高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：97.12.04					
範圍	Book3 空間向量	班級	三年　班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(B) 設 L_1，L_2 為二直線，且 L_1，L_2 均垂直 L 於點 P，則下列各敘述何者恆不真？

(A) $L_1 = L_2$　(B) $L_1 // L_2$　(C) $L_1 \perp L_2$　(D) L_1 不垂直於 L_2　(E) L_1，L_2 可決定一平面

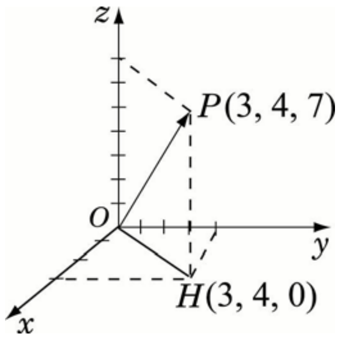
$\boxed{\text{解析}}$：$\because$ L_1 與 L_2 均垂直 L 於 P

$\therefore$①在平面上時，$L_1 = L_2$

②在空間上時，$L_1 \perp L_2$ 或 L_1 不垂直於 L_2 且 L_1 與 L_2 可決定一平面。

2、(B) 設坐標空間的原點為 O，點 P 的坐標為(3,4,7)。若 Q 點在 xy 平面上移動，問 Q 點為下列選項中哪一點時，$\angle POQ$ 最小？

(A)(3,3,0)　(B)(3,4,0)　(C)(4,3,0)　(D)(5,12,0)　(E)(12,5,0)



$\boxed{\text{解析}}$：P(3,4,7)在 xy 平面上的投影為 H(3,4,0),Q 在射線 $\overrightarrow{OH}$ 時 $\angle POQ$ 為最小，所以選(3,4,0)。

說明：平面 E 上有一點 O，平面 E 外有一點 P，$\overline{OP}$ 不垂直於平面 E，P 在 E 上的投影為 H，此時 $\angle POH$ 為一銳角，在 E 上取異於 O 點的動點 Q，使 $\angle POQ$ 為最小的時候，這個 $\angle POQ$ 就是 $\angle POH$。

3、(CD) 在空間中，兩條歪斜線在平面上的投影圖形有下列哪幾種？（複選）

(A)二平行線　(B)重合二直線　(C)一直線與線外一點

(D)相交於一點的二直線　(E)一點

$\boxed{\text{解析}}$：投影圖形為二平行線或一直線與線外一點或相交於一點的二直線。

4、(AB) 平面 E 上有直線 L 及線外一點 B，A 在平面外一點，下列敘述何者正確？

(A)若 $\overline{AB} \perp$ 平面 E，$\overline{BC} \perp L$ 於 C 則 $\overline{AC} \perp L$ 於 C

(B)若 $\overline{AB} \perp$ 平面 E，$\overline{AC} \perp L$ 於 C 則 $\overline{BC} \perp L$ 於 C

(C)若 $\overline{BC} \perp L$ 於 C 且 $\overline{AC} \perp L$ 於 C 則 $\overline{AB} \perp$ 平面 E

(D)若 $\overline{BC} \perp L$ 於 C，$\overline{AB} \perp \overline{BC}$，$D$ 為 L 上異於 C 之點，則 $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$

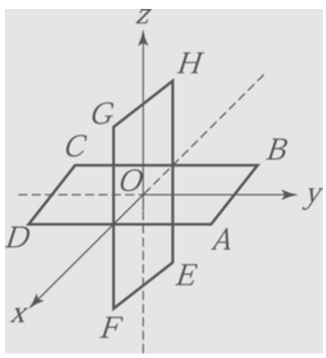
(E)若 $\overline{AC} \perp L$ 於 C，$\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 於 B，則 $\overline{AB} \perp$ 平面 E

$\boxed{\text{解析}}$：$\because$若 $\overline{BC} \perp L$ 於 C，$\overline{AC} \perp L$ 於 C 且 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 於 B，則 $\overline{AB} \perp$ 平面 E。

5、(AE) 設 $A(\sqrt{2}, 2, 0)$, $B(-\sqrt{2}, 2, 0)$, $C(-\sqrt{2}, -2, 0)$, $D(\sqrt{2}, -2, 0)$ 為一正立方體的四個頂點，則下列哪些點也為正立方體的頂點？（複選）

