高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：98.03.18.
範圍	1-4 雙曲線	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題　(每題 10 分)

(　　) 1. 下列何者正確?

(1)A，B 為平面上相異兩點，則滿足 $|\overline{PA}-\overline{PB}|=\frac{1}{2}\overline{AB}$ 的所有點 P 形成之圖形為一雙曲線．

(2)A，B 為平面上相異兩點，則滿足 $|\overline{PA}-\overline{PB}|=2\overline{AB}$ 的所有點 P 形成之圖形為一雙曲線．

(3)以兩定點 A，B 為焦點的雙曲線，當兩頂點的距離愈大時，正焦弦長也愈長．

(4)P，F_1，F_2 平面上三相異點，若 P 點滿足 $\overline{PF_1}-\overline{PF_2}=5$，且 $\overline{F_1F_2}=8$，則 P 圖形為拋物線．

(5) 設 $F_1(4，4)$，$F_2(0，4)$，則 $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=6$ 的 P 點軌跡為雙曲線．

解答　1

解析　(1)(2) 只要 $|\overline{PA}-\overline{PB}|=k<\overline{AB}$，$k$ 為一定數，$k>0$，雙曲線就可產生

(3) 貫軸愈長，共軛軸就愈短，正焦弦就愈短

(4) 設 P，F_1，F_2 為平面上三相異點，若 P 點滿足 $\overline{PF_1}-\overline{PF_2}=2a=5$ 且 $\overline{F_1F_2}=8>2a$

則所有 P 點形成圖形為雙曲線之一支

(5) $\overline{F_1F_2}=4=2c<2a=6$　∴不是雙曲線

(　　) 2. 已知雙曲線 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 上一點 P 到其中一焦點 F 的距離為 4，那麼 P 到另一焦點 F' 的距離是多少?　(1) 2　(2) 4　(3) 6　(4) 10　(5) 12．

解答　4

解析　雙曲線 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$　$\Rightarrow$　$a^2=9$　$\Rightarrow$　$a=3$，由雙曲線定義 $|\overline{PF}-\overline{PF'}|=2a$

$\Rightarrow$　$|4-\overline{PF'}|=2\times 3=6$　$\Rightarrow$　$4-\overline{PF'}=\pm 6$

$\Rightarrow$　$\overline{PF'}=10$ 或 -2（不合），　∴ $\overline{PF'}=10$．

(　　) 3. (複選)雙曲線 Γ 之二焦點 $F'(-1，2)$，$F(5，2)$且過點$(-3，6)$，下列何者正確?

(1)中心為(2，2)　(2)貫軸長為 $2\sqrt{5}$　(3)共軛軸長為 4

(4)正焦弦長為 $\frac{8}{5}$　(5) Γ：$\frac{(x-2)^2}{5}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$．

解答　1235

解析　$F'(-1，2)$，$F(5，2)$　$\Rightarrow$　中心(2，2)，$c=3$，

設 P 為雙曲線上一點，則 $|\overline{PF'}-\overline{PF}|=|\sqrt{2^2+4^2}-\sqrt{8^2+4^2}|=2\sqrt{5}=2a$

$\Rightarrow$　$a=\sqrt{5}$，∴$b^2=4$　$\Rightarrow$　$b=2$，∴Γ：$\frac{(x-2)^2}{5}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$，

∴貫軸長 $=2a=2\sqrt{5}$，共軛軸長 $=2b=4$，正焦弦長 $=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\cdot 2^2}{\sqrt{5}}=\frac{8}{5}\sqrt{5}$．

(　　) 5. (複選)動點 $P(x，y)$滿足 $|\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}-\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2}|=k$，下列何者正確?

