

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：97.05.01	
範圍	2-3 排列	班級		姓名		
		座號				

一、填充題(每題 10 分)

1. 有 8 個小朋友排成一列，其中 3 姊妹兩兩不相鄰，問共有\_\_\_\_\_種排法。

【解答】14400

【詳解】

$$5! \times P_3^6 = 14400$$

↑      ↑      6 個間隔選 3 個排入 3 姊妹  
 ↓      5 個小朋友排列

2. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等 7 人排成一列，有幾種排法？

- (1)甲、乙、丙完全不相鄰。\_\_\_\_\_
- (2)甲、乙、丙相鄰。\_\_\_\_\_
- (3)甲、乙、丙排奇數位。\_\_\_\_\_
- (4)甲、乙、丙不完全相鄰。\_\_\_\_\_
- (5)甲不排首位，乙不排第二位，丙不排第三位。\_\_\_\_\_
- (6)甲在乙的右邊，且甲在丙的右邊。\_\_\_\_\_
- (7)甲、乙、丙不與丁相鄰。\_\_\_\_\_

【解答】(1) 1440 (2) 720 (3) 576 (4) 4320 (5) 3216 (6) 1680 (7) 1440

【詳解】

(1)    √    √    √    √    √  
           丁 戊 己 庚

⇒ 間隔插入法： $4! \times P_3^5 = 1440$  (種)

(2)甲、乙、丙視為一體： $\boxed{\text{甲乙丙}}\text{丁戊己庚} \Rightarrow 5! \times 3! = 720$

(3)○□○□○□○

甲、乙、丙排 1、3、5、7 四個位置中的三個

可挑(1、3、5)，(1、3、7)，(1、5、7)，(3、5、7)等四種方法，即  $C_3^4 = 4$ ，再排列，

其餘四人任排  $\therefore 4 \times 3! \times 4! = 576$  (種)

(4)不完全相鄰 = (全部) - (完全相鄰) =  $7! - 720 = 5040 - 720 = 4320$  (種)

(5) 錯排  $7! - 3 \times 6! + 3 \times 5! - 4! = 3216$

(6) 先排 ○○○丁戊己庚，3 個○中甲排在最右邊，其餘 2 個○由乙丙任排

$$\frac{7!}{3!} \times 1 \times 2! = 1680$$

↳ 乙、丙可互換

(7)①丁在旁邊時，

丁○□□□□□

□□□□□○丁

○先排，有  $2 \times (3 \times 5!) = 720$

↳ ○排戊、己、庚  
 ↳ 首位或末位

②丁不在旁邊時，

□○丁○□□□

$$5 \times P_2^3 \times 4! = 720$$

└┬┘ 戊、己、庚排入○的位置

└┬┘ 丁在第2, 3, 4, 5, 6位, 5種選法

由①②共有  $720 + 720 = 1440$  種

3. 甲、乙、丙、丁 4 對夫婦圍一圓桌而坐，求各小題坐法：

(1)任意坐。\_\_\_\_\_

(2)主人夫婦相鄰。\_\_\_\_\_

(3)夫婦相鄰。\_\_\_\_\_

(4)男女相間。\_\_\_\_\_

(5)主人夫婦相對。\_\_\_\_\_

(6)夫婦相對。\_\_\_\_\_

(7)男女相間，夫婦相鄰。\_\_\_\_\_

(8)男生一起，女生一起。\_\_\_\_\_

【解答】(1) 5040 (2) 1440 (3) 96 (4) 144 (5) 720 (6) 48 (7) 12 (8) 576

【詳解】

$$(1) \frac{8!}{8} = 5040 \quad (2) \frac{7!}{7} \times 2! = 1440 \quad (3) \frac{4!}{4} \times 2^4 = 96 \quad (4) \frac{4!}{4} \times 4! = 144 \quad (5) \frac{2!}{2} \times 6! = 720$$

└┬┘ 主人夫婦先坐

$$(6) \frac{2!}{2} \times \frac{3!}{2} \times 2^3 = 48 \quad (7) \frac{4!}{4} \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 12 \quad (8) \frac{2!}{2} \times 4! \times 4! = 576$$

└┬┘ 另三對相對而坐

└┬┘ 女 4 人直排  
└┬┘ 男 4 人直排  
└┬┘ 男女視為一人環排

4. 8 人圍坐，

(1)坐一正方桌，每邊 2 人，有\_\_\_\_\_種坐法。

(2)坐一長方桌，長邊 3 人，短邊 1 人，則有\_\_\_\_\_種坐法。

【解答】(1) 10080 (2) 20160

【詳解】(1)  $\frac{8!}{8} \times 2 = 10080$  (2)  $\frac{8!}{8} \times (3+1) = 20160$

5. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排一列，甲須排在乙、丙、丁之左，且戊須排在己、庚之右的排法有\_\_\_\_\_種。

【解答】420

【詳解】如同○○○○□□□之排列，4 個○給甲、乙、丙、丁排，3 個□給戊、己、庚排

$$\frac{7!}{4!3!} \times (1 \times 3!) \times (1 \times 2!) = 420$$

↑  
乙丙丁 3 人之排法

↑  
己庚 2 人之排法

6. 渡船三隻，每船可載 4 人，則

(1) 4 人有\_\_\_\_\_種安全渡法。

(2) 5 人過渡，但甲坐A船，有\_\_\_\_\_種安全渡法。

(3) 6 人渡河時，安全過渡的方法有\_\_\_\_\_種。

【解答】(1)81 (2)80 (3)690

【詳解】

(1)4人均有3種選船法，故為 $3^4$ 法

(2)甲坐A船，另4人均有3種選船法，故為 $3^4$ 法，但因4人不可與甲同時選A船，故共有 $3^4 - 1 = 81 - 1 = 80$ 種

(3)6人渡河時，超載的情形有二類

①6人同搭乘一船，其搭乘方法有 $C_6^6 \times P_2^3 = 1 \times 3 = 3$ 種

②6人中有5人同搭乘一船，另一人搭另外一船，其方法有 $C_5^6 C_1^1 \times P_2^3 = 36$ 種

∴ 6人安全渡河的方法有 $3^6 - 3 - 36 = 690$ 種

7. 警報器長鳴一次須三秒，短鳴一次須1秒，鳴叫之間間隔2秒，則30秒可作成\_\_\_\_\_種不同的信號。

【解答】80

【詳解】

設長鳴 $x$ 次，短鳴 $y$ 次，則間隔有 $x + y - 1$ 次 $\Rightarrow 3x + y + 2(x + y - 1) = 30 \Rightarrow 5x + 3y = 32$

$\begin{array}{l|l|l} x & 1 & 4 \\ \hline y & 9 & 4 \end{array}$  有  $\frac{10!}{1!9!} + \frac{8!}{4!4!} = 10 + 70 = 80$  種

8. 5個男孩，4個女孩排成一列，若任意兩個女孩都不相鄰，則有\_\_\_\_\_種排法；若男孩全不相鄰，女孩也全不相鄰，則有\_\_\_\_\_種排法。

【解答】43200；2880

【詳解】

(1)先排5男孩，再將4個女孩排在6個間隔中的4個位置，排列法有 $5! \times P_4^6 = 43200$



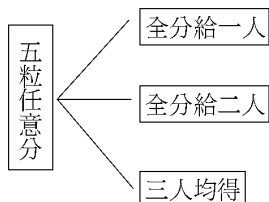
(2)先排5個男孩，女孩排中間四個間隔法。排列共有 $5! \times 4! = 2880$ 種方法



