<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高三數學平時測驗　　日期：97.01.08</td></tr>
<tr><td>範<br>圍</td><td>Book4<br>排列、組合</td><td>班級<br>座號</td><td>三年　　班</td><td>姓<br>名</td><td></td></tr>
</table>

一、選擇題 (每題 5 分)

1、 ( E ) 將 100 元兌成 5 元券，10 元券或 50 元券，兌法共有

(A)14 種 (B)15 種 (C)16 種 (D)17 種 (E)18 種

解析：設 5 元券 $x$ 張，10 元券 $y$ 張，50 元券 $z$ 張，$\therefore 100=5x+10y+50z$ ，$x+2y+10z=20$

$z=0$時，$x+2y=20$

| $x$ | 20 | 18 | $\cdots$ | 2 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | 1 | $\cdots$ | 9 | 10 |

，共 11 種

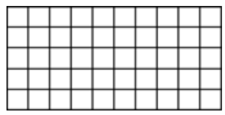
$z=1$時，$x+2y=10$

| $x$ | 10 | 8 | $\cdots$ | 2 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | 1 | $\cdots$ | 4 | 5 |

，共 6 種

$z=2$時，$x+2y=0 \Rightarrow x=0,\ y=0$ ，共 1 種，

合計 18 種



2、( C ) 如圖，每一個小格子都是一個正方形，其中長寬相差 2 的矩形共有

(A)56 (B)100 (C)156 (D)205 (E)825 個

解析：邊長$3\times1$, $4\times2$, $5\times3$, $6\times4$, $7\times5$　　$3\times1$, $4\times2$, $5\times3$

$(8\times5)+(7\times4)+(6\times3)+(5\times2)+(4\times1)=100$, $3\times10+2\times9+1\times8=56$，合計 156 個

3、( E ) 方程式$x+y+z+u\le 9$之正整數解之個數爲(A)$\sum_{k=1}^{9}H_k^4$ (B)$1+\sum_{k=1}^{5}H_4^k$ (C)$\frac{9!}{5!}$ (D)56 (E)126

解析：$x=x'+1, y=y'+1, z=z'+1,$ 其中正整數$x,y,z\in N \Rightarrow x',y',z'\in N\cup\{0\}$即非負整數

$x'+y'+z'+u'+t=5$之非負整數解爲$H_5^5=C_5^9=126$

4、( B ) 某班有 32 個同學，欲選舉一位班長，共提名 3 個同學甲、乙、丙出來候選。假設沒有廢票，開票數的分布情形共有多少種可能？

(A)468 種 (B)561 種 (C)4960 種 (D)5984 種 (E)6545 種

解析：$H_{32}^3=C_{32}^{34}=561$

5、( A ) 將 9 本不同的書，分成 3 組，每組 3 本，共有多少種分法？

(A)280 (B)560 (C)840 (D)1120 (E)1680

解析：$\frac{C_3^9C_3^6C_3^3}{3!}=280$

6、( E ) 將$(10.2)^5$展開後，百位數字爲$x$，個位數字爲$y$，小數點後第二位爲$z$，則

(A) $x=0$ (B) $y=0$ (C) $z=0$ (D) $x=8$ (E) $z=8$

解析：$(10+0.2)^5=1\times10^5+5\times10^4\times0.2+10\times10^3\times(0.2)^2+10\times10^2\times(0.2)^3+5\times10\times(0.2)^4+(0.2)^5$

$=10^5+10^4+400+8+0.08+(0.2)^5$ ，$\therefore x=4,\ y=8,\ z=8$

二、填充題 (每題 10 分)

1、 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 十個數字，若數字不可重覆使用，則可構成______個不同的三位數，其中偶數有______個。

