高雄市明誠中學 高三數學平時測驗					日期：97.09.25
範圍	Book1 2-1、2 數列、級數	班級 座號	三年　　班	姓名	

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(C) 一等差數列，已知$a_5+a_{17}=22$，則下列何者一定正確？

(A)$a_1=1$ (B)$a_5=5$ (C)$a_{11}=11$ (D)$a_{17}=17$ (E)$a_{22}=22$

解析：$a_5+a_{17}=22,\ \therefore 2a_1+20d=22\Rightarrow a_1+10d=11\Rightarrow a_{11}=11$

2、(CE)(複選)有一個 101 項的等差數列$a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{101}$，其和爲 0 且$a_{71}=71$，試問下列選項那些爲正確？ (A)$a_1+a_{101}>0$ (B)$a_2+a_{100}<0$ (C)$a_3+a_{99}=0$ (D)$a_{51}=51$ (E)$a_1<0$

解析：(A)（╳）：$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$

$\because S_n=\dfrac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$，$S_{101}=\dfrac{101}{2}(2a_1+100d)=0\Rightarrow 2a_1+100d=0\Rightarrow a_1+50d=0$

$a_1+a_{101}=a_1+a_1+100d=2a_1+100d=0$。

(B)（╳）：$a_2+a_{100}=(a_1+d)+(a_1+99d)=2a_1+100d=0$。

(C)（○）：$a_3+a_{99}=(a_1+2d)+(a_1+98d)=2a_1+100d=0$。

(D)（╳）：$a_{51}=a_1+50d=0$。

(E)（○）：$\because a_{71}=a_1+70d=71\cdots\cdots$①，　又$a_1+50d=0\cdots\cdots$②

①$-$②$\times\dfrac{7}{5}$，　$-\dfrac{2}{5}a_1=71,\ \therefore a_1<0$。

3、(ADE) (複選) 假設實數 a_1,a_2,a_3,a_4 是一個等差數列，且滿足$0<a_1<2$及$a_3=4$。若定義$b_n=2^{a_n}$，則以下哪些選項是對的？

(A)$b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4$ 是一個等比數列 (B)$b_1>b_2$ (C)$b_2<4$ (D)$b_4>32$ (E)$b_2\times b_4=256$

解析：設公差爲 d，則$a_1=4-2d$

$a_2=4-d$

$a_3=4$

$a_4=4+d$

又$\because 0<a_1<2\Rightarrow 0<4-2d<2\Rightarrow -4<-2d<-2\Rightarrow 2>d>1$

(1)$b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4\Rightarrow 2^{a_1},\ 2^{a_2},\ 2^{a_3},\ 2^{a_4}\Rightarrow 2^{4-2d},\ 2^{4-d},\ 2^4,\ 2^{4+d}$爲一公比爲$2^d$的等比數列

(2)$\because d>1\quad\Rightarrow 2^d>2^1$，公比大於 1，又$b_n>0\Rightarrow b_2>b_1$,

(3)$\because 2>d\quad\Rightarrow 2^2>2^d\quad\Rightarrow\dfrac{1}{4}<\dfrac{1}{2^d}$，$\therefore b_2=2^{4-d}=2^4\times\dfrac{1}{2^d}=16\times\dfrac{1}{2^d}>16\times\dfrac{1}{4}=4$

(4)$b_4=2^{4+d}=2^4\times 2^d=16\times 2^d>16\times 2=32$ ($\because 2^d>2$)

(5)$b_2\times b_4=2^{4-d}\times 2^{4+d}=2^8=256$

4、(BE) (複選)下列各無窮級數中，何者爲收斂？

(A)$\sum\limits_{k=1}^{\infty}(1.5)^k$ (B)$\sum\limits_{k=1}^{\infty}(\dfrac{\pi}{7})^{k-1}$ (C)$\sum\limits_{k=1}^{\infty}\dfrac{5^k}{4^k}$ (D)$\sum\limits_{k=1}^{\infty}3$ (E)$\sum\limits_{k=1}^{\infty}\dfrac{3^{k+1}}{6^k}$

解析：無窮等比級數收斂之條件爲$-1<$公比<1，$\dfrac{\pi}{7}\doteqdot 0.45<1$

二、填充題 (每題 1 0 分)