(1) $k=0$ 表一直線　(2) $k=2$ 時，正焦弦長 $=\frac{21}{2}$　(3) $k=3$ 表一拋物線　(4) $k=5$ 表一射線

(5) $k>5$ 表一雙曲線．

解答　12

解析　設 F，F' 爲雙曲線兩焦點，$\left|\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}-\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2}\right|=k$

$\Rightarrow$ $F(1,-2)$，$F'(-2,2)$且 $\overline{FF'}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

(1) $k=0$ 時，$\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2}$ $\Rightarrow$ $6x-8y+3=0$ 表一直線．

(2) $k=2$ 時，$\because \overline{FF'}=2c=5$ $\Rightarrow$ $c=\dfrac{5}{2}$，$\because 2a=2$ $\Rightarrow$ $a=1$，

$\therefore b=\sqrt{(\frac{5}{2})^2-1^2}=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$，$\therefore$正焦弦長 $=\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\cdot\frac{21}{4}}{1}=\dfrac{21}{2}$．

(3)$0<k<5$ 表雙曲線．(4)$k=5$ 表二射線．(5)$k>5$ 沒有圖形．

二、填充題 （ 每格 10 分 ）

1. 雙曲線 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 的 (1)兩焦點坐標爲____________．(2)兩頂點坐標爲____________．

解答　(1)$(3,0)$，$(-3,0)$;(2)$(2,0)$，$(-2,0)$

解析　當 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 時，$a=2$，$b=\sqrt{5}$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=3$，中心$(0,0)$，

兩焦點坐標$(3,0)$，$(-3,0)$，兩頂點坐標$(2,0)$，$(-2,0)$．

2. 雙曲線 $25y^2-16x^2=100$ 的 (1)貫軸長 $=$____________．(2)共軛軸長 $=$____________．

解答　(1)4;(2)5

解析　雙曲線 $25y^2-16x^2=100$，即 $\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{x^2}{\frac{25}{4}}=1$，$a=2$，$b=\dfrac{5}{2}$，貫軸長 $2a=4$，共軛軸長 $2b=5$．

3. 兩焦點爲$(1+\sqrt{5},-1)$，$(1-\sqrt{5},-1)$，試求：

(1)貫軸長爲共軛軸長 2 倍的雙曲線方程式爲___________．(2)它與 x 軸的交點坐標爲___________．

解答　(1)$\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(y+1)^2}{1}=1$;(2)$(1+2\sqrt{2},0)$，$(1-2\sqrt{2},0)$

解析　兩焦點$(1+\sqrt{5},-1)$，$(1-\sqrt{5},-1)$的中點即中心$(1,-1)$，

貫軸平行 x 軸，雙曲線方程式爲 $\dfrac{(x-1)^2}{a^2}-\dfrac{(y+1)^2}{b^2}=1$，又 $a=2b$，$c=\sqrt{5}$ 且 $c^2=a^2+b^2$，

$b=1$，$a=2$，雙曲線的方程式 $\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(y+1)^2}{1}=1$，

雙曲線與 x 軸的交點$(t,0)$，則 $\dfrac{(t-1)^2}{4}-\dfrac{(0+1)^2}{1}=1$，即得$(t-1)^2=8$，$t=1\pm2\sqrt{2}$，

與 x 軸的交點爲$(1+2\sqrt{2},0)$，$(1-2\sqrt{2},0)$．

4. 以 $2x+y+1=0$ 與 $2x-y+3=0$ 爲兩漸近線，且

(1)經過原點的雙曲線方程式爲___________________．(2)它的正焦弦長 $=$____________．

解答　(1)$\dfrac{(x+1)^2}{\frac{3}{4}}-\dfrac{(y-1)^2}{3}=1$;(2)$4\sqrt{3}$

解析　設以 $2x+y+1=0$ 與 $2x-y+3=0$ 爲兩漸近線的雙曲線，

方程式爲$(2x+y+1)(2x-y+3)=k$，過原點代入$(2\times0+0+1)(2\times0-0+3)=k$，即 $k=3$，

雙曲線方程式爲$(2x+y+1)(2x-y+3)=3$，即 $4x^2-y^2+8x+2y=0$，配方

$\dfrac{(x+1)^2}{\frac{3}{4}}-\dfrac{(y-1)^2}{3}=1$，正焦弦長 $=\dfrac{2b^2}{a}$，且 $a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$b=\sqrt{3}$，正焦弦長 $=4\sqrt{3}$.

