高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：97.09.10					
範圍	1-1 有向線段與向量(1)	班級		姓名	
		座號			

一、填充題(每題 15 分)

1. 略

2. 在平行四邊角形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AB}=4, \overline{BC}=5$ 則 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}=$

【解答】9

【詳解】

$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=|\overrightarrow{AD}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2=5^2-4^2=9$

3. 正六邊形$ABCDEF$中，$\overline{AB}=1$，$(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AE}=$__________。

【解答】3

【詳解】

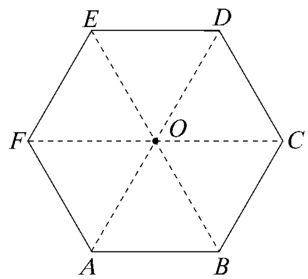
$(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AE}$

$=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$

$=\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}=$

$=|\overrightarrow{AO}||\overrightarrow{AE}|\cos 30°+|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AE}|\cos 60°$

$=1\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=3$



4. 設 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=3$，且 $2\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}=\vec{0}$，則$\vec{b}\cdot\vec{c}=$_____

【解答】-9

【詳解】

$\vec{b}+2\vec{c}=-2\vec{a}\Rightarrow|\vec{b}+2\vec{c}|^2=|-2\vec{a}|^2$

$|\vec{b}|^2+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4|\vec{c}|^2=4|\vec{a}|^2$，

$4+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4\times9=4\times1\Rightarrow\quad\vec{b}\cdot\vec{c}=-9$

5. 設$\vec{a}\perp\vec{b}$，且$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=2$，若$\vec{a}+(t^2+4)\vec{b}$ 與$-\vec{a}+\vec{b}$ 互相垂直，是求 t之值。

【解答】$\pm\dfrac{3}{2}$

【詳解】

$\vec{a}+(t^2+4)\vec{b}$ 與$-\vec{a}+\vec{b}$ 互相垂直$\Rightarrow[\vec{a}+(t^2+4)\vec{b}]\cdot[-\vec{a}+\vec{b}]=0$

$\Rightarrow-|\vec{a}|^2+(t^2+4)|\vec{b}|^2=0$

$\Rightarrow-25+4t^2+16=0\Rightarrow t=\pm\dfrac{3}{2}$

6. 設 $|\vec{a}|=3$， $|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$與$\vec{b}$ 之夾角為 $60°$，則 $|\vec{a}+t\vec{b}|$的最小值 $=$ ＿＿＿＿＿ 。

【解答】$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

【詳解】

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60°=3\cdot 2\cdot\cos 60°=3$

$|\vec{a}+t\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2t\,\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2|\vec{b}|^2=9+6t+4t^2=4(t+\dfrac{3}{4})^2+\dfrac{27}{4}\geq\dfrac{27}{4}$

當 $t=-\dfrac{3}{4}$ 時，$|\vec{a}+t\vec{b}|=\sqrt{\dfrac{27}{4}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ 最小

7. 設等腰梯形$ABCD$中，$\overline{BC}\,//\,\overline{AD}$ 且 $\overline{BC}=4,\overline{AB}=10,\overline{AD}=20$，則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$ $=$＿＿＿＿＿ 。

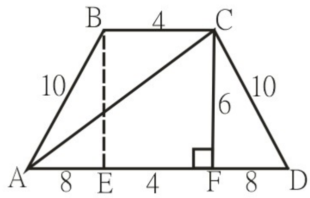
【解答】240

【詳解】

作 $\overline{BE},\overline{CF}$ 垂直 $\overline{AD}$ 分別於 E,F 則 $\overline{AB}=\overline{CD}=10,\overline{BC}=\overline{EF}=4,\overline{AE}=\overline{DF}=8$

$\overline{AF}=12,\overline{CF}=\sqrt{10^2-8^2}=6\Rightarrow\overline{AC}=\sqrt{\overline{AF}^2+\overline{CF}^2}=\sqrt{12^2+6^2}=6\sqrt{5}$

ΔACD 中，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\dfrac{\overline{AD}^2+\overline{AC}^2-\overline{CD}^2}{2}=\dfrac{20^2+(6\sqrt{5})^2-10^2}{2}=240$



8.四邊形$ABCD$中，若$\angle DAB=120°$，$\overline{AB}=2$，$\overline{AD}=3$，且 $\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AD}$， $|\overrightarrow{AC}|=$＿＿＿＿ 。

【解答】$2\sqrt{31}$

【詳解】

$|\overrightarrow{AC}|^2=|5\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AD}|^2=25|\overrightarrow{AB}|^2+40\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}\ +16|\overrightarrow{AD}|^2$

$=25|\overrightarrow{AB}|^2+40|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos 120°+16|\overrightarrow{AD}|^2$

$=25\times 4+40\times 2\times 3\times(-\dfrac{1}{2})+16\times 9=124\Rightarrow|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{124}=2\sqrt{31}$