高雄市明誠中學 高三數學平時測驗　　日期：97.10.02					
範圍	Book1 3 多項式(1)	班級 座號	三年　　班	姓名	

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(A)　若多項式 $f(x)$ 除以 x^2-5x-6 得餘式 $2x-3$,則下列何者恆成立？

(A) $f(-1)=-5$　(B) $f(1)=-1$　(C) $f(2)=1$　(D) $f(3)=3$　(E) $f(6)=8$

解析： $f(x)=(x-6)(x+1)Q(x)+2x-3$ ，$\therefore\ f(-1)=-5,\ f(6)=9$ 可確定

2、(B)　設 $m\in\mathbb{R}$ ，若二次函數 $y=mx^2+10x+m+6$ 的圖形在直線 $y=2$ 的上方，則 m 的範圍為何？ (A) $m>0$　(B) $m>-2+\sqrt{29}$　(C) $0<m<-2+\sqrt{29}$　(D) $-2-\sqrt{29}<m<-2+\sqrt{29}$

(E) $m>-2+\sqrt{29}$ 或 $m<-2-\sqrt{29}$

解析：$\because\ y=mx^2+10x+(m+6)$ 的圖形恆在 $y=2$ 的上方 $\Rightarrow mx^2+10x+(m+6)>2$　恆成立

$\therefore$

$$mx^2+10x+(m+4)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow\begin{cases}m>0\\D=10^2-4m(m+4)<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m>0\\m>-2+\sqrt{29}\text{或}m<-2-\sqrt{29}\end{cases}$$

$\therefore m>-2+\sqrt{29}$

3、(E)　若 $f(x)=x^3-2x^2-x+5$ ，則多項式 $g(x)=f(f(x))$ 除以 $(x-2)$ 所得的餘式為

(A)3　(B)5　(C)7　(D)9　(E)11

解析：由餘式定理知 $g(x)$ 除以 $(x-2)$ 所得之餘式為 $g(2)$ ，

$g(2)=f(f(2))\ =f(2^3-2\cdot2^2-2+5)=f(3)\ =3^3-2\cdot3^2-3+5\ =11$

4、(B)　設 $f(x)=6x^3+ax^2+bx+3$ 則下列何者一定不是 $f(x)=0$ 之根？

(A) -3　(B) $-\frac{2}{3}$　(C) $\frac{1}{6}$　(D) $\frac{1}{3}$　(E) $\frac{3}{2}$

解析：由牛頓定理知，若有有理根，則必為 $\pm1,\ \pm3,\ \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{3}{2},\ \pm\frac{1}{3},\ \pm\frac{1}{6}$ ，故(B)不發生

5、(D)　解不等式 $(x^3+1)(x^3-1)(x^2-1)>0$ 則其解為 (A)所有實數　(B) $x>1$ 或 $x<-1$

(C) $-1<x<1$　(D) $x\neq1$ 且 $x\neq-1$　(E)無解

解析： $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+x+1)(x^2-x+1)>0$ 但 $x^2+x+1>0$ 恆成立

$x^2-x+1>0$ 恆成立 $\Rightarrow(x+1)^2(x-1)^2>0,\quad(x+1)^2>0\Rightarrow x\neq-1$

$(x-1)^2>0\Rightarrow x\neq1\Rightarrow x\neq1$　且 $x\neq-1$

6、(B)　設 $f(x)$ 為二次函數，且不等式 $f(x)>0$ 之解為 $-2<x<4$ ，則 $f(2x)<0$ 之解為何？

(A) $-1<x<2$　(B) $x<-1$ 或 $x>2$　(C) $x<-2$ 或 $x>4$　(D) $-4<x<8$　(E) $x<-4$ 或 $x>8$

解析：$\because\ f(x)>0$ 之解為 $-2<x<4$ ，$\therefore\ f(2x)<0$ 之解為 $2x<-2$ 或 $2x>4\Rightarrow x>2$ 或 $x<-1$