5. 設 Γ：$|\sqrt{x^2+y^2+2x-10y+26}-\sqrt{x^2+y^2+2x+10y+26}|=6$，

(1)將 Γ 化為標準式得____________ .　(2) Γ 之共軛雙曲線方程式為____________ .

(3) Γ 之漸近線方程式為____________ .

解答　(1) $-\dfrac{(x+1)^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$;(2) $\dfrac{(x+1)^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$;(3) $3x\pm 4y+3=0$

解析　$|\sqrt{(x+1)^2+(y-5)^2}-\sqrt{(x+1)^2+(y+5)^2}|=6$，∴二焦點 $F'(-1，-5)$，$F(-1，5)$，

$\therefore 2c=10$，$2a=6$ $\Rightarrow$ $c=5$，$a=3$，$\therefore b=\sqrt{5^2-3^2}=4$，中心$(-1，0)$，

故 Γ：$-\dfrac{(x+1)^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$，共軛雙曲線 $\dfrac{(x+1)^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$，

漸近線$(y-0)=\pm\dfrac{3}{4}(x+1)$ $\Rightarrow$ $3x\pm 4y+3=0$.

6. 雙曲線 Γ 之中心為(2，1)，共軛軸平行 y 軸，過 Γ 之一頂點之兩焦半徑為 9 與 1，則

(1) Γ 之標準式為____________ .　(2) Γ 之焦點坐標為____________ .

解答　(1) $\dfrac{(x-2)^2}{16}-\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$;(2) $(-3，1)$，$(7，1)$

解析　$\begin{cases}c+a=9\\c-a=1\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}c=5\\a=4\end{cases}$ $\Rightarrow$ $b=3$，共軛軸平行 y 軸，雙曲線為 $\dfrac{(x-2)^2}{16}-\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$，

二焦點 $(2\pm5,1)\Rightarrow(-3，1)$，$(7，1)$.

7. 雙曲線 $4x^2-y^2-8x-4y+4=0$ 之

(1)頂點坐標為____________ .　(2)漸近線方程式為____________ .

(3)雙曲線上任一點到二漸近線之距離的乘積 $=$____________ .

解答　(1) $(1，-4)$，$(1，0)$;(2) $2x-y-4=0$，$2x+y=0$;(3) $\dfrac{4}{5}$

解析　$4x^2-y^2-8x-4y+4=0$ $\Rightarrow$配方 $4(x-1)^2-(y+2)^2=-4$ $\Rightarrow$ $-\dfrac{(x-1)^2}{1}+\dfrac{(y+2)^2}{4}=1$，

∴中心$(1，-2)$，$a=2$，$b=1$ $\Rightarrow$ $c^2=1+4=5$，頂點$(1，-4)$，$(1，0)$，

漸近線 $(y+2)=\pm\dfrac{2}{1}(x-1)$ $\Rightarrow$ $2x-y-4=0$ 或 $2x+y=0$，

雙曲線上任一點到二漸近線之距離的乘積 $=\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}=\dfrac{4}{5}$.

8. 等軸雙曲線 Γ 之中心為(2，1)，正焦弦長 $2\sqrt{2}$，一漸近線方程式為 $x-y-1=0$，

(1) Γ 之標準式為____________ .　(2)若 Γ 之貫軸平行 x 軸，則焦點坐標為____________ .

解答　(1) $\dfrac{(x-2)^2}{2}-\dfrac{(y-1)^2}{2}=\pm 1$;(2) $(0，1)$，$(4，1)$

解析　(1) ∵ Γ 為等軸雙曲線，∴ $a=b$，且一漸近線方程式為 $x-y-1=0$，故二軸平行坐標軸

又正焦弦長 $2\sqrt{2}$，$\therefore \dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2a^2}{a}=2\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ $a^2-\sqrt{2}a=0$ $\Rightarrow$ $a=\sqrt{2}$ 或 0（不合），

∵中心在(2，1)，∴ Γ：$\dfrac{(x-2)^2}{2}-\dfrac{(y-1)^2}{2}=1$，$-\dfrac{(x-2)^2}{2}+\dfrac{(y-1)^2}{2}=1$.

