\log 5-2\log 2}=20.6\cdots,\ \therefore n=21$。

40、設甲袋有 2 個白球，3 個黃球，乙袋有 4 個白球，3 個黃球，今自甲袋中取出一球放入乙袋，再由乙袋取出三球，則

(1)此三球爲同色球之機率爲_______，(2)此三球爲 2 個白球 1 個黃球的機率爲_______。

答案：$\dfrac{23}{140},\ \dfrac{33}{70}$

解析：(1) $\dfrac{2}{5}\times(\dfrac{C_3^5+C_3^3}{C_3^8})+\dfrac{3}{5}\times(\dfrac{C_3^4+C_3^4}{C_3^8})=\dfrac{23}{140}$

(2) $\dfrac{2}{5}\times(\dfrac{C_2^5C_1^3}{C_3^8})+\dfrac{3}{5}\times(\dfrac{C_2^4C_1^4}{C_3^8})=\dfrac{33}{70}$

41、一袋中放有 5 顆編號爲 1 到 5 號大小相同的球，重複自袋中取球三次，每次取一球，取出記錄後放回，依次可得 x、y、z 三個號碼，則滿足 $x\ge y\ge z$ 的機率爲______，若改爲取出不再放回，則滿足 $x>y>z$ 的機率爲______。

答案：(1) $\dfrac{7}{25}$　(2) $\dfrac{1}{6}$

解析：(1) $\dfrac{H_3^5}{5^3}=\dfrac{7}{25}$ (2) $\dfrac{C_3^5}{5\times4\times3}=\dfrac{1}{6}$

42、特殊的骰子，六面分別記爲 1、2、3、5、6、7，丟骰子時每面出現之機會相等，若丟此特

殊的骰子大中小三粒，分別得到點數爲 x，y，z，則

(1)xy 爲偶數的機率爲______，(2)$xy+z$ 爲偶數的機率爲______。

答案：$\frac{5}{9}$, $\frac{13}{27}$

解析：(1)兩奇數之乘積爲奇數，$1-(\frac{2}{3})(\frac{2}{3})=\frac{5}{9}$

(2)兩奇數和或兩偶數和均爲偶數，$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{27}$

43、4 個人中，任意兩個人都不在同一月份出生的機率是______。

答案：$\frac{55}{96}$

解析：$P(\text{任兩人不在同一月份出生})=\frac{P_4^{12}}{12^4}=\frac{55}{96}$。

44、將 5 個不同的球丟入 3 個不同的箱子：

(1)每箱均有球之機率爲______，(2)恰有一個空箱之機率爲______。

答案：(1)$\frac{50}{81}$　　(2)$\frac{10}{27}$

解析：(1)$\frac{3^5-C_1^3\cdot 2^5+C_2^3\cdot 1^5}{3^5}=\frac{50}{81}$ (2)$\frac{C_1^3(2^5-2)}{3^5}=\frac{10}{27}$

45、6 對夫婦中任選 2 人，則

(1)兩人恰爲一對夫婦的機率是______；(2)兩人爲 1 男 1 女的機率是______。

答案：(1)$\frac{1}{11}$；(2)$\frac{6}{11}$

解析：(1)$P(\text{恰爲一對夫婦})=\frac{C_1^6}{C_2^{12}}=\frac{1}{11}$。

(2)$P(1\text{男}1\text{女})=\frac{C_1^6\times C_1^6}{C_2^{12}}=\frac{6}{11}$。

46、A、B 等八件相異物品，被分爲 2 件、3 件、3 件三堆，則

(1)A、B 二件物品恰在同一堆之機率爲______，

(2)A、B 均不在 2 件的那一堆中，且 A、B 不在同一堆之機率爲______。

答案：(1)$\frac{1}{4}$　(2)$\frac{9}{28}$

解析：(1)$\frac{C_3^6C_3^3+C_2^6C_1^4C_3^3\times 2}{C_2^8C_3^6C_3^3}=\frac{1}{4}$ (2)$\frac{C_2^6C_2^4C_2^2\times 2}{C_2^8C_3^6C_3^3}=\frac{9}{28}$

47、袋中有 2 紅球、3 白球。甲、乙兩人依次輪流，每次取一球，由甲先取。若甲在乙取到白球前取到紅球，則甲勝；若乙在甲取到紅球前取到白球，則乙勝。

(1)若每次取後即放回，則甲勝的機率是______。

(2)若每次取後不放回，則甲勝的機率是______。

答案：(1)$\frac{10}{19}$；(2)$\frac{1}{2}$

解析：(1)$P(\text{甲勝})=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\cdots=\frac{2}{5}(\frac{1}{1-\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}})=\frac{10}{19}$。