7、(E)　設 $a,b,c\in\mathbb{Z}$，若 $x^4+ax^3+bx^2+cx-8=0$ 恰有四個相異的整數根，則其整數根不可能為

(A) -1　(B)1　(C)2　(D) -4　(E)8

解析：$\because\ a,b,c\in\mathbb{Z}$，方程式恰有四個相異整數根，由牛頓定理知其整數可能為 $\pm1,\ \pm2,\ \pm4,\ \pm8$ ，但 ±8 (不合)，故其整數根可能為 $1,\ -1,\ 2,\ 4$ 或 $1,\ -1,\ -2,\ -4$ 。

8、(B)　若 x^4+ax^2+bx+c 除以 $(x+1)(x+2)(x-3)$ 的餘式為 x^2-x+5 ，求 $a+b+c=$？

(A)8　(B)-8　(C)4　(D)-4　(E)0

解析：$\because \begin{cases} f(-1)=7=1+a-b+c \\ f(-2)=11=16+4a-2b+c \\ f(3)=11=81+9a+3b+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-6 \\ b=-7 \\ c=5 \end{cases}$，$\therefore a+b+c=-6-7+5=-8$。

9、(D)　解不等式 $(x-1)(x-2)^2(x-3)^3 \ge 0$ 之解爲 (A) $x\ge 3$ 或 $2\ge x\ge 1$　(B) $x\ge 3$ 或 $x\le 1$
(C) $1\le x\le 3$　(D) $x\ge 3$ 或 $x=2$ 或 $x\le 1$　(E) $3\ge x\ge 2$ 或 $x\le 1$

解析：$(x-1)(x-2)^2(x-3)^3 \ge 0 \Rightarrow (x-1)(x-3)\ge 0$ 且 $x=2 \Rightarrow x\ge 3$ 或 $x=2$ 或 $x\le 1$

10、(C) 設 α,β,γ 爲 $x^3+x^2-4x+5=0$ 的三根，則以下何者錯誤？ (A) $\alpha+\beta+\gamma=-1$
(B) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-4$　(C) $\alpha\beta\gamma=5$　(D) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=9$　(E) $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-28$

解析：由根與係數知 $\alpha+\beta+\gamma=-1,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-4,\ \alpha\beta\gamma=-5$
$\therefore \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)=9$
$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\gamma=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha) \Rightarrow \therefore \alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-28$

11、(A) 對於任意實數 x，$\dfrac{2x^2+kx+3k}{x^2+2x+3}>1$ 恆成立，則 k 之值不可以爲下列何數？
(A)15　(B)12　(C)9　(D)6　(E)3

解析：$\because x^2+2x+3>0$ 恆成立 $(D=4-4\times 3=-8<0)$
$\therefore 2x^2+kx+3k>x^2+2x+3$ 恆成立
$\therefore x^2+(k-2)x+(3k-3)>0$ 恆成立
$\therefore D=(k-2)^2-4\times 3\times(k-1)<0 \Rightarrow k^2-16k+16<0$
$8-4\sqrt{3}<k<8+4\sqrt{3}$　$\therefore k=15$ (不合)

二、填充題 (每題 10 分)

1、設 $f(x)=x^2+2ax+5a+3$，圖形恆與 $y=-3$ 不相交則實數 a 的範圍爲________。

答案：$-1<a<6$

解析：$x^2+2ax+5a+3>-3$ 恆成立　$\therefore D=4a^2-4(5a+6)<0$
即 $a^2-5a-6<0$,$(a-6)(a+1)<0$　$\Rightarrow -1<a<6$

