

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：98.04.22.				
範圍	2-3 排列(A)	班級		姓名
		座號		

一、選擇題 (每題 10 分)

() 1.(複選)下列各式何者正確? (1) $6! = 720$. (2) $n! = P_n^n$.

(3) $P_m^n = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$. (4) $P_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$. (5) $0! = 1$.

解答 12345

() 2.(複選)從 1 到 9 等 9 個自然數中, 任取三個相異數字組成一純循環小數, 此種純循環小數共有 n 個, 又此 n 個純循環小數的總和為 S , 則下列何者正確? (1) $300 \leq n \leq 400$. (2) $400 < n \leq 500$. (3) $500 < n \leq 600$. (4) $200 \leq S \leq 300$. (5) $300 < S \leq 400$.

解答 34

解析 純循環小數的型式為 $\overline{0.abc}$, \therefore 共有 $9 \times 8 \times 7 = 504$ 個.

$$\text{所求總和} = \overline{0.123} + \overline{0.124} + \cdots + \overline{0.987} = \frac{123}{999} + \frac{124}{999} + \cdots + \frac{987}{999}$$

$$= \frac{1}{999} (123 + 124 + \cdots + 987),$$

$$\text{分子之和} = 123 + 124 + \cdots + 987 = \text{數字相異三位數之和}$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \times 56 +$$

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \times 10 \times 56 +$$

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \times 100 \times 56$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)(56 + 560 + 5600) = 45 \times 6216 = 279720,$$

$$\therefore \text{所有循環小數的總和} = \frac{279720}{999} = 280.$$

二、填充題 (每題 10 分)

1. 某公司在一棟大樓的第二樓與第三樓各有 7 個房間,

(1)如果要規劃二樓的 7 個房間中之三間給甲、乙、丙三個科長當研究室, 有_____種方法;

(2)如果二、三樓同時使用, 但二樓選兩間當研究室, 而三樓裡選一間, 有_____種方法.

解答 (1)210;(2)882

解析 (1)三個人在二樓的 7 個房間中, 選 3 間當研究室, 有 $P_3^7 = 7 \times 6 \times 5 = 210$ 種選法.

(2)①甲、乙兩人選二樓, 丙選三樓的選法, 有 $P_2^7 \times P_1^7 = 294$,

②甲、丙兩人選二樓, 乙選三樓的選法, 有 $P_2^7 \times P_1^7 = 294$,

③乙、丙兩人選二樓, 甲選三樓的選法, 有 $P_2^7 \times P_1^7 = 294$,

所以共有 $294 \times 3 = 882$ 種選法.

2. n 為正整數, 若 $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$, 則 $n =$ _____.

解答 7

解析 $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$, 即 $\frac{n \times (n-1)(n-2)}{(n+2)(n+1)n} = \frac{5}{12}$,

$$5(n+2)(n+1) = 12(n-1)(n-2) \Leftrightarrow 5(n^2 + 3n + 2) = 12(n^2 - 3n + 2)$$

$$\Leftrightarrow 7n^2 - 51n + 14 = 0 \Leftrightarrow n = 7 \text{ 或 } \frac{2}{7}, \text{ 但 } n \text{ 是整數, 所以 } n = 7.$$

3. 5 個男孩，4 個女孩排成一列，

(1)若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起，其排法有_____種，

(2)若任意兩個女孩都不相鄰，則有_____種排法；

(3)若男孩全不相鄰，女孩也全不相鄰，則有_____種排法。

解答 (1)5760(2)43200;(3)2880

解析

(1)5 位男生視為一體，4 位女生視為一體，排法有 $2!$ 種，

5 位男生交換位置，排法有 $5!$ 種，3 位女生交換位置，排法有 $4!$ 種，

故排列數 $= 2! \times 5! \times 4! = 5760$ 。

(2)



先排 5 個男孩， $5!$ 種，

再將 4 個女孩排在含首末的 6 個間隔中的 4 個位置，有 P_4^6 種方法，

9 個人排列法有 $5! \times P_4^6 = 43200$ 。

(3)