(2) $P(甲勝)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ 。

48、甲、乙兩人對弈，依兩人實力，每一局甲贏之機率爲$\frac{3}{5}$，乙贏之機率爲$\frac{2}{5}$，沒有和局。在一棋賽中，兩人作最後之冠軍決賽，規定先贏 4 局的人獲勝。試求甲獲冠軍之機率_______。

答案：$\frac{55485}{78125}$

解析：甲榮獲冠軍之道，有下列 4 種對於乙的勝負之比：4:0, 4:1, 4:2, 4:3

4:0 是甲連贏 4 場，其機率爲$(\frac{3}{5})^4$

4:1 是前 4 局中甲 3 勝 1 敗，而在第 5 局又贏，其機率爲$C_3^4(\frac{3}{5})^3\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=C_3^4(\frac{3}{5})^4\cdot\frac{2}{5}$

4:2 是前 5 局中甲 3 勝 2 敗，而在第 6 局又贏，其機率爲$C_3^5(\frac{3}{5})^3\cdot(\frac{2}{5})^2\cdot\frac{3}{5}=C_3^5(\frac{3}{5})^4\cdot(\frac{2}{5})^2$

4:3 是前 6 局中甲 3 勝 3 敗，而在第 7 局又贏，其機率爲$C_3^6(\frac{3}{5})^3\cdot(\frac{2}{5})^3\cdot\frac{3}{5}=C_3^6(\frac{3}{5})^4\cdot(\frac{2}{5})^3$

故甲榮獲冠軍之機率爲

$$(\frac{3}{5})^4+C_3^4(\frac{3}{5})^4\cdot\frac{2}{5}+C_3^5(\frac{3}{5})^4\cdot(\frac{2}{5})^2+C_3^6(\frac{3}{5})^4\cdot(\frac{2}{5})^3=(\frac{3}{5})^4[1+4\cdot\frac{2}{5}+10\cdot(\frac{2}{5})^2+20\cdot(\frac{2}{5})^3]$$

$$=(\frac{81}{625})[\frac{125+200+200+160}{125}]=\frac{55485}{78125}$$

49、一袋中有 1 號球 1 個，2 號球 2 個，3 號球 3 個，……，n 號球 n 個。今自袋中任取一球。

(1)若取得 r 號球，就可得 r 元，試求其數學期望值______________。

(2)若取得 r 號球，就可得r^2元，試求其數學期望值______________。

(3)若取得 r 號球，就可得 $n+1-r$ 元，試求其數學期望值_________。

答案：(1) $\frac{2n+1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}n(n+1)$ (3) $\frac{n+2}{3}$

解析：球的總個數爲$1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$

(1)所求期望值爲$\sum_{r=1}^{n}r\cdot\frac{r}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{\sum_{r=1}^{n}r^2}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{2n+1}{3}$

(2)所求期望值爲$\sum_{r=1}^{n}r^2\cdot\frac{r}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{\sum_{r=1}^{n}r^3}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{[\frac{1}{2}n(n+1)]^2}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{1}{2}n(n+1)$

(3)所求期望值爲$\sum_{r=1}^{n}(n+1-r)\cdot\frac{r}{\frac{1}{2}n(n+1)}=\frac{(n+1)\sum_{r=1}^{n}r-\sum_{r=1}^{n}r^2}{\frac{1}{2}n(n+1)}=(n+1)-\frac{2n+1}{3}=\frac{n+2}{3}$

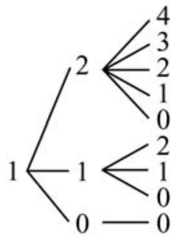
50、一個細胞經 1 分鐘以後變成 2 個、1 個、0 個細胞的機率分別爲$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{6}$，試求

(1)一個細胞 2 分鐘後變成 0 個細胞的機率爲何？____________

(2)一個細胞 2 分鐘後變成 2 個細胞的機率爲何？____________

答案：(1) $\frac{7}{27}$ (2) $\frac{31}{108}$

解析：



$(1)\frac{1}{6}\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6})=\frac{7}{27}$

$(2)\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{3})=\frac{31}{108}$

51、甲、乙等 12 人任意分配住入 A，B，C 三寢室。A 室住 3 人，B 室住 4 人，C 室住 5 人。試求甲、乙兩人同住一室的機率__________________。

答案：$\frac{19}{66}$

解析：甲、乙二人同住 A 室的機率爲 $\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}=\frac{1}{22}$

甲、乙二人同住 B 室的機率爲 $\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$

甲、乙二人同住 C 室的機率爲 $\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}=\frac{5}{33}$