(A)$(\sqrt{2}, 0, 2)$　(B)$(0, 2, \sqrt{2})$　(C)$(\sqrt{2}, 2, 4)$　(D)$(\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2})$

(E)$(-\sqrt{2}, 0, -2)$



$\boxed{\text{解析}}$：$\because A(\sqrt{2}, 2, 0)$, $B(-\sqrt{2}, 2, 0)$, $C(-\sqrt{2}, -2, 0)$, $D(\sqrt{2}, -2, 0)$ 均在 xy 平面，

且 $\overline{AB} < \overline{AD}$，∴ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 爲正方體的稜∵平面 $EFGH$ 爲 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AD}$ 之中垂面，∴$G(\sqrt{2}, 0, 2), F(\sqrt{2}, 0, -2), H(-\sqrt{2}, 0, 2), E(-\sqrt{2}, 0, -2)$

7、(D)　設 $\vec{a}=(-2, 1, -1), \vec{b}=(4, x, y), \vec{c}=(z, 3, 1)$，若 $\vec{a}//\vec{b}$ 且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，求 $x+y+z=$？

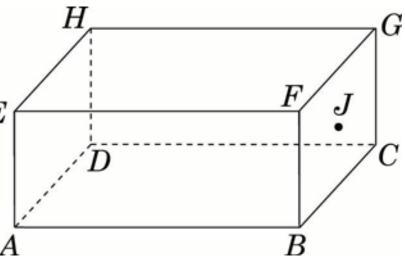
(A)–2　(B)–1　(C)0　(D)1　(E)–1

$\boxed{\text{解析}}$：∵ $\vec{a}//\vec{b}$，∴ $\dfrac{-2}{4}=\dfrac{1}{x}=\dfrac{-1}{y}$，∴ $x=-2,\ y=2$

$\vec{a}\perp\vec{c}$，∴ $-2z+3-1=0$，∴ $z=1$　　∴ $x+y+z=-2+2+1=1$

8、($\begin{smallmatrix}\text{AB}\\\text{CD}\end{smallmatrix}$)　如圖，$ABCD$-$EFGH$ 爲一平行六面體，J 爲四邊形 $BCGF$ 的中心，如果 $\overrightarrow{AJ}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AD}+c\overrightarrow{AE}$，試問下列哪些選項是正確的？ (A) $\dfrac{1}{3}<b<\dfrac{2}{3}$　(B) $a+b+c=2$

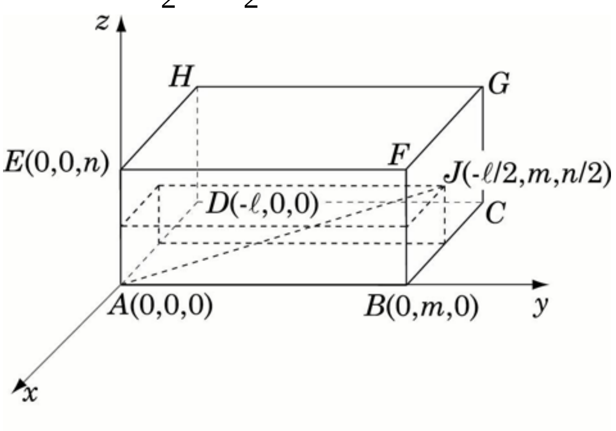
(C) $a=1$　(D) $a=2c$　(E) $a=b$



$\boxed{\text{解析}}$：建立空間直角坐標系：設 $A(0,0,0)$，$B(0,m,0)$，$D(-\ell,0,0)$，$E(0,0,n)$，

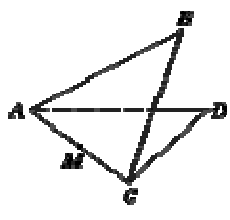
因爲 $J(-\dfrac{\ell}{2},m,\dfrac{n}{2})$ 所以 $\overrightarrow{AJ}=(-\dfrac{\ell}{2},m,\dfrac{n}{2})=\dfrac{1}{2}(-\ell,0,0)+(0,m,0)+\dfrac{1}{2}(0,0,n)=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

則 $a=1, b=\dfrac{1}{2}, c=\dfrac{1}{2}$。



二、填充題 (每題 10 分)