先排 5 個男孩，有 $5!$ 種方法，

男孩、女孩同性均不相鄰，如圖示，女孩只能排中間四個間隔，有 $4!$ 種排法。

因此 9 個人的排列共有 $5! \times 4! = 2880$ 種方法。

4. 甲、乙、丙三人在排成一列的十個座位上任選坐三個，則

(1)三人均相鄰的坐法有_____種， (2)三人均不相鄰的坐法有_____種。

解答 (1)48;(2)336

解析 (1)10 個座位選三個相鄰的方法有

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (7, 8, 9), (8, 9, 10)等 8 種，

3 人入座的方法有 $3!$ 種， \therefore 所求坐法有 $8 \times 3! = 48$ 種。

(2)10 個座位選三個，其中有 7 個空位，

可視為 7 個空位的前後共 8 個間隔，任取 3 個給甲、乙、丙三人入座，



\therefore 坐法有 $P_3^8 = 8 \times 7 \times 6 = 336$ 種。

5. 甲、乙、丙、丁、戊、己等六人排成一列，則

(1)甲與乙、丙均相鄰的排法有_____種。

(2)甲、乙相鄰且丙、丁不相鄰的排法有_____種。

解答 (1)48;(2)144

解析 (1)甲與乙、丙均相鄰，甲必排在乙、丙之間，

先將三人視為一體與其他三人排列，其排法有 $4!$ 種，

乙、丙二人位置可交換，其排法有 $2!$ 種，

故甲與乙、丙均相鄰的排列數 $= 4! \times 2! = 48$ 。

(2)甲、乙相鄰，先將甲、乙視為一體與戊、己排列之，

在各間隔中插入丙、丁中的 1 人，甲、乙兩人再交換位置（如下圖），



故排法有 $3! \times P_2^4 \times 2! = 144$ 種。

6. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，則

(1) 甲、乙、丙相連有_____種排法。

(2) 甲、乙、丙完全分開有_____種排法。

解答 (1)720;(2)1440

解析 (1) 先把甲、乙、丙看成一人作排列後，甲、乙、丙再排列，則有 $5! \times 3! = 720$ 種排法。

(2) 先排丁、戊、己、庚，甲、乙、丙再排入其 5 個間隔中，則有 $4! \times P_3^5 = 1440$ 種排法。

7. A, B, C, D, E, F, G, H 等 8 人排成一列，求下列排法：

(1) A, B 相鄰， C, D 不相鄰_____。(2) A, B, C 均與 D 不相鄰_____。

解答 (1)7200;(2)14400

解析 (1) $[AB], E, F, G, H \Rightarrow 5! \times 2 = 240$,

C, D 放入空隙 $\Rightarrow P_2^6 = 30, \therefore$ 所求 $= 240 \times 30 = 7200$ 。

(2) 先排 $D, E, F, G, H \Rightarrow 5! = 120$,

A 放入 $\rightarrow 4$ 種
 B 再放入 $\rightarrow 5$ 種
 C 再放入 $\rightarrow 6$ 種

$4 \times 5 \times 6 = 120$,

\therefore 所求 $= 120 \times 120 = 14400$ 。

8. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等 7 人排成一列，

(1) 甲一定在乙左，但位置不一定相鄰，則排法有_____種。

(2) 丙排首或丁排尾，則排法有_____種。

解答 (1)2520;(2)1320

解析 (1) 先排 $\bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc$ ，再將甲排入左邊的 \bigcirc 、乙排入右邊的 \bigcirc

共有 $\frac{7!}{2!} \times 1 \times 1 = 2520$ 種排法。

(2) 丙排首有 $6!$ 種排法，丁排尾有 $6!$ 種排法，丙排首且丁排尾有 $5!$ 種排法，

\therefore 丙排首或丁排尾共有 $6! + 6! - 5! = 1320$ 種排法。

$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$

9. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排成一列，甲須排在乙、丙、丁之左，且戊須排在己、庚之右的排法有_____種。

解答 420

解析 先排 $\bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \square, \square, \square$ ，再將甲排入最左邊的 \bigcirc 、乙、丙、丁排入剩下的 3 個 \bigcirc 後將戊排入最右邊的 \square ；己、庚排入剩下的 2 個 \square ，