1、 一等差數列，加到第 n 項之和 $S_n=n^2+3n$ ，則 $a_{10}=$________，又公差 $=$_______。

答案：22, 2

解析：$\because S_n=n^2+3n,\ \therefore a_1=S_1=4$

$a_{10}=S_{10}-S_9=130-108=22$

$a_2=S_2-S_1=10-4=6,\ \therefore d=2$

2、 一皮球自離地面 16 公尺高處之窗口落下，此球每次反跳高度爲原落下時的 $\frac{3}{5}$ ，則此球離開窗口起算至靜止於地面爲止，總共的運動距離爲______公尺。

答案：64

解析：$2\times\left(\dfrac{16}{1-\frac{3}{5}}\right)-16=64$

3、 求 $6+66+666+\cdots+\underbrace{666\cdots66}_{n個6}$ 之和爲________________。

答案：$\dfrac{2(10^{n+1}-9n-10)}{27}$

解析：$6+66+666+\cdots+\underbrace{666\cdots66}_{n個6}$

$=\dfrac{6}{9}(9+99+999+\cdots+\underbrace{999\cdots99}_{n個9})$

$=\dfrac{2}{3}[(10-1)+(10^2-1)+\cdots+(10^n-1)]$

$=\dfrac{2}{3}[(10+10^2+\cdots+10^n)-n]$

$=\dfrac{2}{3}[\dfrac{10(10^n-1)}{10-1}-n]$

$=\dfrac{2(10^{n+1}-9n-10)}{27}$ 。

4、 求 0.7 + 0.077 + 0.00777 +⋯之和爲_______。

答案：$\dfrac{7}{891}$

解析：$0.7+0.077+0.00777+\cdots$

$=\dfrac{7}{9}\times(0.9+0.099+0.00999+\cdots)$

$=\dfrac{7}{9}[(1-0.1)+(0.1-0.001)+(0.01-0.00001)+\cdots]$

$=\dfrac{7}{9}\left[\dfrac{1}{1-0.1}-\dfrac{0.1}{1-0.01}\right]=\dfrac{7}{9}\times(\dfrac{1}{9}-\dfrac{10}{99})=\dfrac{7}{891}$

5、 設 $\sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1}=\dfrac{-2x}{3(x+1)}$ ，則 $x=$________。

答案：$-\dfrac{1}{2}$

解析：$\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$ 收斂 $\Leftrightarrow -1 <$ 公比 $= x < 1$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \frac{1}{1-x} = \frac{-2x}{3(x+1)} \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$，$\therefore x = -\frac{1}{2}$ 或 3（不合）。

6、 求無窮等比級數之和

(1) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5\times(-2)^k}{7\times 3^{k+2}} =$______。(2) $(\sqrt{2}-1)+(5\sqrt{2}-7)+(29\sqrt{2}-41)+\cdots=$______。

答案：(1) $-\frac{2}{63}$　(2) $\frac{1}{2}$

解析：(1) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{-10}{189}\times(\frac{-2}{3})^{k-1} = \frac{-\frac{10}{189}}{1-(-\frac{2}{3})} = -\frac{2}{63}$

(2) $a=\sqrt{2}-1,\ r=\frac{5\sqrt{2}-7}{\sqrt{2}-1}=3-2\sqrt{2}$，其和 $=\frac{\sqrt{2}-1}{1-(3-2\sqrt{2})}=\frac{1}{2}$

7、 設無窮等比級數 $\frac{1}{4}+\frac{1}{20}+\frac{1}{100}+\cdots$ 的和為 S，前 n 項之和為 S_n

(1)試求此級數之和 $S =$______。

(2)試求此等比級數前 n 項之和 $S_n =$______。

(3)若 $|S - S_n| < \frac{1}{10^5}$，則 n 的最小值為______。

答案：(1) $\frac{5}{16}$　(2) $\frac{5}{16}(1-(\frac{1}{5})^n)$　(3) 7

解析：(1) $a=\frac{1}{4},\ r=\frac{1}{5}$　$\therefore S=\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{5}{16}$

(2) $S_n = \frac{\frac{1}{4}\left[1-(\frac{1}{5})^n\right]}{1-\frac{1}{5}} = \frac{5}{16}(1-(\frac{1}{5})^n)$

(3) $|S-S_n| = \frac{5}{16}(\frac{1}{5})^n < \frac{1}{10^5}$　$\therefore 5^n > \frac{5}{16}\times 10^5$　$\therefore 5^n > 5^6 \times 2$　$\therefore n = 7$