2、$f(x)$爲一個三次多項式，若 $f(-2)=9,\ f(-1)=-1,\ f(0)=-9,\ f(1)=-3$，則 $f(x)=$ ______。

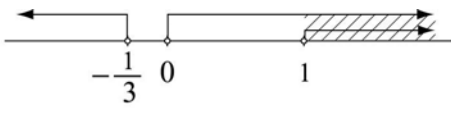
答案：$2x^3+7x^2-3x-9$

解析：$f(0)=-9 \Rightarrow$ 設 $f(x)=ax(x+1)(x+2)+b(x+1)x+cx-9$
$\because f(-1)=-1=-c-9$　$\therefore c=-8$
$\because f(-2)=9=2b+16-9$　$\therefore b=1$
$\because f(1)=-3=6a+2-8-9$　$\therefore a=2$
$\therefore f(x)=2x(x+1)(x+2)+x(x+1)-8x-9=2x^3+7x^2-3x-9$

3、設 $a\in\mathbb{R}$，若 $ax^2+(a-1)x+(a-1)>0$ 對所有實數 x 均成立，則 a 之範圍爲__________。

答案：$a>1$

解析：$\begin{cases} a>0 \\ (a-1)^2-4a(a-1)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ (a-1)(3a+1)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ a>1 \text{或} a<-\dfrac{1}{3} \end{cases}$



故 a 之範圍爲 $a>1$。

4、設$\alpha\in\mathbb{R},n\in\mathbb{N}$，若$\alpha^3+\alpha-3=0$且$n<\alpha<n+1$，則$n=$______。

答案：1

解析：

$$\begin{array}{l|l|l}
1+0+1-3 & f(a) & \alpha=a \\ \hline
1+0+1-3 & -3 & 0 \\
1+1+2-1 & -1 & 1 \\
1+2+5+7 & +7 & 2
\end{array}$$

1, 2 ＞ 根

$\therefore 1<\alpha<2\Rightarrow n=1$。

5、設$a,b\in\mathbb{R}$，且$1+i$爲$f(x)=x^3+ax+b=0$之一根，求數對$(a,b)=$________，另二根爲________。

答案：$(-2,4)$；$-2,1-i$

解析：$f(x)\in R[x]\Rightarrow 1+i$爲$f(x)=0$之一根，則$1-i$必爲$f(x)=0$之另一根

$\therefore$令$x=1+i\Rightarrow(x-1)^2=i^2$，$\therefore x^2-2x+2=0\Rightarrow x^2-2x+2\,|\,f(x)$

$$\begin{array}{cccc|l}
1 & +0 & +a & +b & \\
 & +2 & +4 & & +2 \\
 & & -2 & -4 & -2 \\ \hline
1 & +2 & +(a+2) & +(b-4) &
\end{array}$$

$\therefore\begin{cases}a+2=0\\ b-4=0\end{cases}$，$\therefore\begin{cases}a=-2\\ b=4\end{cases}$，$(a,b)=(-2,4)$，$f(x)=(x+2)(x^2-2x+2)=0$，$\therefore x=-2$或$1\pm i$。

6、解不等式$-1<\dfrac{x-3}{x+1}<2$則解爲________。

答案：$x>1$或$x<-5$

解析：$-1<\dfrac{x-3}{x+1}<2\Rightarrow\begin{cases}-1<\dfrac{x-3}{x+1}\\ \dfrac{x-3}{x+1}<2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x-3}{x+1}+1>0\\ \dfrac{x-3}{x+1}-2<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{(x-3)+(x+1)}{x+1}>0\\ \dfrac{(x-3)-2(x+1)}{x+1}<0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2(x-1)}{x+1}>0\\ \dfrac{-(x+5)}{x+1}<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x-1)(x+1)>0\\ (x+5)(x+1)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<-1\ or\ x>1\\ x<-5\ or\ x>-1\end{cases}\Rightarrow\therefore x>1$或$x<-5$