共有 $\frac{7!}{4!3!} \times (1 \times 3!) \times (1 \times 2!) = 420$ 。

$\begin{array}{ccccccc} & & & \uparrow & & \uparrow & \\ & & & \text{乙丙丁 3 人之排法} & & \text{己庚 2 人之排法} & \end{array}$

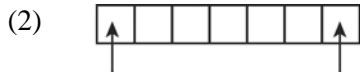
10. 甲、乙、丙、... 等 7 人排成一列，

(1) 甲不排首，乙不排第二位，丙不排末之排法有_____種。

(2) 甲、乙不排首，乙、丙、丁不排末之排法有_____種。

解答 (1)3216;(2)2040

解析 (1) $7! - 3 \times 6! + 3 \times 5! - 4! = 3216$ 。



甲乙不排首， 乙丙丁不排末，
故還有5人可排。 故還有4人可排。

但須扣掉戊，己，庚既排首又排尾的不合理情況，中間5人任意排5!，
故所求為： $(5 \times 4 - 3) \times 5! = 2040$ 。

11. 由二年1班至8班的八個班級中，任選出三個班級代表學校參加合唱比賽，

(1)若選出的三個班級號碼均相連，則其選法有_____種。

(2)若選出的三個班級號碼兩兩均不相連，則其選法有_____種。

【註】2與3相連，1與8不相連。

解答 (1)6;(2)20

解析 (1)在8個班級中，選3個相連號碼的方法，

有(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6), (5, 6, 7), (6, 7, 8)共6種選法。



8個班級選3個，有5個空位，可視為5個空位的前後共6個間隔任取3個，

\therefore 有 $\frac{P_3^6}{3!} = 20$ 種。

12. 三支相同的原子筆，五支相同的鉛筆，全部分給10個小朋友，

(1)每人最多一支，共有_____種分法；(2)如果八支筆都不相同，則分法有_____種。

解答 (1)2520;(2) P_8^{10}

解析 (1)本問題如同3個a，5個b，2個X在10個不同位置的排列，有 $\frac{10!}{3!5!2!} = 2520$ 種方法

(2)8支筆分給10個小朋友中的8個人，有 P_8^{10} 種分法。

13. 將6種不同獎品全部分給甲，乙，丙三人，則

(1)甲至少得一件，有_____種分法。

(2)甲得一件，乙得二件，丙得三件，有_____種分法。

(3)每人二件有_____種分法。

解答 (1)665;(2)60

解析 (1) $3^6 - 2^6 = 665$ 。

(2) 如同 甲乙丙丙丙 在6種不同獎品前的排列： $\frac{6!}{2 \times 3!} = 60$ 。

(3)甲、甲、乙、乙、丙、丙，排列的結果為 $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$ 種分法。

14. 有6件不同的玩具，分給甲、乙、丙三位兒童，則

(1)任意分，每人可兼得的分法有_____種。

(2)甲分得4件，乙、丙各分得1件的分法有_____種。

(3)乙、丙二人至少各分得1件的分法有_____種。

解答 (1)729;(2)30;(3)602

解析 (1)任意分，每一件玩具可分給甲、乙、丙任一人，分法有3種，所有分法有 $3^6 = 729$ 種。

(2)先將6件玩具，任意排列後，再將甲甲甲甲乙丙排在其位置上，

排到甲表該件玩具分給甲， \therefore 分法有 $\frac{6!}{4!1!1!} = 30$ 種。

$$(3) \text{乙、丙至少各得 1 件的分法} = \text{所有分法} - (\text{乙沒有或丙沒有}) \\ = 3^6 - (2^6 + 2^6 - 1^6) = 729 - 127 = 602 .$$

15. 用 1, 2, ..., 9 寫出數字不重複的 3 位數, 則這些數中偶數有_____個 .

解答 224

解析 $4 \times 8 \times 7 = 224 .$

↳ 先填末位

16. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5 中取出三個不同數, 寫成三位數, 則其中 4 的倍數有_____個 .

解答 24

解析 先取末兩位: 04, 12, 20, 24, 32, 40, 52,

含 0 的有 3 個, 其百位數有四個選擇, 共 $3 \times 4 = 12$ 個,

不含 0 的有 4 個, 其百位數有三個選擇, 共 $4 \times 3 = 12$ 個,

∴ 4 的倍數共有 $12 + 12 = 24$ 個 .