8、 某次網球比賽共有 128 位選手參加，採單淘汰制，每輪淘汰一半的選手，剩下一半的選手進入下一輪。在第 1 輪被淘汰的選手可獲得 1 萬元，在第 2 輪被淘汰的選手可獲得 2 萬元，在第 k 輪被淘汰的選手可獲得 2^{k-1} 萬元，而冠軍則可獲得 128 萬元。試問全部比賽獎金共____萬元。

答案：576

解析：

	第一輪	第二輪	第三輪	第四輪	第五輪	第六輪	第七輪	
獎金 =	$\underbrace{64}_{\text{(淘汰人數)}}\cdot\underbrace{1}_{\text{(獎金)}}+$	$32\cdot 2^{2-1}+$	$16\cdot 2^{3-1}+$	$8\cdot 2^{4-1}+$	$4\cdot 2^{5-1}+$	$2\cdot 2^{6-1}+$	$\underbrace{1\cdot 2^{7-1}}_{\text{(亞軍)}}+$	$\underbrace{2^7}_{\text{(冠軍)}}$

$= 2^6\times 7 + 2^7 = 576$

9、 已知數列a_n收斂，且$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n+(-2)^n a_n}{3-(-2)^n}=4$，則$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=$______，又$\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{-2}{3})^n a_n=$______。

答案：$-4,\ 0$

解析：

$$設\lim_{n\to\infty}a_n=\alpha,\ \lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^n+(-2)^n a_n}{3-(-2)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(\frac{1}{2})^n+a_n}{3(-\frac{1}{2})^n-1}$$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{2})^n+\lim\limits_{n\to\infty}a_n}{\lim\limits_{n\to\infty}3(-\frac{1}{2})^n-1}=-\lim_{n\to\infty}a_n=-\alpha=4\ \Rightarrow\alpha=-4$$

$$又\lim_{n\to\infty}(\frac{-2}{3})^n\cdot a_n=\lim_{n\to\infty}(-\frac{2}{3})^n\cdot\lim_{n\to\infty}a_n=0\times(-4)=0$$

10、設$\langle a_n\rangle$爲等差數列，若$S_n=10$，$S_{3n}=42$，求$S_{2n}=$_____，等差數列$\langle a_n\rangle$公差爲_____。

答案：24

解析：**等差數列公差d，則首 n 項的和、次 n 項的和、再 n 項的和、……..亦成等差數列，且公差爲n^2d**

即$S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n}$成等差數列

設$S_{2n}=x$，$\therefore 10,x-10,42-x$成等差數列$\Rightarrow 2(x-10)=10+42-x$，$\therefore x=24$。

11、一等比級數之公比爲r，其前n項和S_n，已知$S_{10}=5,\ S_{20}=15$，則$S_{40}=$____，又$r^{10}=$____。

答案：75, 2

解析：**等比數列公比r，則首 n 項的和、次 n 項的和、再 n 項的和、……..亦成等比數列，且公比爲r^n**

即$S_{10},S_{20}-S_{10},S_{30}-S_{20},S_{40}-S_{30}$成等比數列$\Rightarrow\begin{cases}5,10,20,40,........\\ r^{10}=2\end{cases}$

$\therefore S_{40}=5+10+20+40=75$

12、將正奇數由小而大依下列方式分組 (1), (3), (5,7), (9,11), (13,15,17), (19,21,23),$\cdots$，已知第 3 組中的第一個數爲 5，則

(1)第 21 組中的第一個數爲__________，(2)第 21 組內所有數的和爲____________。

答案：(1)221(2)2541

解析：每組個數分別爲 1,1,2,2,3,3,……..,10,10,11,…

第 21 組中共有 11 個數，由第 1 組到第 20 組共有$2(1+2+\cdots+10)=110$個數，故第 21 組中的第一個數爲第 111 個奇數 $=2\times111-1=$ 221，

且第 21 組中的所有數之和$=\dfrac{11\times[2\times221+(11-1)\times2]}{2}=2541$

13、求$\displaystyle\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=$________。

答案：$\dfrac{15}{31}$

解析：$\displaystyle\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{29\times31}$

$$=\frac{1}{2}(\frac{2}{1\times3}+\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\cdots+\frac{2}{29\times31})$$
$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{29}-\frac{1}{31})$$
$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{31})=\frac{15}{31}$$ 。

14、求 $0.5+0.055+0.00555+\cdots=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{500}{891}$