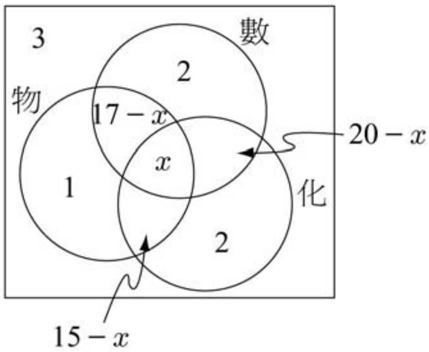
答案：648；328

解析：三位數的百位數有 9 種取法，十位數有 9 種取法，個位數有 8 種取法

$\therefore$不同的三位數共有$9\times9\times8=648$（個），其中奇數有 $\underset{\uparrow\text{個位}}{5}\times\underset{\uparrow\text{百位}}{8}\times\underset{\uparrow\text{十位}}{8}=320$（個）

$\therefore$偶數有$648-320=328$（個）。

2、 某班學生 50 人，此次段考中，數學及格者有 34 人，物理及格者有 28 人，化學及格者有 32 人，數學、物理及格者 17 人，物理、化學及格者 15 人，數學、化學及格者 20 人，三科都不及格的有 3 人，則三科都及格的有______人，恰有一科及格的有______人。




答案：5；5

解析：$A$：數學及格者所成之集合，

$B$：物理及格者所成之集合

$C$：化學及格者所成之集合，設三科都及格者有 $x$ 人

$\therefore n(A\cup B\cup C)=50-3=47=34+28+32-17-15-20+x$，$\therefore x=5$(人)

$\therefore$恰有一科及格者有$2+1+2=5$(人)。

3.、 從 201 到 500 的整數中，3 或 5 的倍數共_______個，又是 3 的倍數，又與 5 互質的數共有_______個。

答案：140, 80

解析：201 到 500 的整數中 3 的倍數共有$[\frac{498}{3}]-[\frac{201}{3}]+1=100$ 個，

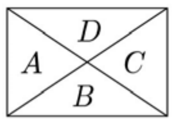
201 到 500 的整數中 5 的倍數共有$[\frac{500}{5}]-[\frac{205}{5}]+1=60$ 個，

201 到 500 的整數中 15 的倍數共有$[\frac{495}{15}]-[\frac{210}{15}]+1=20$ 個，

故 201 到 500 的整數中 3 或 5 的倍數共$100+60-20=140$ 個

又 201 到 500 的整數中是 3 的倍數又與 5 互質的數共有$100-20=80$ 個

4、 以五種不同顏色塗下圖，顏色可重覆使用，但相鄰必須異色，則塗法有______種。




答案：260

解析：　塗色次序 $A\to C\to B\to D$

若 $A, C$ 同色，則塗法有$5\times1\times4\times4=80$（種）

若 $A, C$ 異色，則塗法有$5\times4\times3\times3=180$（種），

$\therefore$塗法共有$80+180=260$（種）。

5、 動物園共有 4 個出入口，今甲、乙、丙三人，分別由不同之入口進入動物園，由不同之出口離開動物園，且則此三人進出之方法共有_______種，若又增加規定甲、乙、丙三人均不得由同一出入口進出，則此三人進出之方法共有_______種。