1、 一正方形紙片 $ABCD$，沿著對角線 $\overline{AC}$ 摺起，使平面 BAC 與平面 DAC 互相垂直，則 $\angle BCD=$_______度。

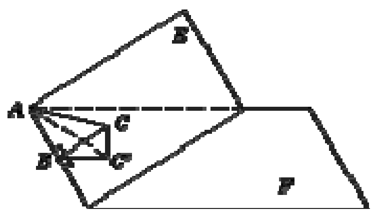


$\boxed{\text{答案}}$：60

$\boxed{\text{解析}}$：取 $\overline{AC}$ 中點 M　∴ $\overline{AM}=\overline{CM}=\overline{BM}=\overline{DM}=x$，又平面 BAC 與平面 DAC 互相垂直，∴ $\overline{BD}=\sqrt{2}x,\ \overline{BC}=\sqrt{2}x,\ \overline{CD}=\sqrt{2}x$　，　∴ $\angle BCD=60°$

2、 設二平面 E, F 相交於直線 AB，且兩平面交角爲 $60°$，在平面 E 上有一點 C，且 $\overline{AB}\perp\overline{BC}$，若 $\overline{AC}=5$，$\overline{BC}=4$，則 $\overline{BC}$ 在平面 F 之投影長爲_______；又 $\overline{AC}$ 在平面 F 之投影長爲_______。

$\boxed{\text{答案}}$：2; $\sqrt{13}$

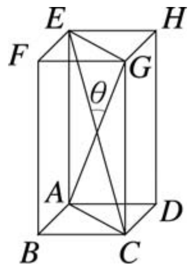


$\boxed{\text{解析}}$：

$\because \overline{BC}=4,\ \angle CBC'=60^\circ$，$\therefore \overline{BC'}=2$，$\overline{BC}$ 在平面 F 之投影長爲 2

$\because \overline{AC}=5,\ \overline{BC}=4 \quad \therefore \overline{AB}=3$，由三垂線定理得知

$\overline{BC'}\perp\overline{AB} \quad \therefore \overline{AC'}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，$\therefore \overline{AC}$ 在平面 F 之投影長爲 $\sqrt{13}$



3、 長方體（如圖）$ABCD$-$EFGH$，其中 $\overline{AB}=1,\ \overline{AD}=2,\ \overline{AE}=4$，若 $\overline{AG}$ 與 $\overline{CE}$ 之一夾角爲 θ，求 $\sin\theta=$________。

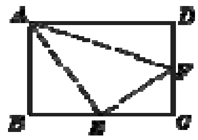
$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{8\sqrt{5}}{21}$

$\boxed{\text{解析}}$：建立坐標系，$A(0,0,0)$,$G(1,2,4)$,$C(1,2,0)$,$E(0,0,4)$

$\therefore \overrightarrow{AG}=(1,2,4),\ \overrightarrow{CE}=(-1,-2,4)$

$$\therefore \cos\theta=\frac{\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{CE}}{|\overrightarrow{AG}|\cdot|\overrightarrow{CE}|}=\frac{11}{\sqrt{21}\times\sqrt{21}}=\frac{11}{21}，\quad \therefore \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{\frac{320}{441}}=\frac{8\sqrt{5}}{21}$$

4、 正方形紙片 $ABCD$，$\overline{AB}=10$，E, F 分別爲 $\overline{BC},\ \overline{CD}$ 的中點，以 $\overline{AE},\ \overline{AF},\ \overline{EF}$ 爲摺線往上摺，使 B, C, D 三點合而爲一，可形成一四面體，則此四面體的體積爲_______。



$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{125}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：設 B, C, D 三點合於一點 O，$\therefore \overline{OA}\perp\overline{OF},\ \overline{OA}\perp\overline{OE},\ \overline{OE}\perp\overline{OF}$

$\therefore OAEF$ 的四面體體積$=\dfrac{1}{6}\times\overline{OE}\times\overline{OF}\times\overline{OA}=\dfrac{1}{6}\times5\times5\times10=\dfrac{125}{3}$

5、 有一四面體 $OABC$，它的一個底面 ABC 是邊長爲 4 的正三角形，且知 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=a$；如果直線 OA 與直線 BC 間的公垂線段長(亦即此兩直線間的距離)是 $\sqrt{3}$，則 $a=$____________。