$\boxed{\text{解析}}$：原式 $=\frac{5}{9}(0.9+0.099+0.00999+\cdots)$

$$=\frac{5}{9}[(1-0.1)+(0.1-0.001)+(0.01-0.00001)+\cdots]$$
$$=\frac{5}{9}[(1+0.1+0.01+\cdots)-(0.1+0.001+0.00001+\cdots)]$$
$$=\frac{5}{9}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{10}}-\frac{\frac{1}{10}}{1-\frac{1}{100}}\right)=\frac{500}{891}$$ 。

15、兩等差數列，第 n 項之比爲 $(3n-1):(4n+2)$，則首 13 項和之比爲______。

$\boxed{\text{答案}}$：2 : 3

$\boxed{\text{解析}}$：$S_{13}:S'_{13}=13\times a_7:13a'_7=a_7:a'_7=(3\times7-1):(4\times7+2)=20:30=2:3$

16、兩等差級數，其首 n 項和之比爲 $(4n-3):(5n+1)$，則兩級數之第 11 項之比爲______。

$\boxed{\text{答案}}$：81 : 106

$\boxed{\text{解析}}$：$S_n:S'_n=(4n-3):(5n+1)$

$a_{11}:a'_{11}=21\cdot a_{11}:21\cdot a'_{11}=S_{21}:S'_{21}=(4\times21-3):(5\times21+1)=81:106$

17、一等差數列共 33 項，前 3 項和爲 69，後 3 項和爲 204，(1)求 $a_{32}=$_____，(2)求首項 $=$_____。

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{43}{2}$, $\frac{3}{2}$

$\boxed{\text{解析}}$：$a_1+a_2+a_3=69\Rightarrow 3a_2=69,\quad \therefore a_2=23=a+d$ ……..①

$a_{31}+a_{32}+a_{33}=204\Rightarrow 3a_{32}=204,\ \therefore a_{32}=68=a+31d$ …..②

由② − ① $30d=45,\ \therefore d=\frac{3}{2},\ \therefore a_1=21.5=\frac{43}{2}$

18、(1) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{3^k-1}{7^k}=$______。(2) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{3k-1}{7^k}=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：(1) $\frac{7}{12}$　　(2) $\frac{5}{12}$

$\boxed{\text{解析}}$：(1) $\sum_{k=1}^{\infty}(\frac{3}{7})^k-\sum_{k=1}^{\infty}(\frac{1}{7})^k=\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}-\frac{\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}}=\frac{7}{12}$

(2) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{3k-1}{7^k}=\frac{2}{7}+\frac{5}{49}+\cdots+\frac{3n-1}{7^n}+\cdots$

$$S=\frac{2}{7}+\frac{5}{49}+\cdots+\frac{3n-1}{7^n}+\cdots$$

$$-)\frac{1}{7}S=\qquad\frac{2}{49}+\cdots+\frac{3(n-1)}{7^n}+\frac{3n-1}{7^{n+1}}+\cdots$$

$$\frac{6}{7}S=\frac{2}{7}+\frac{3}{49}+\cdots+\frac{3}{7^n}-\frac{3n-1}{7^{n+1}}+\cdots$$

$$S=\frac{7}{6}\left[\frac{2}{7}+\frac{\frac{3}{49}}{1-\frac{1}{7}}\right]=\frac{5}{12}$$

19、設 $a_n=\frac{3^{n+1}}{(2x-1)^{n-1}}$ ，則

(1)數列 $<a_n>$ 收斂時，x 的範圍爲______，(2) $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收斂時，x 的範圍爲______。

答案：(1) $x\ge 2$ 或 $x<-1$　　(2) $x>2$ 或 $x<-1$

解析：(1)數列收斂，$-1<\frac{3}{2x-1}\le 1,$

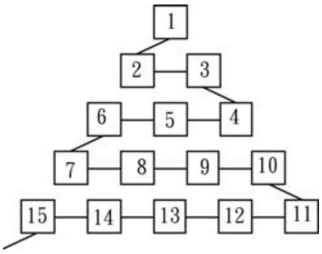
① $\frac{3}{2x-1}=1$, $x=2$

② $-1<\frac{3}{2x-1}<1\Rightarrow\left|\frac{3}{2x-1}\right|<1\quad\therefore 3<|2x-1|\Rightarrow 2x-1>3$ 或 $2x-1<-3\Rightarrow x>2$ 或 $x<-1$ ，