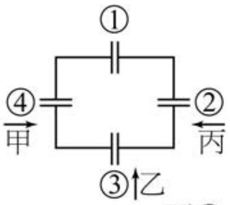
答案：576, 264

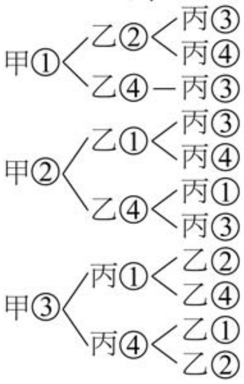
解析：

(1) $(4\times3\times2)\times(4\times3\times2)=576$

(2)進入方式有$4\times3\times2=24$種，

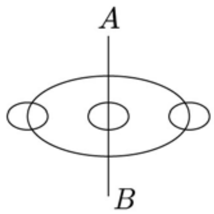
出去時，例如：甲自④進，乙自③進，丙自②進




共 11 種，故進出共有 $24\times 11=264$ 種

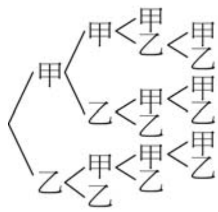
6、下圖中自 $A$ 到 $B$ 一筆畫成，畫法有______種。




答案：1296

解析：$3!\times 3!\times 3!\times 3!=1296$（種）。

7、 甲乙二校比賽排球，每場必分出勝負，若規定甲校先勝 3 場，則甲校獲勝，乙校先勝 2 場，則乙校獲勝，則比賽之所有可能情形有_______種，其中甲校勝之情形有_______種。




答案：10, 4

解析：樹狀圖：

比賽情形共 10 種，甲校勝之情形共 4 種

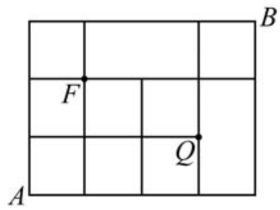
8、 一袋中有壹千元鈔票 2 張，伍佰元鈔票 4 張，百元鈔票 3 張，自袋中每次至少取一張，則 (1) 共有_______種取法。 (2) 取出之金額共有_______種不同之款項。

答案：(1) 59 (2) 35

解析：(1) 取法 $(2+1)\times(4+1)\times(3+1)-1=59$

(2) 取出金額，因伍佰元 4 張價值大於壹仟元，故將千元鈔換爲伍佰元鈔，得伍佰元鈔共 8 張，百元鈔 3 張，故取出之金額共有 $(8+1)\times(3+1)-1=35$ 種不同的款項

9、如圖由 $A$ 走到 $B$ 只能向右或向上走，則



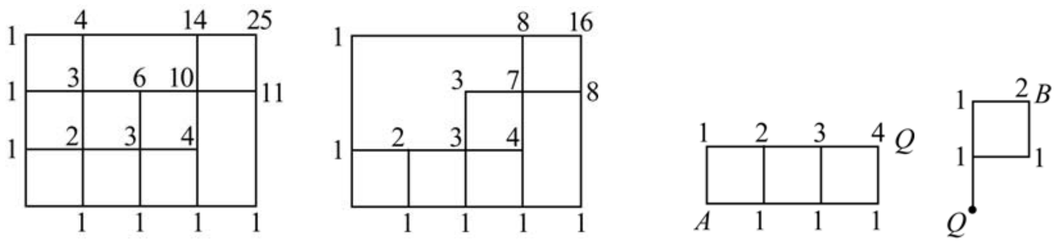

(1) (  ) 由 $A$ 走到 $B$ 共有多少種走法？

(2) (  ) 由 $A$ 走到 $B$ 不經過 $P$ 之走法有多少種？

(3) (  ) 由 $A$ 走到 $B$，經過 $Q$ 之走法有多少種？

答案：(1) 25 種 (2) 16 種 (3) 8 種

解析： (1) (2) (3)



(3)$A$ 先到 $Q$ 有 4 種，$Q$ 再到 $B$ 有 2 種，故 $4\times 2=8$，共 8 種

10、將「庭院深深深幾許」七個字作一直線排列，其中

(1)三個「深」字完全連在一起的排列法有_______種，

(2)三個「深」字完不全連在一起的排列法有_______種，

(3)三個「深」字完全分開的排列法有_______種，

(4)三個「深」字不完全分開的排列法有_______種，

(5)三個「深」字不完全連在一起也不完全分開的排列法有_______種。

答案：(1)120, (2)720, (3)240, (4)600, (5) 480

解析：七個字作直線排列之排法有 $\dfrac{7!}{3!}=840$，

(1) 三個「深」完全相連之排法有 $5!\times\dfrac{3!}{3!}=120$，

(2) 不完全相連的排列法有 $840-120=720$

(3) 三個「深」完全分開之排法有 $4!\times C_3^5=4!\times\dfrac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1}=240$