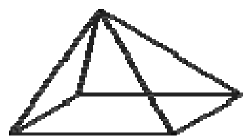
$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{8}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：取 $\overline{BC}$ 的中點 M,作 $\overline{MN}\perp\overline{OA}$,則 $\overline{MN}$ 爲 $\overline{OA}$ 的公垂線段長，$\therefore \overline{MN}=\sqrt{3}$

$\because \overline{AM}=2\sqrt{3},\ \overline{MN}=\sqrt{3}\Rightarrow\angle OAM=30^\circ$；$\Delta OBM$ 中，$\overline{OM}=\sqrt{\overline{OB}^2-\overline{BM}^2}=\sqrt{a^2-4}$

ΔOAM 中，$\cos30^\circ=\dfrac{a^2+12-(a^2-4)}{2\cdot a\cdot2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow a=\dfrac{8}{3}$

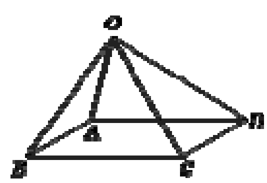
6、 如圖，有一個稜長均爲 2 的金字塔形，設其正三角形的斜面中相鄰之二面的夾角爲 α，正三角形的斜面與正方形的底面之夾角爲 β，則 $\cos\alpha=$______________，$\cos\beta=$___________。



$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{-1}{3}$；$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：取 $\overline{OC}$ 中點 $M \quad \therefore \overline{BM}\perp\overline{OC},\ \overline{DM}\perp\overline{OC}$

$\therefore \angle BMD=\alpha$，$\overline{BM}=\sqrt{3},\ \overline{DM}=\sqrt{3},\ \overline{BD}=2\sqrt{2}$



$\therefore \cos\alpha = \dfrac{3+3-8}{2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{-1}{3}$

取 $\overline{CD}$ 中點 E，$\overline{AB}$ 中點 F $\quad \therefore \overline{EF} \perp \overline{CD},\ \overline{OE} \perp \overline{CD}$

$\therefore \beta = \angle OEF,\ \overline{OE} = \sqrt{3},\ \overline{EF} = 2,\ \overline{OF} = \sqrt{3}$ ，$\therefore \cos\beta = \dfrac{3+4-3}{2\sqrt{3}\times 2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

7、設 $A(2, 1, 1), B(1, 4, 2), C(-1, 2, 4)$，則 A 點到直線 BC 的距離爲__________。

答案：$\dfrac{4}{3}\sqrt{6}$

解析：$\overrightarrow{AB} = (-1,3,1)$，$\overrightarrow{BC} = (-2,-2,2)$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} = 2+(-6)+2 = -2$

根據畢氏定理，所求距離爲 $\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 - \dfrac{(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC})^2}{|\overrightarrow{BC}|^2}} = \sqrt{11-\dfrac{4}{12}} = \dfrac{4}{3}\sqrt{6}$

8、空間中，第一卦限內一點 $P(a, b, c)$ 到 x, y, z 軸的距離分別爲 $5,\ \sqrt{34},\ \sqrt{41}$，求 $a+b+c=$______。

答案：12

解析：令 $P(a, b, c)$, $\therefore \begin{cases} b^2+c^2=25 \\ a^2+c^2=34 \\ a^2+b^2=41 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2 = \dfrac{1}{2}(25+34+41) = 50$ ，

比較前三式：$a^2 = 25$，$b^2 = 16$，$c^2 = 9$，

$\therefore a = 5$，$b = 4$，$c = 3$，$\therefore a+b+c = 12$

9、空間中，$ABCD$ 爲正四面體，若 $A(0,0,0), B(0,2,0), C(\sqrt{3},1,0)$，則 D 點坐標爲_______或_______。

答案：$(\dfrac{\sqrt{3}}{3},1,\dfrac{2\sqrt{6}}{3})$; $(\dfrac{\sqrt{3}}{3},1,\dfrac{-2\sqrt{6}}{3})$

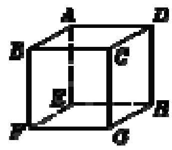
解析：$ABCD$ 爲正四面體，設 $D(x, y, z)$

$\therefore \begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+(y-2)^2+z^2=4 \\ (x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2+z^2=4 \end{cases}$ ，