9. 5粒不同的糖果分給3個人，如果每個人分得的個數不限，有\_\_\_\_\_種方法；如果每個人至少一粒，有\_\_\_\_\_種方法。

【解答】243；150

【詳解】



(1)5粒不同的糖果，任意分給3人，有 $3^5 = 243$ 種分法

(2)如樹狀圖，①全分給一人的分法，有 $C_1^3 = 3$ 種

②全分給二人的分法 $C_2^3 \times (2^5 - 2) = 90$

三人均得到糖果的分法有 $3^5 - (3 + 90) = 150$ 種

或  $C_0^3 \cdot 3^5 - C_1^3 \cdot 2^5 + C_2^3 \cdot 1^5 - C_3^3 \cdot 0^5 = 150$

10. 將6種不同獎品全部分給甲，乙，丙三人，則

(1)甲至少得一件，有\_\_\_\_\_種分法。

(2)甲得一件，乙得二件，丙得三件，有\_\_\_\_\_種分法。

【解答】(1) 665 (2) 60

【詳解】

(1)(全 - 甲沒得)  $3^6 - 2^6 = 665$

(2) 分成三堆，再分別給甲得一件，乙得二件，丙得三件，

$$C_1^6 C_2^5 C_3^3 \times 1 \times 1 \times 1 = 60$$

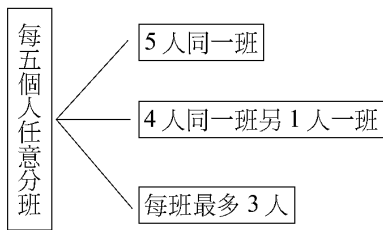
11. 高二有四個才藝班，開學時，來了五個轉學生，

(1)如果每班最多安插三個人，則有\_\_\_\_\_種方法。

(2)如果五個人中，甲，乙兩人不分在同一班，且每班安插的人數不限，則有\_\_\_\_\_種方法。

【解答】(1) 960 (2) 768

【詳解】



(1) 5 人任意分班，有  $4^5 = 1024$  種方法

① 5 人同一班的方法有  $C_5^5 \times P_1^4 = 4$  種

② 4 人同班，另一人一班方法  $C_4^5 C_1^1 \times P_2^4 = 5 \times 4 \times 3 = 60$  種

由樹狀圖，每班最多 3 人的分法有  $1024 - (4 + 60) = 960$  種

(2)任意分班減去甲、乙兩人同一班(視為一人)的方法數，即為所求  $= 4^5 - 4^4 = 768$  種方法

12. 下圖中，每一小格皆為正方形，

(1)圖中矩形共有\_\_\_\_\_個。(2)自A到B且不過斜線之捷徑走法有\_\_\_\_\_種。

【解答】(1) 30 (2) 14

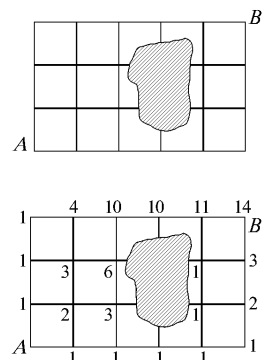
【詳解】

(1)① 不含斜線部份的矩形： $C_2^4 \times C_2^3 + C_2^4 \times C_2^2 = 18 + 6 = 24$

② 含斜線部份的矩形： $C_1^3 \times C_1^2 \times C_1^1 \times C_1^1 = 6$

由①+②  $24 + 6 = 30$

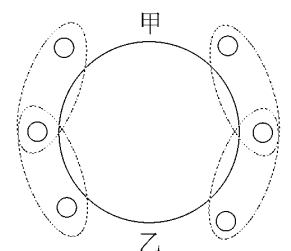
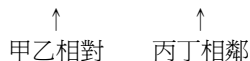
(2)如圖所示，共 14 種



13. 本校高二公民訓練舉行營火晚會，有某一小隊共 8 人，圍成一圓圈跳舞，若規定甲乙要相對，丙丁要相鄰，方法有\_\_\_\_\_種。

【解答】 192

【詳解】  $\frac{2!}{2} \times (4 \times 2!) \times 4! = 192$

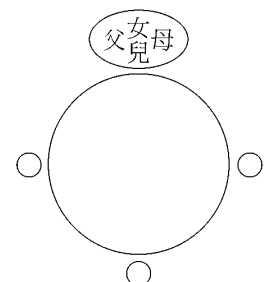
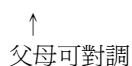


14. 一家六口圍圓桌而坐，若么女一定要坐在父母中間，試問共有\_\_\_\_\_種坐法。

【解答】 12

【詳解】

$$\frac{4!}{4} \times 2! = 12$$



15.將 2 紅球，3 白球，4 黑球（球皆相同）分給 9 人，有\_\_\_\_\_種分法，若分給 11 人，有\_\_\_\_\_種分法。

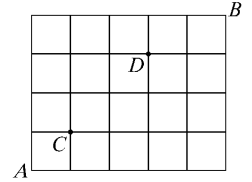
【解答】12600；69300

【詳解】

$$(1) \frac{9!}{2!3!4!} = 12600 \text{ (種)} \quad (2) \frac{11!}{2!3!4!2!} = 69300 \text{ (種)}$$

16.如圖，由A到B走捷徑，求下列之走法有幾種：

- (1)任意走\_\_\_\_\_。(2)過C且過D\_\_\_\_\_。  
 (3)不過C且不過D\_\_\_\_\_。



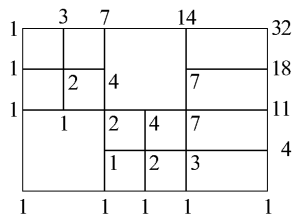
【解答】(1) 126 種 (2) 36 種 (3) 32 種

【詳解】

$$(1) \frac{(4+5)!}{4!5!} = 126 \text{ (種)}$$

$$(2) A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B : \frac{(1+1)!}{1!1!} \times \frac{(2+2)!}{2!2!} \times \frac{(2+1)!}{2!1!} = 2 \times 6 \times 3 = 36$$

(3)利用加法原理



有 32 種

17.將 6 件不同的禮物全分給甲、乙、丙三人，則下列分法各有幾種？

- (1)任意分\_\_\_\_\_。(2)每人二件\_\_\_\_\_。

【解答】(1) 729 種 (2) 90 種

【詳解】

(1)每件禮物可有 3 種選擇給甲或乙或丙三人，故有  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 = 729$  種