(4) 不完全分開之排列法有 $840-240=600$

(5) 不完全相連也不完全分開之排列法有 $720-240=480$

11、五對夫婦圍一圓桌而坐，(1)每對夫婦都相鄰，共有_______種就座法，另外

(2)若同性不相鄰，共有_______種就座法。

答案：768, 2880

解析：(1) $\dfrac{5!}{5}\times 2^5=768$　　(2)男性先入坐座，女生再插入男生之間 $\dfrac{5!}{5}\times 5!=2880$

12、將 3 個蘋果、4 個桃子、2 個李子全部分給 9 個兒童，每人至多得一個，共有_______種不同的分法。若分給 11 個兒童，每人至多得一個，則共有_______種不同的分法。

答案：1260, 69300

解析：(1) $\dfrac{9!}{3!4!2!}=1260$　(2)多 2 個╳╳參予分配　$\dfrac{11!}{3!4!2!2!}=69300$

13、5 件不同的禮物分給甲、乙、丙、丁四人，甲、乙二人每人至少得 1 件的方法數爲______種。

答案：570

解析：反面作法：全－甲沒得－已沒得＋(甲乙皆沒得)

方法數 $=4^5-3^5-3^5+2^5=570$（種）。

14、某人上樓共有 7 級階梯，他上樓的方式，或跨一階或跨二階，則鴻安上樓的方法共有____種。

答案：20

解析：設跨一階 $x$ 次，跨二階 $y$ 次 $\therefore x+2y=7$

| $x$ | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| $y$ | 3 | 2 | 1 |

$\dfrac{4!}{3!}+\dfrac{5!}{3!2!}+\dfrac{6!}{5!}=20$

15、8 人圍一正方形的桌子而坐，每邊坐 2 人，共有_______種就座法。

$\boxed{\text{答案}}$：10080

$\boxed{\text{解析}}$：同一環狀排列可從一邊的左方或右方開始排列共$\dfrac{8!}{8}\times 2=10080$

16、甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，求下列各情形的排列數：

(1)任意排列_____種；(2)甲、乙兩人相鄰_____種；(3)甲、乙、丙三人彼此均不相鄰____種。

$\boxed{\text{答案}}$：(1)120；(2)48；(3)12

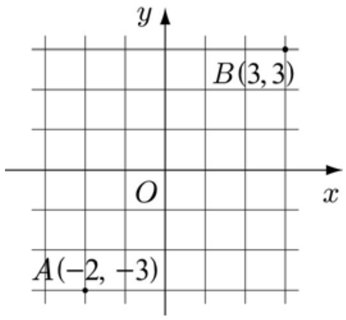
$\boxed{\text{解析}}$：

(1)任意排列有$5!=120$（種）。

(2)甲、乙兩人相鄰可視爲一人，方法有$4!\times 2!=48$（種）。

(3)彼此不相鄰即其他人先排再插入空隙，方法有$2!\times P_3^3=12$（種）。

17、在直角坐標平面上有點$A(-2,-3)$，點$B(3,3)$及原點$O$，由$A$到$B$走捷徑且必經過原點的走法有______種。




$\boxed{\text{答案}}$：200

$\boxed{\text{解析}}$：由$A\to O\to B$走捷徑，方法有$\dfrac{5!}{2!3!}\times\dfrac{6!}{3!3!}=200$（種）。

18、用五種不同的顏色塗在下列各區域中，且相鄰不同色，則各小題塗色的方法有多少種？

(1) (2) (3)