$\therefore 4y-4=0$，$2\sqrt{3}x+2y=4,\ x^2+y^2+z^2=4$ ，

$\therefore y=1$，$x=\dfrac{1}{\sqrt{3}},\ z=\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ，$\therefore D(\dfrac{\sqrt{3}}{3},1,\dfrac{2\sqrt{6}}{3})$ 或 $(\dfrac{\sqrt{3}}{3},1,\dfrac{-2\sqrt{6}}{3})$

10、如圖，一有蓋的長方體盒子內長 $\overline{AB}=5$ 公寸，寬 $\overline{AD}=3$ 公寸，高 $\overline{AE}=2$ 公寸



(1)一隻蜜蜂，欲從 A 點飛到 G 點，其最短距離爲_______公寸，

(2)一隻螞蟻欲從 A 點爬到 G 點，其最短距離爲_______公寸。

答案：$\sqrt{38}$；$5\sqrt{2}$

解析：(1)最短距離爲 $\overline{AG} = \sqrt{5^2+3^2+2^2} = \sqrt{38}$ 公寸

(2)由 A 爬到 G 的較短距離有 3 種情形，

第一種爲以 $\overline{AD}+\overline{DH}$ 爲長，$\overline{HG}$ 爲寬之長方形對角線長 $\sqrt{(3+2)^2+5^2}$ 。

第二種爲以 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 爲長，$\overline{CG}$ 爲寬的長方形對角線長 $\sqrt{(3+5)^2+2^2}$ ，

第三種爲以 $\overline{AB}+\overline{BF}$ 爲長，$\overline{FG}$ 爲寬的長方形對角線長 $\sqrt{(5+2)^2+3^2}$ ，但

$\sqrt{(3+5)^2+2^2}>\sqrt{(5+2)^2+3^2}>\sqrt{(3+2)^2+5^2}$ ，

$\therefore$最短距離爲第一種路徑 $5\sqrt{2}$ 公寸

11、設 $A(1, 2, 3), B(2, 3, 1), C(3, 1, 2)$，當 P 之坐標爲何時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 有最小值 m，求 P 點及 m 值？

答案：設 $P(x, y, z)$

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$

$=[(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2]+[(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2]+[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2]$

$=3x^2-12x+3y^2-12y+3z^2-12z+42$

$=3(x-2)^2+3(y-2)^2+3(z-2)^2+6\quad\Leftarrow$配方

$\therefore$當 $x=2,\ y=2,\ z=2$ 時，有最小值 6，$\therefore P(2, 2, 2),\ \ m=6$ 。

12、$\triangle ABC$ 中，$A(3,1,7), B(0,7,5), C(5,3,6)$，

(1)若 $\overline{AD}$ 平分 $\angle A$ 交 $\overline{BC}$ 於 D，則 D 點坐標爲____________；

(2)若 $\overleftrightarrow{AE}$ 平分 $\angle A$ 的外角交直線 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 E，則 E 點坐標爲______________。

答案：$(\frac{35}{10},\frac{42}{10},\frac{57}{10})$；$(\frac{35}{4},0,\frac{27}{4})$

解析：$\overline{AB}=7,\ \overline{AC}=3$

$\because$內分比、外分比性質　$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC},\ \overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}$

$\therefore D$ 點坐標爲：$\frac{3}{10}(0,7,5)+\frac{7}{10}(5,3,6)=(\frac{35}{10},\frac{42}{10},\frac{57}{10})$

E 點坐標爲：$\frac{-3}{4}(0,7,5)+\frac{7}{4}(5,3,6)=(\frac{35}{4},0,\frac{27}{4})$

13、設 $P(3, 1, 4), Q(1, 0, 2), R(-1, 2, 3)$，求 $\overrightarrow{PR}$ 在 $\overrightarrow{PQ}$ 上之投影量爲_____；又正射影爲________。

答案：3；$(-2,-1,-2)$

解析：$\overrightarrow{PR}=(-4,1,-1)$，$\overrightarrow{PQ}=(-2,-1,-2)\Rightarrow\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PR}||\overrightarrow{PQ}|}=\dfrac{9}{\sqrt{18}\cdot\sqrt{9}}$