由①② $\therefore x\ge 2$ 或 $x<-1$

(2)級數收斂之條件爲 $-1<\frac{3}{2x-1}<1\Rightarrow x>2$ 或 $x<-1$

20、下圖是從事網路工作者經常用來解釋網路運作的蛇形模型：



數字1出現在第1列；數字2,3出現在第2列；數字6,5,4 (從左至右)出現在第3列；數字7,8,9,10出現在第4列；依此類推。試問第99列，從左至右算，第67個數字爲______。

答案：4884

解析：第 1 列有 1 個數，第 2 列有 2 個數，⋯，第 k 列有 k 個數，⋯，因此到第 98 列爲止，共有 1+2+⋯+98 $=\frac{99\times 98}{2}=4851$ 個數，又第 99 列有 99 個數，它是由右而左算(奇數列由右而左，偶數列是由左而右)，故由左至右算的第 67 個數字爲 $4851+(99-67+1)=4884$

21、有兩個等差數列 $<a_n>\;=\;<0,\ 7,\ 14,\ 21,\cdots,\ 994>$, $<b_n>\;=\;<1,\ 5,\ 9,\ 13,\cdots,\ 1001>$ 由這兩個數列中共同項，由小而大依序排列，得另一數列 $<c_n>$ 共有 k 項，則

(1)求 c_1 之值爲______，(2) $c_1+c_2+\cdots+c_k$ 之和 ＝______。

答案：(1)21　　(2)17395

解析：$<a_n> \;=\; <0,\ 7,\ 14,\ 21, 28, \cdots,\ 994>$,

$<b_n> \;=\; <1,\ 5,\ 9,\ 13, 17, 21, 25, \cdots,\ 1001>$

第一個共同項 21，公差爲 a_n, b_n 兩公差的最小公倍數 $[\,7, 4\,] = 28$

共同項 $<c_n>$ 即 $<21+28k>, k\in\mathbb{Z}$，

(1)取 $k=0 \Rightarrow c_1 = 21+28\times 0 = 21$，

(2)　$<c_n>$ 的公差爲 28，末項爲 $c_{35} = 21+28\times 34 = 97$，和 $= \dfrac{35(2\times 21+34\times 28)}{2} = 17395$

22、一無窮等比級數之和爲 3，前二項之和爲 $\dfrac{8}{3}$，又知首項大於 3，則此級數的首項爲_____，公比爲_____。

答案：$4,\ -\dfrac{1}{3}$

解析：$\dfrac{a}{1-r} = 3......①$　　$a+ar = \dfrac{8}{3}. \Rightarrow a(1+r) = \dfrac{8}{3}......②$

②÷①　$(1+r)(1-r) = \dfrac{8}{9}$　$\Rightarrow r^2 = \dfrac{1}{9}, \therefore r = \pm\dfrac{1}{3}$

若 $r = \dfrac{1}{3}, a = 2$ (不合)，則 $r = -\dfrac{1}{3}, a = 4$

23、(1)求 $\sum\limits_{k=1}^{15} k =$______，(2) $\sum\limits_{i=1}^{15} k =$______。

答案：(1)120　　(2)$15k$

解析：(1) $\sum\limits_{k=1}^{15} k = 1+2+3+.......+15 = \dfrac{(1+15)\times 15}{2} = 120$　；(2) $\sum\limits_{i=1}^{15} k = \underbrace{k+k+k+.......+k}_{15項} = 15k$

24、在 3 和 35 之間插入 100 個數，使這 102 個數成等差數列，試求這插入 100 個數的和________。

答案：2000

解析：設插入 100 個數 $b_1, b_2, b_3, ..., b_{99}, b_{100}$，使 $3, b_1, b_2, b_3, ..., b_{99}, b_{100}, 35$ 成等差數列，

則 $b_1+b_2+b_3+.......+b_{99}+b_{100} = \dfrac{100(b_1+b_{100})}{2} = \dfrac{100(3+35)}{2} = 2000$。

25、Selina 向銀行借 120 萬元，打算分 60 期償還，每月爲一期，每期複利計算，月利率爲 1%，銀行爲方便客戶，此貸款自次期初起分 60 期平均償還，問每期應償還____________百元。(百元以下四捨五入) $(1.01)^{59} = 1.798$, $(1.01)^{60} = 1.816$