$\boxed{\text{答案}}$：(1)260 種　(2)320 種　(3)3380 種

$\boxed{\text{解析}}$：(1)甲、丁同色：$5\times 4\times 1\times 4=80$

甲、丁異色：$5\times 4\times 3\times 3=180$，

故有$5\times 4\times(4+9)=260$種

(2)先塡乙再塡甲,丙,丁，有$5\times 4\times 4\times 4=320$

(3)甲、戊、丙同色：$5\times 1\times 1\times 4\times 4\times 4=320$

甲、戊同色但丙與戊異色：$5\times 1\times 4\times 4\times 3\times 3=720$

甲、戊異色但丙與戊同色：$5\times 4\times 1\times 3\times 3\times 4=720$

甲、戊異色且丙與戊異色(且甲、丙同色)：$5\times 4\times 1\times 3\times 3\times 3=540$

甲、戊異色且丙與戊異色(且甲、丙異色)：$5\times 4\times 3\times 3\times 2\times 3=1080$

$\therefore$共有$320+720\times 2+540+1080=3380$

即有$5\times 4\times(4+9)^2=3380$

19、渡船有$A$、$B$、$C$三艘，每艘可載 4 人，請問 6 人同時渡河的安全渡法有______種。

$\boxed{\text{答案}}$：690

$\boxed{\text{解析}}$：安全渡過＝全部方法－（沉船數）（即(6, 0, 0), (5, 1, 0)皆沉船）

$=3^6-C_6^6\times P_1^3-C_5^6C_1^1\times P_2^3=690$（種）。

20、將 1 到 5 號的球，隨意丟入 1 到 5 號的五個洞中，每個洞內恰有一球，則恰有 1 個球號與洞號相同的情形有_______種，球號與洞號均不同的情形有_______種。

$\boxed{\text{答案}}$：45, 44

$\boxed{\text{解析}}$：錯排：

(1) $C_1^5\times(4!-C_1^4\times3!+C_2^4\times2!-C_3^4\times1!+C_4^4\times0!)=45$

(2) $5!-C_1^5\times4!+C_2^5\times3!-C_3^5\times2!+C_4^5\times1!-C_5^5\times0!=44$

21、甲乙丙等七人排成一列，則

( 1 ) (　　) 若甲乙丙三人均不相鄰，則共有多少種排法？

( 2 ) (　　) 若甲不得排首位，乙不得排末位，則共有多少種排法？

答案：( 1 ) 1440　( 2 ) 3720

解析：( 1 ) $4!\times P_3^5=1440$

( 2 ) 甲排首位有$6!=720$種，乙排末位有$6!=720$種，

甲排首位且乙排末位有$5!=120$種，全部七人任意排列有$7!=5040$種，

$\therefore$甲不排首位，乙不排末位有$5040-720-720+120=3720$

22、將"swimming"一字中之字母全取而排列之，

( 1 ) 若任意排列之共有_______種排法，

( 2 ) 母音不得在字首，子音不得在字尾共有_______種排法，

( 3 ) 同字母不相鄰，則共有_______種排法。

答案：( 1 ) 10080　( 2 ) 2160　( 3 ) 5760

解析：( 1 ) $\dfrac{8!}{2!2!}=10080$

( 2 ) 字尾先排 i，另一 i 排於字首以外的 6 個位置之一，其餘任排$1\times6\times\dfrac{6!}{2!}=2160$

( 3 ) mm 相鄰有$\dfrac{7!}{2!}=2520$，ii 相鄰有$\dfrac{7!}{2!}=2520$，mm、ii 均相鄰有 6!=720

$10080-2520-2520+720=5760$

23、從 8 顆不同顏色的寶石中，任意取出 5 顆，串成一個手鐲，共有_______種不同的方法。

答案：$C_5^8\times\dfrac{5!}{5}\times\dfrac{1}{2}=672$

24、10 雙不同尺寸的鞋子，從中選取 4 隻，使得 4 隻均不成雙，共有______種選法。

答案：3360

解析：先取 4 雙鞋，再從每雙鞋中各選 1 隻$\Rightarrow C_4^{10}\times2^4=3360$（種）。

25、在$(a+b+c)^6$的展開式中，其各項係數和爲_______，又與$a^4b^2$同型的項有_______項。

答案：(1) $a=1,b=1,c=1$代入$\Rightarrow3^6=729$　(2) ○$^4$□$^2$ $\Rightarrow C_2^3\times2!=6$