$\therefore$投影量$=|\overrightarrow{PR}|\cdot\cos\theta\ \ \overrightarrow{PR}|\times\dfrac{\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PR}||\overrightarrow{PQ}|}=\dfrac{\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|}=\dfrac{9}{\sqrt{9}}=3$

正射影$=(\dfrac{\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|^2})\cdot\overrightarrow{PQ}=\dfrac{9}{9}\cdot(-2,\ -1,\ -2)=(-2,-1,-2)$ 。

14、設 $|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=1,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=-\sqrt{3}$，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為________；又 $(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=$________；

又 $|\vec{a}+2\vec{b}|=$__________。

$\boxed{\text{答案}}$：150°； $10-5\sqrt{3}$； $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$\boxed{\text{解析}}$：設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為θ，$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\dfrac{-\sqrt{3}}{2\cdot 1}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \theta=150^\circ$

$(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=3|\vec{a}|^2+5\vec{a}\cdot\vec{b}-2|\vec{b}|^2=12-5\sqrt{3}-2=10-5\sqrt{3}$

$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+4|\vec{b}|^2+4\vec{a}\,\vec{b}=8-4\sqrt{3}$

$\therefore\ |\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{8-4\sqrt{3}}=\sqrt{8-2\sqrt{12}}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$

15、設 a, b, c 均為正數，且 $a+2b+3c=2$，則 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}$ 之最小值為________，此時 $a=$________。

$\boxed{\text{答案}}$：18; $\dfrac{1}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：兩組數：

$\sqrt{a}\quad \sqrt{2b}\quad \sqrt{3c}$

$\sqrt{\dfrac{1}{a}}\quad \sqrt{\dfrac{2}{b}}\quad \sqrt{\dfrac{3}{c}}$

柯西不等式：$(1+2+3)^2\le[(\sqrt{a})^2+(\sqrt{2b})^2+(\sqrt{3c})^2][(\sqrt{\dfrac{1}{a}})^2+(\sqrt{\dfrac{2}{b}})^2+(\sqrt{\dfrac{3}{c}})^2]$

$6^2\le[a+2b+3c][\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}]$，$\therefore(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c})\ge 18$，即 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}$ 最小值為 18

此時，設 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{\frac{1}{a}}}=\dfrac{\sqrt{2b}}{\sqrt{\frac{2}{b}}}=\dfrac{\sqrt{3c}}{\sqrt{\frac{3}{c}}}=k\Rightarrow a=b=c=k$

又 $a+2b+3c=2\Rightarrow k+2k+3k=2, k=\dfrac{1}{3}$，$\therefore a=\dfrac{1}{3}$

16、四面體 $ABCD$，$\overline{AB}=2,\ \overline{BC}=4,\ \overline{CD}=3,\ \angle ABC=\dfrac{\pi}{3},\ \angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，又 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{CD}$ 之夾角為 $\dfrac{2\pi}{3}$，

則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=$________；又 $|\overrightarrow{AD}|$_______。

$\boxed{\text{答案}}$：-3; $\sqrt{15}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=2\times3\times\cos\dfrac{2\pi}{3}=-3$，

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-2\times4\times\cos\dfrac{\pi}{3}=-2\times4\times\dfrac{1}{2}=-4$

$$\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}|^2$$

$$= |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 + |\overrightarrow{CD}|^2 + 2\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} + 2\,\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD} + 2\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$$

$$= 4+16+9+2\times(-4)+2\times 0+2\times(-3)=15$$ ，$\therefore\ \overrightarrow{AD}| = \sqrt{15}$

17、設 $\overrightarrow{OA}=(2,\sqrt{6},\sqrt{2}),\ \overrightarrow{OB}=(1,-1,1)$ ，若 $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB$ 且 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+t\,\overrightarrow{OA}$ ，則 $t=$________。

答案：$\dfrac{1}{2}$

解析：$\because\ |\overrightarrow{OA}|=2\sqrt{3},\ |\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ \overrightarrow{OB}+t\,\overrightarrow{OA}$ 平分 $\angle AOB \Rightarrow |\overrightarrow{OB}|=t\,|\overrightarrow{OA}|$ ，$\therefore\ t=\dfrac{1}{2}$