7、$f(x)=x^5-3x^4-7x^3-17x^2-880x-220$,則$f(7)=$______。

答案：-10

解析：$f(7)=f(x)\div(x-7)$的餘式

$$\begin{array}{cccccc|l}
1 & -3 & -7 & -17 & -880 & -220 & 7 \\
 & +7 & +28 & +147 & +910 & +210 & \\ \hline
1 & +4 & +21 & +130 & +30 & -10 &
\end{array}$$

8、 $f(x)=2x^4-7x^3-2x^2+13x+6$

(1)解方程式 $f(x)=0$。________________，(2)解不等式 $f(x)<0$。________________

答案：(1)$x=-1,2,-\frac{1}{2},3$　(2)$-1<x<-\frac{1}{2}$ 或 $2<x<3$

解析：(1) $f(x)=2x^4-7x^3-2x^2+13x+6=0\Rightarrow(x+1)(x-2)(x-3)(2x+1)=0\Rightarrow x=-1,2,3,-\frac{1}{2}$

(2) $f(x)=2x^4-7x^3-2x^2+13x+6<0\Rightarrow(x+1)(x-2)(x-3)(2x+1)<0\Rightarrow-1<x<-\frac{1}{2},2<x<3$

9、不等式 $2|x-2|>x+2$ 之解爲___________________。

答案：$x>6$ 或 $x<\frac{2}{3}$

解析：　(1)若 $x\geq 2$ 時，$2(x-2)>x+2\Rightarrow x>6\Rightarrow x>6$

或(2)若 $x\leq 2$ 時，$2(2-x)>x+2\Rightarrow x<\frac{2}{3}\Rightarrow x<\frac{2}{3}$

$\therefore x>6$ 或 $x<\frac{2}{3}$。

10、設 $f(x)=2ax^2-(2+5a),\ a\in\mathbb{R},a\neq0$，若方程式 $f(x)=0$ 有一根在 -2 與 -1 之間，則 a 的範圍爲_______或_______。

答案：$a>\frac{2}{3}$ 或 $a<-\frac{2}{3}$

解析：有根在 -2 與 -1 之間 $\Rightarrow f(-2)f(-1)<0$，$\therefore(3a-2)(-2-3a)<0$，$\therefore a>\frac{2}{3}$ 或 $a<-\frac{2}{3}$

11、求方程式 $f(x)=2x^4+7x^3-x^2-17x-6=0$ 的全部有理根爲_______或_______。

答案：$-2,\ \frac{3}{2}$

解析：由牛頓定理知其若有有理根必爲 $\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \pm6,\ \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{3}{2}$。

$$\begin{array}{rrrrr|l}
2 & +7 & -1 & -17 & -6 & -2 \\
 & -4 & -6 & +14 & +6 & \\
\hline
2 & +3 & -7 & -3 & +0 & \\
 & +3 & +9 & +3 & & \frac{3}{2} \\
\hline
2 & +6 & +2 & +0 & &
\end{array}$$

$\therefore$有理根爲 -2 與 $\frac{3}{2}$

12、解方程式 $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)-144=0$ 則解爲_________。

答案：4 或 -5 或 $\frac{-1\pm\sqrt{23}i}{2}$

解析：$[(x-3)(x+4)][(x-1)(x+2)]-144=0$

$(x^2+x-12)(x^2+x-2)-144=0$ $\therefore(x^2+x)^2-14(x^2+x)-120=0$

$(x^2+x-20)(x^2+x+6)=0$　$(x+5)(x-4)(x^2+x+6)=0$

13、若多項式 $f(x)$ 除以 x^2-x-2 的餘式爲 $2x+3$, 多項式 $g(x)$ 除以 x^2-5x-6 的餘式爲 $x-5$, 則 (1)以 $x+1$ 除 $f(x)$ 的餘式爲________ 。(2)以 $x+1$ 除 $(x+3)f(x)-xg(x)$ 的餘式爲________ 。

$\boxed{答案}$：(1) 1　　(2) -4

$\boxed{解析}$：(1) $f(x)=(x-2)(x+1)Q_1(x)+2x+3$，$\therefore f(-1)=1$，$\therefore$ $f(x)$除以 $x+1$ 的餘式爲 1