↑ $a,b,c$ 三選二填入○□

26、將相同的玩具 9 件，依下列情形分給 5 人，則分法有幾種？

(1)任意分______種；(2)甲至少得 2 件______種；(3)每人至少得 1 件______種。

答案：(1)715；(2)330；(3)70

解析：(1)任意分，方法有$H_9^5=C_9^{13}=715$（種）。

(2)甲至少得 2 件，所以先給甲 2 件，$\therefore$方法有$H_7^5=C_7^{11}=330$（種）。

(3)每人至少得 1 件，所以先給每人 1 件，$\therefore$方法有$H_4^5=C_4^8=70$（種）。

27、有一群體有九位成員，其身高分別爲(單位：公分)

160, 163, 166, 170, 172, 174, 176, 178, 180，此九人的平均身高爲 171 公分。今隨機抽樣 3 人，

則抽到 3 人的平均身高等於母體平均身高的方法有______種。

答案：3

解析：

母體平均身高為 171 公分，則抽到 3 人身高的總和為$171\times3=513$

群體資料中僅有 163 為奇數故身高為 163 公分之人必在抽樣的 3 人之中

$513-163=350\Rightarrow$另兩人身高和為 350 公分

$\therefore$可能抽樣為：$(163,174,176),(163,170,180),(163,172,178)\Rightarrow$有 3 種

28、有 3 個罐子及四種不同的調味醬，每個罐子，只能選一種調味醬倒入，任一種調味醬均有足夠的份量倒 3 罐，則

(1)若罐子不同，每罐內調味醬也不同，則其方法有_______種。

(2)若罐子不同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有_______種。

(3)若罐子相同，每罐內調味醬也不同，則其方法有_______種。

(4)若罐子相同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有_______種。

答案：$(1)\ 4\times3\times2=24$ $(2)\ 4^3=64$ $(3)\ C_3^4=4$ $(4)\ H_3^4=C_3^6=20$

29、自“cocacola”一字中的字母，任取三個字母排成一列，則有______種不同的排法。

答案：52

解析：c：3 個， o：2 個， a：2 個， l：1 個

| | 選法 | 排列 |
|---|---|---|
| 三同 | 1 | $1\times\frac{3!}{3!}=1$ |
| 二同一異 | $C_1^3\cdot C_1^3=9$ | $9\times\frac{3!}{2!}=27$ |
| 三異 | $C_3^4=4$ | $4\times3!=24$ |

$\therefore$方法共有$1+27+24=52$（種）。

30、(1)5 件不同的玩具分給甲 2 件，乙 1 件，丙 2 件，則其分法有_______種。

(2)5 件不同的玩具分成 2 件，2 件，1 件等三堆，則其分法有_______種。

(3)5 件不同的玩具按 2 件，2 件，1 件之分配，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有___種。

答案：$(1)\ \frac{C_2^5C_1^3C_2^2}{2!}\times1\times2!=30$ $(2)\ \frac{C_2^5C_1^3C_2^2}{2!}=15$ $(3)\ \frac{C_2^5C_1^3C_2^2}{2!}\times3!=90$

31、若$(x^2+\frac{k}{x})^{12}$展開式中，$x^{18}$項的係數是 264，則$k=$______。

答案：$\pm2$

解析：一般項為$C_a^{12}\cdot(x^2)^a\cdot(\frac{k}{x})^{12-a}=C_a^{12}\cdot k^{12-a}\cdot x^{3a-12}$

$\therefore x^{18}$項即$3a-12=18,\ \therefore a=10$代入

$\therefore$係數為 $264 = C_{10}^{12} \cdot k^2 \Rightarrow k^2 = 4,\ \therefore k = \pm 2$ 。