17. 自 0, 1, 2, 3, 4, 5 六個數字中, 選取五個排成一五位數,

(1) 共有五位數_____個 . (2) 所得的五位數中, 大於 31200 者有_____個 .

解答 (1)600;(2)330

解析 (1) $5 \times P_4^5 = 600 .$

$$(2) \quad 31 \begin{matrix} \leftarrow 2 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \quad 3 \cdot P_2^3 = 18,$$

$$3 \begin{matrix} \leftarrow 2 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix} \quad 3 \cdot P_3^4 = 72,$$

$$4 \begin{matrix} \leftarrow 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{matrix} \quad 2 \cdot P_4^5 = 240,$$

$$\therefore 240 + 72 + 18 = 330 .$$

18. 用 0, 1, 2, 3, 4, 5 作數字相異的四位數, 則四位數中 4 的倍數者有_____個 .

解答 72

解析 如圖,

$$\begin{matrix} \square & \square & 0 & 4 \end{matrix} \rightarrow 4 \times 3 = 12 \text{ 個}$$

$$\begin{matrix} \square & \square & 1 & 2 \end{matrix} \rightarrow 3 \times 3 = 9 \text{ 個}$$

$$\begin{matrix} \square & \square & 2 & 0 \end{matrix} \rightarrow 4 \times 3 = 12 \text{ 個}$$

$$\begin{matrix} \square & \square & 2 & 4 \end{matrix} \rightarrow 3 \times 3 = 9 \text{ 個}$$

$$\begin{matrix} \square & \square & 3 & 2 \end{matrix} \rightarrow 3 \times 3 = 9 \text{ 個}$$

$$\begin{matrix} \square & \square & 4 & 0 \end{matrix} \rightarrow 4 \times 3 = 12 \text{ 個}$$

$$\begin{matrix} \square & \square & 5 & 2 \end{matrix} \rightarrow 3 \times 3 = 9 \text{ 個}$$

4 的倍數為末兩位是 4 的倍數者, ∴ 4 的倍數共有 $3 \times 12 + 4 \times 9 = 72$ 個 .

19. 如右圖, 由 A 到 B 走捷徑, 求

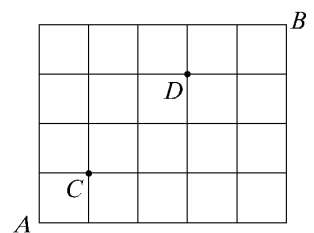
(1) 經過 C 點的走法有_____種;

(2) 經過 C 且不過 D 的走法有_____種 .

解答 (1)70;(2)34

解析 (1) $A \rightarrow C \rightarrow B \Rightarrow \frac{2!}{1!1!} \times \frac{7!}{4!3!} = 2 \times 35 = 70 .$

(2) 經過 C 且不過 D = (經過 C) - (經過 C 且經過 D)



$$= 70 - \frac{2!}{1!1!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!1!} = 70 - 36 = 34 .$$

20. 將「庭院深深深幾許」等七個字全取排成一列，

(1) 三個「深」字不完全相鄰，則排法有_____種。

(2) 三個「深」字完全不相鄰，則排法有_____種。

解答 (1)720;(2)240

解析 (1) 三個「深」字不完全相鄰 = (全部排法) - (三個「深」字完全相鄰)

全部排法：7 個字去排，共有 $\frac{7!}{3!}$ 種排法，

三個「深」字完全相鄰：把 3 個深視為 1 個，與其他 4 字排列，有 5! 種排法，

∴ 共有 $\frac{7!}{3!} - 5! = 720$ 種排法。

(2) 先排「庭」、「院」、「幾」、「許」4 個字，共有 4! 種排法，

$\nabla \bigcirc \nabla \bigcirc \nabla \bigcirc \nabla \bigcirc \nabla$ 5 個空隙選 3 個排「深」字，共 $\frac{P_3^5}{3!}$ 種排法，