(2)貫軸平行 x 軸時，$\dfrac{(x-2)^2}{2}-\dfrac{(y-1)^2}{2}=1\Rightarrow\quad a^2=2$，$b^2=2$

$\therefore c^2=2+2=4\quad\Rightarrow\quad c=2$，故二焦點 $(2\pm2,1)\Rightarrow F'(0，1)$，$F(4，1)$

10. 已知一雙曲線方程式爲 $\left|\sqrt{(x-4)^2+(y+2)^2}-\sqrt{(x+6)^2+(y+2)^2}\right|=8$，試求：

(1)此雙曲線的貫軸長 =＿＿＿＿＿＿＿＿．(2)貫軸上頂點坐標＿＿＿＿＿＿＿＿．

(3)漸近線方程式＿＿＿＿＿＿＿＿．(4)共軛雙曲線方程式＿＿＿＿＿＿＿＿．

(5)若有一橢圓與上述雙曲線共焦點且長軸 12，則此橢圓方程式爲＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　(1) 8;　(2) (3，$-$2)與($-$5，$-$2);　(3) $3x+4y+11=0$ 及 $3x-4y-5=0$;

(4) $-\dfrac{(x+1)^2}{16}+\dfrac{(y+2)^2}{9}=1$;　(5) $\dfrac{(x+1)^2}{36}+\dfrac{(y+2)^2}{11}=1$

解析　雙曲線方程式：$\left|\sqrt{(x-4)^2+(y+2)^2}-\sqrt{(x+6)^2+(y+2)^2}\right|=8$，

兩焦點 $F(4，-2)$，$F'(-6，-2)$，中心$(\dfrac{4-6}{2}，-2)=(-1，-2)$，

貫軸長 $=2a=8\quad\Rightarrow\quad a=4$，又 $c=-1-(-6)=5$，$\therefore b=\sqrt{c^2-a^2}=\ 3$，

貫軸頂點坐標爲$(-1+4，-2)$與$(-1-4，-2)$，即$(3，-2)$與$(-5，-2)$，

雙曲線標準式爲 $\dfrac{(x+1)^2}{16}-\dfrac{(y+2)^2}{9}=1\quad\Rightarrow\quad$ 漸近線 $\dfrac{(x+1)^2}{16}-\dfrac{(y+2)^2}{9}=0$

$\Rightarrow\quad\dfrac{x+1}{4}\pm\dfrac{y+2}{3}=0\quad\Rightarrow\quad 3x+4y+11=0$ 及 $3x-4y-5=0$，

共軛雙曲線方程式 $-\dfrac{(x+1)^2}{16}+\dfrac{(y+2)^2}{9}=1$，

另一橢圓焦點$(4，-2)$，$(-6，-2)$，中心$(-1，-2)$，$c=5$，$2a=12$，$a=6$

$\Rightarrow\quad b^2=a^2-c^2=36-25=11$，$\therefore$橢圓方程式爲 $\dfrac{(x+1)^2}{36}+\dfrac{(y+2)^2}{11}=1$．

11. 求雙曲線 $\dfrac{(x-1)^2}{16}-\dfrac{(y+3)^2}{9}=1$ 之兩漸近線交點坐標爲＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　$(1，-3)$

解析　雙曲線 $\dfrac{(x-1)^2}{16}-\dfrac{(y+3)^2}{9}=1$ 之兩漸近線交點坐標爲雙曲線之中心，即$(1，-3)$．

12. 求下列圓錐曲線方程式：（請化成標準式）

(1) 以 $2x+y+3=0$ 與 $2x-y-1=0$ 爲二漸近線，且過(0，0)之雙曲線方程式＿＿＿＿＿＿＿＿．

(2) 長軸一頂點(9，2)，短軸一頂點(5，$-$1)且軸平行兩坐標軸之橢圓方程式＿＿＿＿＿＿＿＿．

(3) 軸平行 x 軸且頂點(1，2)，正焦弦長爲 8 的拋物線方程式＿＿＿＿＿＿＿＿．（二解）

解答　(1) $-\dfrac{(x+\frac{1}{2})^2}{\frac{3}{4}}+\dfrac{(y+2)^2}{3}=1$;　(2) $\dfrac{(x-5)^2}{16}+\dfrac{(y-2)^2}{9}=1$;　(3) $(y-2)^2=\pm 8\,(x-1)$