32、$(1+2x-x^2)^{10}$ 展開式中，$x^2$ 項的係數是______。

答案：170

解析：一般項為 $\dfrac{10!}{a!b!c!} \cdot 1^a \cdot (2x)^b \cdot (-x^2)^c = \dfrac{10!}{a!b!c!} \cdot 2^b \cdot (-1)^c \cdot x^{b+2c}$ ，其中 $a+b+c=10$

$\therefore$ $x^2$ 項即 $\begin{cases} a+b+c=10 \\ b+2c=2 \end{cases} \Rightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| $a$ | 8 | 9 |
| $b$ | 2 | 0 |
| $c$ | 0 | 1 |

$\therefore$係數為 $\dfrac{10!}{8!2!} \times 2^2 + \dfrac{10!}{9!} \times (-1) = 170$ 。

33、已知 $\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，則滿足 $1 - \dfrac{1}{3}C_1^n + (-\dfrac{1}{3})^2 C_2^n + \cdots + (-\dfrac{1}{3})^n C_n^n < \dfrac{1}{5000}$ 的最小正整數 $n$=______。

答案：22

解析：$1 - \dfrac{1}{3}C_1^n + (-\dfrac{1}{3})^2 C_2^n + \cdots + (-\dfrac{1}{3})^n C_n^n = [1 + (-\dfrac{1}{3})]^n = (\dfrac{2}{3})^n$

$\therefore (\dfrac{2}{3})^n < \dfrac{1}{5000}$（同取 log），$\therefore n(\log 2 - \log 3) < -\log 5000$ ，$n(0.3010 - 0.4771) < -3.699$

$\therefore n > \dfrac{3.699}{0.1761} = 21.\cdots$ ，$\therefore n = 22$ 。

34、在 $(1-x^2)+(1-x^2)^2+(1-x^2)^3+\cdots+(1-x^2)^{10}$ 展開式中，$x^6$ 項的係數是______。

答案：$-330$

解析：原式 $= \dfrac{(1-x^2)[(1-x^2)^{10}-1]}{(1-x^2)-1} = \dfrac{(1-x^2)^{11}-(1-x^2)}{-x^2}$

$\therefore$展開後 $x^6$ 項的係數 $= -(1-x^2)^{11}$ 的 $x^8$ 項係數 $= -C_7^{11} = -330$ 。

35、$(0.98)^4$ 取到小數點後第六位的近似值是______。

答案：0.922368

解析：$(0.98)^4 = (1-0.02)^4 = 1^4 + C_1^4 \cdot 1^3 \cdot (-0.02) + C_2^4 \cdot 1^2 \cdot (-0.02)^2 + C_1^4 \cdot 1 \cdot (-0.02)^3 + (-0.02)^4$

$\fallingdotseq 0.922368$ 。

34、$[x+(y-z)^2]^8$ 展開式中，共有______項；其中 $x^3y^7z^3$ 項的係數是______。

答案：81；$-6720$

解析：(1) $[x+(y-z)^2]^8 = \sum_{k=0}^{8} C_k^8 x^k [(y-z)^2]^{8-k}$ ，

$\therefore$項數有 $= 1+3+5+\cdots+17 = 81$（項）。$\Leftarrow (a+b)^n$ 展開後有 $n+1$ 項

(2)一般項為 $C_k^8 \cdot x^k \cdot [(y-z)^2]^{8-k} = \dfrac{8!}{k!(8-k)!} \cdot x^k \cdot [(y-z)^2]^{8-k}$ ，

$\therefore$ $x^3y^7z^3$ 項即將 $k=3$ 代入，得 $\dfrac{8!}{3!5!} \cdot x^3 \cdot (y-z)^{10}$ ，

$\therefore x^3y^7z^3$項的係數為$\dfrac{8!}{3!5!}\times\dfrac{10!}{7!3!}\times(-1)^3=-6720$ 。