(2)甲、甲、乙、乙、丙、丙，排列的結果為  $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$  種分法

18.將「庭院深深深幾許」等七個字全取排成一列，

- (1)三個「深」字不完全相鄰，則排法有\_\_\_\_\_種。  
 (2)三個「深」字完全不相鄰，則排法有\_\_\_\_\_種。

【解答】(1) 720 (2) 240

【詳解】

$$(1) \text{全} - (\text{三個「深」字完全相鄰}) = \frac{7!}{3!} - 5! = 720 \text{ 種排法}$$

(2)先排「庭」「院」「幾」「許」4 個字，再 5 個空位選 3 個排「深」字， $4! \cdot \frac{P_3^5}{3!} = 240$  種

19.自 0, 1, 2, 3, 4, 5 六個數字中, 選取五個排成一五位數,

(1)共有五位數\_\_\_\_\_個。(2)所得的五位數中, 大於 31200 者有\_\_\_\_\_個。

【解答】(1) 600 (2) 330

【詳解】

$$(1) 5 \times P_4^5 = 600$$

(2)

$$3 \quad 1 \leftarrow \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \square\square \quad 3 \cdot P_2^3 = 18$$

$$3 \leftarrow \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \square\square\square \quad 3 \cdot P_3^4 = 72$$

$$\begin{matrix} 4 \\ 5 \end{matrix} \square\square\square\square \quad 2 \cdot P_4^5 = 240$$

$$\therefore 240 + 72 + 18 = 330$$

20.一至二樓有 8 級樓梯, 某人上樓, 每次可跨 1 級或 2 級, 則其不同上樓的方法有\_\_\_\_\_種。

【解答】34

【詳解】設一級跨了  $x$  次, 2 級跨了  $y$  次, 則  $x + 2y = 8 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 8 & 6 & 4 & 2 & 0 \\ y & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$

$$\text{有 } 1 + \frac{7!}{6!} + \frac{6!}{2!4!} + \frac{5!}{2!3!} + \frac{4!}{4!} = 1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34 \text{ 種}$$

21.將「pallmall」一字中, 所有字母全取而排列之, 依下列條件, 求其排列數,

(1)所有  $l$  均相鄰\_\_\_\_\_。(2) $l$  均不相鄰\_\_\_\_\_。(3)同字母不相鄰\_\_\_\_\_。

【解答】(1) 60 種 (2) 60 種 (3) 54 種

【詳解】

(1) 4 個  $l$  相鄰視為一個字母, 有  $\frac{5!}{2!} = 60$  種

(2)  $\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee & \vee \\ p & a & m & a & \end{matrix}$

$$\frac{4!}{2!} \times \frac{P_4^5}{4!} = 60 \text{ (種)}$$

$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \rightarrow l \text{ 插入「}\vee\text{」中之排法} \\ \rightarrow pama \text{ 之排法} \end{matrix}$

(3)即  $l$  不相鄰且  $a$  不相鄰 =  $\boxed{l \text{ 不相鄰}} - \boxed{l \text{ 不相鄰, 但 } a \text{ 相鄰}}$

$\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee \\ p & m & \boxed{aa} & \end{matrix}$

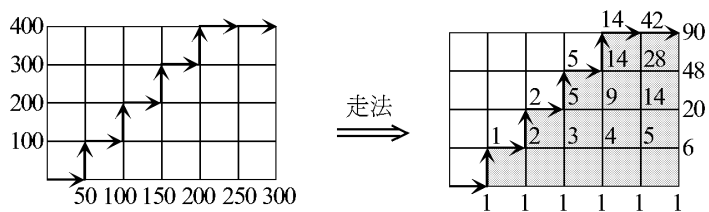
$l$  不相鄰且  $a$  相鄰有  $3! \times \frac{P_4^4}{4!} = 6$  種, 故所求 =  $60 - 6 = 54$  (種)

22.有 10 個人排隊買電影票, 票價每張 50 元, 若這 10 個人中有 6 個人身上帶有 50 元鈔票, 其餘 4 人只帶 100 元鈔票, 今每個人限購一張票, 問售票員不備零錢能將票順利售出而不發生找錢的困難的售票方法共有多少種? \_\_\_\_\_種

【解答】 90

【詳解】 10 人中有 6 人身上帶著 50 元，有 4 人帶著 100 元

故售票員不備零錢能將票順利售出的方法相當於下圖捷徑的走法



粗線右邊的走法均可，故售票法共有 90 種