解析　(1) 設所求雙曲線方程式爲$(2x+y+3)(2x-y-1)=k$（$k\neq0$），

將(0，0)代入，則 $k=3\times(-1)=-3$，

$\therefore$雙曲線方程式爲$(2x+y+3)(2x-y-1)=-3$，展開配方 $-\dfrac{(x+\frac{1}{2})^2}{\frac{3}{4}}+\dfrac{(y+2)^2}{3}=1$．

(2) 長軸一頂點$(9，2)$，短軸一頂點$(5，-1)$且軸平行兩坐標軸，

長軸在 $y=2$ 上，短軸在 $x=5$ 上，中心$(5，2)$ $\Rightarrow$ $a=4$，$b=3$，

所求橢圓方程式爲 $\dfrac{(x-5)^2}{16}+\dfrac{(y-2)^2}{9}=1$．

(3) 軸平行 x 軸且頂點$(1，2)$ $\Rightarrow$ 軸的方程式爲 $y=2$，

又 $4\,|\,c\,|=8$ $\Rightarrow$ $|\,c\,|=2$ $\Rightarrow$ $c=\pm 2$，

故所求拋物線方程式爲$(y-2)^2=\pm 8\,(x-1)$．

13. 等軸雙曲線 Γ 有一條漸近線爲 $x-y=0$，中心坐標爲$(1，1)$，且 Γ 通過點$(3，0)$，則

(1)Γ 的方程式爲____________．(2)另一漸近線方程式爲____________．

解答　(1) $(x-y)(x+y-2)=3$; (2)$x+y=2$

解析　等軸雙曲線 Γ 的一漸近線爲 $x-y=0$，等軸雙曲線之兩漸近線互相垂直且交於中心$(1，1)$，

則另一漸近線爲 $x+y=d$，過點$(3，0)$，$1+1=d$，即 $d=2$，

Γ 的方程式爲$(x-y)(x+y-2)=k$，k 爲常數，另一漸近線爲 $x+y-2=0$

點$(3，0)$在 Γ 上，$(3-0)(3+0-2)=k$，即 $k=3$，方程式爲$(x-y)(x+y-2)=3$

14. 已知一雙曲線之兩焦點爲$(2，4)$及$(-6，4)$且共軛軸長爲 4，則此雙曲線之

(1)共軛雙曲線方程式爲____________．　(2)兩漸近線方程式爲____________．

解答　(1) $-\dfrac{(x+2)^2}{12}+\dfrac{(y-4)^2}{4}=1$；　(2) $(x+2)\pm\sqrt{3}\,(y-4)=0$

解析　(1) 兩焦點 $F_1(2，4)$，$F_2(-6，4)$，$\overline{F_1F_2}=8=2c$，$c=4$，

共軛軸長 $2b=4$，$b=2$，$a^2=c^2-b^2=4^2-2^2=12$，

$\overline{F_1F_2}$ 之中點爲中心，中心$(h，k)=(-2，4)$，雙曲線：$\dfrac{(x+2)^2}{12}-\dfrac{(y-4)^2}{4}=1$，

故其共軛雙曲線：$\dfrac{(x+2)^2}{12}-\dfrac{(y-4)^2}{4}=-1$，即 $-\dfrac{(x+2)^2}{12}+\dfrac{(y-4)^2}{4}=1$．

(2) 漸近線爲 $\dfrac{(x+2)^2}{12}-\dfrac{(y-4)^2}{4}=0\Rightarrow 4(x+2)^2-12(y-4)^2=0$ $\Rightarrow$ $(x+2)\pm\sqrt{3}\,(y-4)=0$．