甲、乙二人同住一室的機率爲 $\frac{1}{22}+\frac{1}{11}+\frac{5}{33}=\frac{19}{66}$

52、將甲、乙等 10 人任意等分爲兩隊作籃球比賽。試求甲、乙兩人在同一隊之機率__________。

答案：$\frac{4}{9}$

解析：

從 10 人中任選 5 人成一隊，其餘未選上的 5 人自成另一隊，選法有 $C_5^{10}\ C_5^5$ 種。

甲、乙在同一隊。其他 8 人中選 3 人配上甲、乙變成 5 人一隊，選法有 $C_3^8\ C_5^5$ 種。

故甲、乙兩人在同一隊的機率爲

$$\frac{C_3^8\cdot C_5^5}{\frac{C_5^{10}\cdot C_5^5}{2!}}=\frac{2\cdot C_3^8}{C_5^{10}}=2\cdot\frac{\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3!}}{\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{5!}}=2\cdot\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3!}\cdot\frac{5!}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=\frac{4}{9}$$ 。

53、設 A, B 表二事件。若 $P(A\cup B)=\frac{3}{5},\ P(A')=\frac{2}{3},\ P(A\cap B)=\frac{1}{5}$，試求

(1) $P(A)$=_________， (2) $P(B)$=_________， (3) $P(A-B)$=_________。

答案：(1) $P(A)=1-P(A')=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ 。

(2)由 $P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A\cup B)$ ，得 $\frac{1}{3}+P(B)-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$，故 $P(B)=\frac{3}{5}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{7}{15}$ 。

(3) $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$ 。

54、有一枚奇異的硬幣，每投擲一次出現正面的機率爲 $\frac{4}{7}$ 。今連擲 9 次，試求全部出現同一面的機率=＿＿＿＿＿＿及正反交替出現的機率=＿＿＿＿＿＿＿。

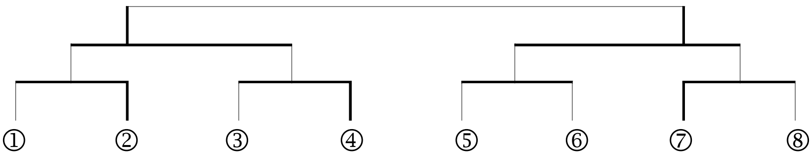
答案：全部出現同一面的機率爲 $(\frac{4}{7})^9+(\frac{3}{7})^9=\frac{40261}{5764801}$

正反交替出現的機率爲 $(\frac{4}{7})^5\cdot(\frac{3}{7})^4+(\frac{4}{7})^4\cdot(\frac{3}{7})^5=(\frac{4}{7})^4\cdot(\frac{3}{7})^4=\frac{20736}{5764801}$

55、甲、乙等八支球隊舉行分組淘汰賽。甲隊最強，沒有一隊可以贏它，乙隊次強，除甲隊外沒有其他隊可以贏它，試求乙隊獲得亞軍的機率=＿＿＿＿＿＿。

答案：$\frac{4}{7}$

解析：八支球隊分組淘汰賽的賽程分配如下：



8 枝籤，標明①,②,③,④,⑤,⑥,⑦,⑧八隊各抽一枝，若①,②,③,④叫做 A 群，⑤,⑥,⑦,⑧叫做 B 群，最後冠亞軍決賽必爲 A 群之最後勝利者和 B 群之最後勝利者對決。甲隊先抽一枝籤，剩下 7 枝籤，其中跟甲不同群的籤仍然有 4 枝，乙隊只要而且必須抽到其中一枝籤，可在最後一場與甲隊決賽。乙隊獲得亞軍之機率爲 $\frac{4}{7}$ 。

56、投擲四粒公正的骰子，若出現四粒骰子點數相同時，可得獎金 2160 元，若出現四粒骰子點數相連時，可得獎金 648 元，若出現兩種點數各兩粒時，可得獎金 216 元，則其獎金的期望值爲＿＿＿＿元，又發生兩種點數各兩粒之機率爲＿＿＿＿。

答案：61, $\frac{5}{72}$

解析：

骰子	四同	四粒相連	兩兩相同
機率	$\frac{6}{6^4}$	$\frac{3\times4!}{6^4}$	$\frac{C_2^6\times\frac{4!}{2!2!}}{6^4}$

$2160\times\frac{1}{216}+648\times\frac{12}{216}+216\times\frac{15}{216}=61$ ； $\frac{C_4^6\times\frac{4!}{2!2!}}{6^4}=\frac{5}{72}$