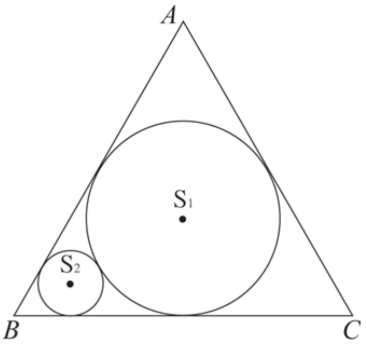
答案：設每期應償還 x 百元

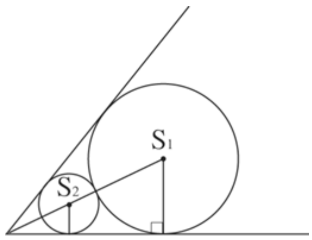
$120\times(1+1\%)^{60} = 217.92$ (萬元)

$x(1+1\%)^{59} + x(1+1\%)^{58} + \cdots + x = \dfrac{x[(1.01)^{60}-1]}{1.01-1} = 81.6x$ (萬元)

$\therefore 81.6x = 217.92 \therefore x = 2.67058$ (萬元)　∴每月應償 267 百元。

26、如圖正△ABC中，圓S_1爲其內切圓，圓S_2與$\overline{BC}, \overline{BA}$，圓$S_1$相切……圓$S_k$與$\overline{BC}, \overline{BA}$及圓$S_{k-1}$相切……則(1)圓$S_1$半徑 : 圓$S_2$半徑＝_______________。 (2)若正△ABC之邊長爲 12 公分則無數多個圓$S_1, S_2, S_3\cdots$面積的總和爲________。





答案：(1) $\overline{S_1S_2}$ 延長必通過B且平分$\angle ABC \therefore \angle S_2BC = 30°$，且

$r_1 = \overline{S_1C_1} \perp \overline{BC}$ 於C_1，$r_2 = \overline{S_2C_2} \perp \overline{BC}$ 於C_2，由 30º, 60º, 90º的三長比

$\overline{BS_1} = 2\overline{S_1C_1} \Rightarrow 2r_2 + r_2 + r_1 = 2r_1$，$\therefore$ $r_1 : r_2 = 3 : 1$

(2)正△邊長 12cm $\therefore$內切圓半徑$r_1 = \dfrac{12}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

27、某人由 A 點出發向東走 3200 公尺，再向北走 1600 公尺，再向西走 800 公尺，再向南走 400 公尺，再向東走 200 公尺，再向北、再向西、再向南、再向東、……繼續不斷，且每次路程折半，最後停止於 B 點，試求 A, B 兩點的距離為＿＿＿＿＿＿。

答案：設 B 點在 A 點的正東 x 公尺，正北 y 公尺處，則

$$y = 1600 - 400 + 100 - 25 + \cdots = \frac{1600}{1-(-\frac{1}{4})} = 1280$$

$$x = 3200 - 800 + 200 - 50 + \cdots = 2y$$

A, B 兩點的距離 $= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2y)^2 + y^2} = y\sqrt{5} = 1280\sqrt{5}$ (公尺)。

A, B 兩點的距離約為 2862 公尺。

28、設$n \in \mathbb{N}, 6^n$之一切正因數和為a_n，則$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{6^n} =$ ？

答案：$6^n = 2^n \times 3^n$ 其正因數和$a_n = (2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n)(3^0 + 3^1 + \cdots + 3^n) = (\dfrac{2^{n+1}-1}{2-1})(\dfrac{3^{n+1}-1}{3-1})$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{6^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2}(2^{n+1}-1)(3^{n+1}-1)}{2^n \times 3^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}(2-\frac{1}{2^n})(3-\frac{1}{3^n}) = 3$$

29、設有一等比數列之首項為 3，公比為 5，若第 m 項加到第 n 項之和為 11625，且 $m < n$ 則

(1) (　　) m = (A)3　(B)4　(C)5　(D)6　(E)7。

(2) (　　) n = (A)3　(B)4　(C)5　(D)6　(E)7。

答案：(1) (B)　(2) (D)

解析：(1) $a_m + \cdots + a_n = 3 \times 5^{m-1} + \cdots + 3 \times 5^{n-1} = \dfrac{3 \times 5^{m-1} \times (5^{n-m+1}-1)}{5-1} = 11625$

$\therefore 5^{m-1}(5^{n-m+1}-1) = 5^3 \times 2^2 \times 31 \therefore 5^{m-1} = 5^3$，故 $m = 4$。

(2) $5^{n-m+1} - 1 = 124, \therefore 5^{n-m+1} = 125$　，$n - m + 1 = 3, \therefore n = 6$