(2) $g(x)=(x-6)(x+1)Q_2(x)+x-5$ ，$\therefore g(-1)=-6$

$\therefore [(x+3)f(x)-xg(x)]$ 除以 $x+1$ 的餘式爲 $(-1+3)f(-1)-(-1)g(-1)=2+(-6)=-4$

14、以$(x+2)^3$除多項式 $f(x)$ 之餘式爲 $3x^2+5x+1$ 則以 $(x+2)^2$ 除 $f(x)$ 之餘式爲______。

$\boxed{答案}$：$-7x-11$

$\boxed{解析}$：以$(x+2)^3$除多項式 $f(x)$ 之餘式爲 $3x^2+5x+1 \Rightarrow$ 設 $f(x)=(x+2)^3Q(x)+3x^2+5x+1$，

則以 $(x+2)^2$ 除 $f(x)$ 之餘式即爲爲 $3x^2+5x+1$ 除以 $(x+2)^2$ 餘式 $-7x-11$

15、設不等式 $ax^2+bx+c<0$ 之解爲 $x>2$ 或 $x<-1$，求不等式 $ax^2+2cx-3b>0$ 之解爲______。

$\boxed{答案}$：$1<x<3$

$\boxed{解析}$：$x>2$ 或 $x<-1 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0$, $\therefore -x^2+x+2<0$, 設 $a=-k,\ b=k,\ c=2k(k>0)$

所求不等式 $-kx^2+4kx-3k>0 \Rightarrow x^2-4x+3<0 \Rightarrow (x-1)(x-3)<0 \Rightarrow 1<x<3$

16、設多項式 $(x+1)^6$ 除以 x^2+1 的餘式爲 $ax+b$ ，則 $a=$______，$b=$______。

$\boxed{答案}$：-8；0

$\boxed{解析}$：令 $A=x^2+1$ ，則 $(x+1)^2=x^2+2x+1=A+2x$

$$(x+1)^6=[(x+1)^2]^3=(A+2x)^3=A^3+6xA^2+12x^2A+8x^3$$
$$=A(A^2+6xA+12x^2)+8x(x^2+1)-8x=A(A^2+6xA+12x^2)+8xA-8x$$
$$=A(A^2+6xA+12x^2+8x)-8x=(x^2+1)(A^2+6xA+12x^2+8x)-8x$$

故 $(x+1)^6$ 除以 x^2+1 之餘式爲 $-8x$ 。

17、設 $f(x)=3x^4-17x^3+28x^2-11x+3$ 則 $f(3)=$______，又 $f(\frac{4+\sqrt{13}}{3})=$______。

$\boxed{答案}$：6, 2

$\boxed{解析}$：

$$\begin{array}{rrrrr|l} 3 & -17 & +28 & -11 & +3 & 3 \\ & +9 & -24 & +12 & +3 & \\ \hline 3 & -8 & +4 & +1 & +6 & \end{array}$$

$\therefore f(3)=6$

令 $x=\frac{4+\sqrt{13}}{3} \Rightarrow 3x=4+\sqrt{13}$,　$\therefore (3x-4)^2=13 \Rightarrow 3x^2-8x+1=0$

$\therefore f(x)=3x^4-17x^3+28x^2-11x+3=(3x^2-8x+1)(x^2-3x+1)+2$，

$\therefore f(\frac{4+\sqrt{13}}{3})=0+2=2$

18、設 $f(x)=x^3-4x^2+7x-1=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$ ，則