57、將 4 個球任意分配到 3 個箱子中，則均無空箱之機率爲＿＿＿＿，又對空箱個數的數學期望值爲＿＿＿＿。

答案：$\frac{4}{9}$, $\frac{16}{27}$

解析：$4=(2,1,1)$，$\dfrac{\dfrac{C_2^4C_1^2C_1^1}{2!}\times 3!}{3^4}=\dfrac{4}{9}$

空箱數	2	1	0
機率	$\dfrac{C_1^3\times 1^4}{3^4}$	$\dfrac{C_1^3(2^4-2)}{3^4}$	$\dfrac{4}{9}$

$2\times\dfrac{1}{27}+1\times\dfrac{14}{27}=\dfrac{16}{27}$

58、某次測驗考複選題，每題有五個選項，其中正確選項不止一個（即至少有二個正確選項），若完全答對可得 5 分，否則倒扣 K 分，欲使完全不會隨意瞎猜的考生得分的期望值爲 0，則 $K=$_______，又正確選項恰有三個的機率爲_______。

答案：$\dfrac{1}{5}$，$\dfrac{5}{13}$

解析：已知至少有 2 個正確選項之情形有 $C_2^5+C_3^5+C_4^5+C_5^5=26$，猜對機率 $\dfrac{1}{26}$，猜錯機率 $\dfrac{25}{26}$，

$5\times\dfrac{1}{26}+(-K)\times\dfrac{25}{26}=0\quad\therefore K=\dfrac{1}{5}$

正確選項恰有 3 個的機率爲 $\dfrac{C_3^5}{26}=\dfrac{10}{26}=\dfrac{5}{13}$

60、一屋於一年內失火被燒毀的機率是 $\dfrac{1}{50000}$，失火殃及鄰屋的機率是 $\dfrac{1}{60}$，今有甲、乙兩屋相鄰，其中甲保火險 480 萬元，則甲一年最少應付______元(取整數)保費才合理。

答案：98

解析：期望值 $=4800000\times(\dfrac{1}{50000}+\dfrac{1}{60}\times\dfrac{1}{50000})=97.6$（元），∴保費至少 98 元才合理。

61、投擲三枚公正的硬幣，若出現三枚同一面時，可獲得 10 元，若出現二正面一反面時，可獲得 2 元，若出現二反面一正面時，要賠 6 元，則其報酬的期望值爲_______元。

答案：1

解析：$10\times\dfrac{2}{8}+2\times\dfrac{3}{8}+(-6)\times\dfrac{3}{8}=1$

62、將大小相同的 3 個黑球，2 個白球排成一列，觀察其顏色由左而右恰變色兩次的機率爲_______，又求其變色次數的期望值爲_______。

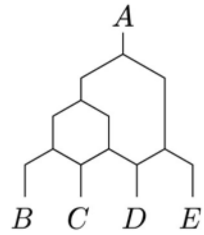
答案：$\dfrac{3}{10}$，$\dfrac{12}{5}$

解析：白黑白或黑白黑：$\dfrac{1+2}{\dfrac{5!}{3!2!}}=\dfrac{3}{10}$

變色次數	1	2	3	4
機率	$\dfrac{2}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{4}{10}$	$\dfrac{1}{10}$

$1\times\dfrac{2}{10}+2\times\dfrac{3}{10}+3\times\dfrac{4}{10}+4\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{24}{10}=\dfrac{12}{5}$

63、一球由入口 A 投入，若在每個交叉處，球道選擇機率相等，且球由 B, C, D, E 處出口，依次可得「-800元」、「-240元」、「$+200$元」、「$+600$元」，則投入一球的期望值是______元。



答案：65

解析：

$$P(B)=(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8},\ P(C)=(\frac{1}{2})^3+(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{4},\ P(D)=(\frac{1}{2})^3+(\frac{1}{2})^2=\frac{3}{8},\ P(E)=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$$

$\therefore$期望值$=\frac{1}{8}\times(-800)+\frac{1}{4}\times(-240)+\frac{3}{8}\times 200+\frac{1}{4}\times 600=65$（元）。

64、根據過去資料顯示，一個 60 歲的人在一年內死亡的機率爲 0.08%，生病住院之機率爲 6%，某人 60 歲投保 100 萬元之人壽保險 1 年期，於保險期間若死亡，則保險公司給付 100 萬元，若生病住院，則給付 1 萬元，今保險公司欲得利潤之期望值爲 600 元，則應收保費多少元？

答案：

保險公司支出	100 萬元	1 萬元
機率	0.08%	6%

$$1000000\times 0.08\%+10000\times 6\%=800+600=1400,\ 1400+600=2000$$