15. 二焦點$(-7，-1)$，$(3，-1)$，一漸近線斜率爲 $-\dfrac{3}{4}$ 之雙曲線方程式爲____________．

解答　$\dfrac{(x+2)^2}{16}-\dfrac{(y+1)^2}{9}=1$

解析　$F'(-7，-1)$，$F(3，-1)$，$\therefore$中心$(-2，-1)$，$c=5$，貫軸平行 x 軸

一漸近線斜率爲 $-\dfrac{3}{4}\Rightarrow\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{4}$，設 $a=3k,b=4k,\quad k>0$

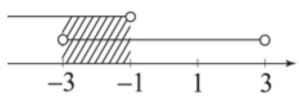
又 $a^2+b^2=c^2\Rightarrow(3k)^2+(4k)^2=25$，$k=1\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}$，故 $\dfrac{(x+2)^2}{16}-\dfrac{(y+1)^2}{9}=1$．

16. $\dfrac{(x+2)^2}{9-t^2}+\dfrac{(y-2)^2}{t+1}=1$ 圖形爲貫軸平行 x 軸的雙曲線，則 t 的範圍爲____________．

解答　$-3<t<-1$

解析　$\dfrac{(x+2)^2}{9-t^2}+\dfrac{(y-2)^2}{t+1}=1$ 圖形爲貫軸平行 x 軸的雙曲線

$\therefore\begin{cases}9-t^2>0\\t+1<0\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}-3<t<3\\t<-1\end{cases}$，$\therefore -3<t<-1$．



17. 錐線$\dfrac{x^2}{12-k}+\dfrac{y^2}{3-k}=1$（$k$ 爲實數）爲一雙曲線時，試求：

(1)k 的範圍爲____________．(2)其焦點坐標爲____________．

$\boxed{\text{解答}}$ (1)$3<k<12$; (2)$(3，0)$，$(-3，0)$

$\boxed{\text{解析}}$ (1) $\dfrac{x^2}{12-k}+\dfrac{y^2}{3-k}=1$ 爲一雙曲線

$\Rightarrow\ (12-k)(3-k)<0\ \Rightarrow\ (k-12)(k-3)<0\ \Rightarrow\ 3<k<12$．

(2)方程式爲$\dfrac{x^2}{12-k}-\dfrac{y^2}{k-3}=1$，$a^2=12-k$，$b^2=k-3\ \Rightarrow\ c^2=a^2+b^2=9\Rightarrow\ c=3$，

又貫軸在 x 軸上，中心$(0，0)$，故焦點爲$(3，0)$，$(-3，0)$．

18. 設一雙曲線的二漸近線爲 $x+2y-5=0$ 與 $x-2y+3=0$，其一焦點爲$(1，2+\sqrt{5})$，則其方程式爲

____________．

$\boxed{\text{解答}}$ $\dfrac{(y-2)^2}{1}-\dfrac{(x-1)^2}{4}=1$

$\boxed{\text{解析}}$ $\begin{cases}x-2y=-3\\x+2y=5\end{cases}\ \Rightarrow$ 中心$(1，2)$，又一焦點爲$(1，2+\sqrt{5})$，$\therefore$貫軸平行 y 軸且 $c=\sqrt{5}$，

由一漸近線斜率爲$\dfrac{1}{2}$，得$\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}\ \Rightarrow\ b=2a$，

$\because a^2+b^2=c^2$，$\therefore a^2+(2a)^2=5\Rightarrow\ a=1$，$b=2$，方程式$\dfrac{(y-2)^2}{1}-\dfrac{(x-1)^2}{4}=1$．

19. 一雙曲線的頂點與焦點分別爲橢圓$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$的焦點與頂點，則此雙曲線的方程式爲__________．

$\boxed{\text{解答}}$ $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$

$\boxed{\text{解析}}$ 橢圓$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$，中心$(0，0)$，$c^2=25-9=16\ \Rightarrow\ c=4$，$a^2=25\ \Rightarrow\ a=5$，

故雙曲線之中心$(0，0)$，貫軸在 x 軸上，中心到頂點距離 $a=4$，中心到焦點距離 $c=5$，

故雙曲線之方程式爲$\dfrac{x^2}{4^2}-\dfrac{y^2}{5^2-4^2}=1$，即$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$．