(1) $(a,b,c,d)=$________。　(2)求 $f(1.99)$的近似値至二位小數__________。

$\boxed{答案}$：(1) $(1,2,3,5)$　　　　(2) 4.97

$\boxed{解析}$：(1)

$$\begin{array}{l} 1-4+7-1 \,|\, 2 \\ \quad +2-4+6 \\ \hline 1-2+3 \,|\, +5\cdots\cdots d \\ \quad +2+0 \\ \hline 1+0 \,|\, +3\cdots\cdots c \\ \quad +2 \\ \hline a\cdots\cdots 1+2\cdots\cdots b \end{array}$$

$\therefore\ f(x)=(x-2)^3+2(x-2)^2+3(x-2)+5 \Rightarrow (a,b,c,d)=(1,2,3,5)$ 。

(2) $f(1.99)=(-0.01)^3+2(-0.01)^2+3(-0.01)+5 \fallingdotseq 3(-0.01)+5 \fallingdotseq 4.97$ 。

19、設 x, y, z 滿足 $\begin{cases} x+y+z=-2 \\ x^2+y^2+z^2=14 \\ xyz=6 \end{cases}$，以 x, y, z 爲三次方程式 $t^3+at^2+bt+c=0$ 的三根，則數對 (a, b, c) = ________________，又若 $x \le y \le z$，則數對 (x, y, z) = ________________。

$\boxed{\text{答案}}$：$(2,\ -5,\ -6),\ (-3,\ -1,\ 2)$

$\boxed{\text{解析}}$：$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx) \Rightarrow xy+yz+zx=-5$

由根與係數知 $x+y+z=-a,\ \ xy+yz+zx=b,\ \ xyz=-c$

$\therefore a=2,\ b=-5,\ c=-6$，$\therefore t^3+2t^2-5t-6=0$

由牛頓定理檢查可得 $(t+1)(t+3)(t-2)=0$，$\therefore$三根爲 $-1, -3, 2$

$\because x \le y \le z$　，$\therefore (x, y, z) = (-1, -3, 2)$

20、解不等式 $x>\sqrt{2-x}$ 。

$\boxed{\text{答案}}$：$1<x\le 2$

$\boxed{\text{解析}}$：$x>\sqrt{2-x} \Rightarrow x^2>2-x$ 且 $2-x\ge 0, x>0$ 。

即 $x^2-2+x=(x+2)(x-1)>0$ 。得 $x<-2$ 或 $x>1$,

但 $0<x\le 2$，故不等式之解爲 $1<x\le 2$ 。

21、解不等式(1) $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+5x+4}>1$　(2) $|x+1|>|2x-1|$ 。

$\boxed{\text{答案}}$：(1) $x<-4$ 或 $-1<x<-\dfrac{1}{4}$　(2) $0<x<2$

$\boxed{\text{解析}}$：(1) $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+5x+4}>1 \Rightarrow \dfrac{x^2-3x+2}{x^2+5x+4}-1>0,\quad \therefore \dfrac{-8x-2}{(x+1)(x+4)}>0$

$\therefore (4x+1)(x+1)(x+4)<0 \quad \therefore x<-4$ 或 $-1<x<-\dfrac{1}{4}$

(2) $|x+1|>|2x-1| \quad \therefore (x+1)^2>(2x-1)^2$

$\therefore 3x^2-6x<0 \quad \therefore 3x(x-2)<0 \quad \therefore 0<x<2$

22、若對於所有的實數 x，不等式 $-(x+1)^2<(a-2)x-a<(x-1)^2-1$ 恆成立，試求實數 a 的範圍。

$\boxed{\text{答案}}$：$0<a<-2+2\sqrt{2}$

$\boxed{\text{解析}}$：$-(x+1)^2<(a-2)x-a$ 恆成立　$\therefore x^2+ax+1-a>0$ 恆成立

$\therefore D=a^2-4(1-a)<0,\ \ -2-2\sqrt{2}<a<-2+2\sqrt{2}$

$(a-2)x-a<(x-1)^2-1$ 恆成立　$\therefore x^2-ax+a>0$ 恆成立

$\therefore D=a^2-4a<0 \quad \therefore 0<a<4 \ \Rightarrow 0<a<-2+2\sqrt{2}$

23、解不等式$\sqrt{9-x^2} > 2x+1$。

答案：$-3 \le x < \dfrac{-2+2\sqrt{11}}{5}$

解析：$\sqrt{9-x^2}$有意義，則$9-x^2 \ge 0 \Rightarrow x^2-9 \le 0 \Rightarrow (x+3)(x-3) \le 0 \Rightarrow \ -3 \le x \le 3$……..①