∴ 共有 $4! \cdot \frac{P_3^5}{3!} = 240$ 種排法。

21. 「tennessee」一字中，

(1) 各字母全取排列，有_____種排法，

(2) 若同字母須相鄰，有_____種排法。

解答 (1)3780;(2)24

解析 (1) (9 個字母中，有 4 個 e，2 個 n，2 個 s，1 個 t)： $\frac{9!}{4!2!2!} = 3780$ (種)。

(2) 視同 t, e, n, s 全取排列數 $4! = 24$ (種)。

22. aabbccdd 排成一列，其中 a 與 b 不相鄰之排法有_____種。

解答 660

解析 先排 c, c, d, d, 有 $\frac{4!}{2!2!}$ 種方法，接著 a, a, b, b 插間隔排有四類，

$$(1) a, a, b, b \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_4^5}{2!2!} = 180 .$$

$$(2) (aa), b, b \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_3^5}{2!} = 180 .$$

$$(3) a, a, (bb) \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_3^5}{2!} = 180 .$$

$$(4) (aa), (bb) \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} \times P_2^5 = 120 .$$

∴ $180 + 180 + 180 + 120 = 660$ 。

23. 警報器長鳴一次須三秒，短鳴一次須 1 秒，鳴叫之間間隔 2 秒，則 30 秒可作成_____種不同的信號。

解答 80

解析 設長鳴 x 次，短鳴 y 次，則間隔有 $x + y - 1$ 次

$$\Rightarrow 3x + y + 2(x + y - 1) = 30 \Rightarrow 5x + 3y = 32$$

$$\begin{array}{r|l|l} x & 1 & 4 \\ \hline y & 9 & 4 \end{array}$$

$$\text{有 } \frac{10!}{1!9!} + \frac{8!}{4!4!} = 10 + 70 = 80 \text{ 種 .}$$

24. 渡船三隻，每船可載 6 人，則 7 人過渡，但甲坐 A 船，有_____種安全渡法。

解答 728

解析 甲坐 A 船，另 6 人均有 3 種選船法，故為 3^6 法，但因 6 人不可與甲同時選 A 船，故共有 $3^6 - 1 = 729 - 1 = 728$ 種。

25. 已知三艘不同的渡船，每船最多能載 4 人，試求

(1) 4 人渡河時，安全過渡的方法有_____種。

(2) 5 人渡河時，安全過渡的方法有_____種。

(3) 6 人渡河時，安全過渡的方法有_____種。

解答 (1)81 ; (2) ; (3)690

解析 (1) 4 人渡河時： $3^4 = 81$

(2) 5 人渡河時，安全過渡的方法=(全部)-(超載 5 人同船)： $3^5 - 1 \times P_1^3 = 240$

(3) 6 人渡河時，超載的情形有二類：

①(6 人同乘一船)，其搭乘方法有 $1 \times P_1^3 = 3$ 種。

②6 人中有(5 人同乘一船)，(另一人搭另外一船)，其方法有 $6 \times P_2^3 = 36$ 種。

\therefore 6 人安全渡河的方法有 $3^6 - 3 - 36 = 690$ 種。

26. 「人人為我，我為人人」這 8 個字任意排成一列，(1)若其中至少有兩個「人」排在一起的排法有_____種，(2)相同的字都不相鄰的排法有_____種。

解答 (1)390;(2)24

解析 (1)任意排列數減去四個人都不相鄰的排列數 $= \frac{8!}{2!2!4!} - \frac{4!}{2!2!} \times \frac{P_4^5}{4!} = 390$ 。

(2)①先將「四個人」陳列，如下圖，然後將「我為我為」分成三組放入圖中打圈的位置，必須使同字不相鄰，其方法只有一種，如下：

「我為、我、為」，排入三個打圈的位置的方法數 $3! \times 2! = 12$ 。

$\begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \\ \text{人} & \text{人} & \text{人} & \text{人} \end{array}$

②「我為我為」分四個字排入

$\begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \text{人} & \text{人} & \text{人} & \text{人} \end{array}$
 或
 $\begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \text{人} & \text{人} & \text{人} & \text{人} \end{array}$

四個打圈的位置之方法數 $2 \times \frac{4!}{2!2!} = 12$

所以有相同的字都不相鄰的排法有 $12 + 12 = 24$ 種。