(1)當$x < -\dfrac{1}{2}$時，$2x+1<0 \Rightarrow \sqrt{9-x^2} > 2x+1$必成立……..②

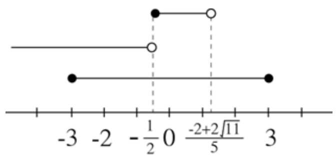
(2)當$x \ge -\dfrac{1}{2}$時，$2x+1 \ge 0$

$\therefore \sqrt{9-x^2} > 2x+1 \Rightarrow 9-x^2 > 4x^2+4x+1$

$\Rightarrow 5x^2+4x-8<0 \quad \therefore \dfrac{-2-2\sqrt{11}}{5} < x < \dfrac{-2+2\sqrt{11}}{5}$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} \le x < \dfrac{-2+2\sqrt{11}}{5}$……..③

由①②③



$\therefore -3 \le x < \dfrac{-2+2\sqrt{11}}{5}$

24、解不等式組$\begin{cases} x^2 < 3x-2 \\ x > \sqrt{3-x} \end{cases}$。

答案：$\dfrac{\sqrt{13}-1}{2} \le x < 2$

解析：(1)由$x^2 < 3x-2 \Leftrightarrow x^2-3x+2<0 \Rightarrow \ (x-2)(x-1)<0 \Leftrightarrow 1<x<2$……①

(2)由$x > \sqrt{3-x} \Rightarrow x^2 > 3-x \Rightarrow x^2+x-3>0 \Rightarrow x > \dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \quad or\ x < \dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}$……②

又$3-x \ge 0 \Rightarrow x \le 3$,且$x > \sqrt{3-x} \ge 0 \Rightarrow \ 0 < x \le 3$……③

由②③$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{13}-1}{2} < x \le 3$……④

由(1)(2)取①④共同部分：$\dfrac{\sqrt{13}-1}{2} \le x < 2$

25、多項式$f(x)$除以$x+1$得餘式8，$f(x)$除以x^2-3x+1得餘式$x-1$，則$f(x)$除以$(x+1)(x^2-3x+1)$的餘式爲何？

答案：$2x^2-5x+1$

解析：設$f(x)=(x+1)(x^2-3x+1)Q(x)+a(x^2-3x+1)+x-1$

$\because f(-1)=8=5a-2 \quad \therefore a=2$

$\therefore$餘式爲$2(x^2-3x+1)+x-1=2x^2-5x+1$

26、設$f(x) = x^4 + x - 76$ 試探$f(3)$, $f(2.9)$之值，以二分逼近法求方程式$f(x) = 0$ 在 3 附近的近似根，介於a與 $a + 0.0125$ 之間。

$\boxed{答案}$：(1) $f(3) = 81 + 3 - 76 = 8 > 0$

$f(2.9) = 70.7281 + 2.9 - 76 = -2.3719 < 0$，此根介於 3 與 2.9 之間

(2)$(3 + 2.9) \div 2 = 2.95$

$f(2.95) = 2.6835 > 0$，此根介於 2.9 與 2.95 之間

(3)$(2.9 + 2.95) \div 2 = 2.925$

$f(2.925) = 0.1237 > 0$，此根介於 2.9 與 2.925 之間

(3)$(2.9 + 2.925) \div 2 = 2.9125$

$f(2.9125) = - 1.1320 < 0$，此根介於 2.9125 與 2.925 之間