

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：97.04.24				
範圍	2-2、3 加法、乘法原	班級		姓
	理、排列	座號		名

一、選擇題 每題 10 分)

1. (複選)「庭院深深深幾許」等七個字重排，則
 (A)三個「深」字相連的排列數 = 120 (B)同字不相鄰的排列數 = 240
 (C)首末排「深」字且同字不相鄰的排列數 = 96
 (D)「庭、院」兩字排在「深」之左的排列數 = 84
 (E)「庭、院」兩字排在「深」之左，「幾、許」兩字排在「深」之右的排列數 = 40

【解答】(A)(B)(D)

【詳解】

(A)三個「深」相連

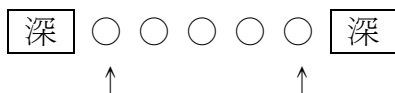
將三個「深」視為一體與其他字排列，排法有 $5! \times \frac{3!}{3!} = 120$ 種

(B)同字不相鄰

先排「庭、院、幾、許」，再將三個「深」字安插在 3 個間隔中

其排法有 $4! \times \frac{P_3^5}{3!} = 240$ 種

(C)首末排「深」且同字不相鄰



不排「深」 不排「深」

排法有(全 - 「深」排 2 - 「深」排 6 + 「深」排 2 且排 6) = $5! - (1 \times 4! + 1 \times 4! - 0) = 72$ 種

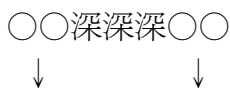
(D)「庭、院」在「深」之左

○○○○○幾許，排法有 $\frac{7!}{5!}$

最左二位置填入「庭、院」兩字有 $2!$ 種填法；其餘三個位置填「深」字填法 $\frac{3!}{3!} = 1$ 種

故所有排法有 $\frac{7!}{5!} \times 2! = 84$ 種

(E)「庭、院」在「深」之左，「幾、許」在深之右



「庭、院」 「幾、許」

排法有 $\frac{3!}{3!} \times 2! \times 2! = 4$ 種

2. (複選)下列各式何者正確？

(A) $6! = 720$ (B) $n! = P_n^n$ (C) $P_m^n = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$

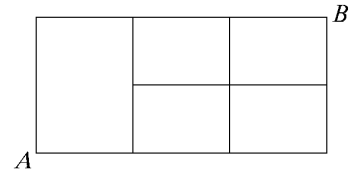
(D) $P_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ (E) $0! = 1$

【解答】(A)(B)(C)(D)(E)

二、填充題(每題 10 分)

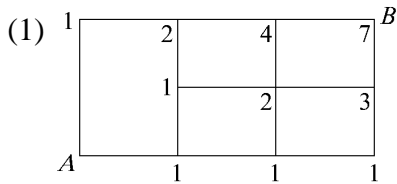
1. 如下圖，

- (1)由A走到B，只能向上或向右的走法有_____種。
- (2)由A走到B，只能向上、向下或向右，且走過的路亦不可重複走，則其走法有_____種。



【解答】(1) 7 (2) 18

【詳解】



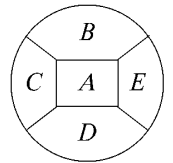
(2)如同 A B 共 $2 \times 3 \times 3 = 18$ 種

2. 自 1 寫到 999 的正整數，共寫了_____個 7。

【解答】300

0~999 以 000, 001, 002, ..., 999 表之，千位數為 7 者有 $10 \times 10 = 100$ ，十位數、個位數亦同所以數字 7 總共出現了 $3 \times 100 = 300$ 個

3. 在圖中，A, B, C, D, E 等 5 個區域，用 4 種顏色著色，4 色都用，且相鄰的區域不同色，則有_____種方法。



【解答】48

【詳解】

如圖，4 種顏色著色，5 個區域，4 色都用，則必須 BD 或 CE 兩組中，有一組同色，所以塗法共有 $2 \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 48$ 種

4. 有紙幣一元的 2 張，五元的 3 張，十元的 2 張，五十元的 1 張，這些紙幣可形成_____種不同的幣值。有_____種付款方式。

【解答】(1) 47 (2) 71

【詳解】

(1)因 5 元紙幣有 3 張，故 10 元這一幣值，可由 2 張 5 元或 1 張 10 元紙幣組成，且 5 元可配出

5 元、10 元兩種幣值，1 張 10 元可換成 2 張 5 元，即換成 1 元紙幣 2 張，5 元紙幣 7 張，50

元紙幣 1 張，故配出的幣值有 $(2 + 1)(7 + 1)(1 + 1) - 1 = 47$ 種

(2)紙幣一元的 2 張，五元的 3 張，十元的 2 張，五十元的 1 張，每種可付、可不付共 $(2 + 1)(3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) - 1 = 71$ 種付款方式

5. 設一室有 5 個門，兄弟二人由不同門進入，不同門出來，則

(1)自己可以由相同門進出時，其方法有_____種。

(2)自己不可以由相同門進出時，其方法有_____種。

【解答】(1)400 (2)260

【詳解】

(1)兄先進入方法有 5 種，弟再進入方法有 4 種

兄出來時方法有 5 種，弟出來時方法有 4 種

由乘法原理知：進出方法共有 $(5 \times 4) \times (5 \times 4) = 400$ 種

(2)兄由弟進入時的門出來 \Rightarrow 進出方法有 $(5 \times 4) \times (1 \times 4) = 80$ 種

兄不經由弟進入時的門出來 \Rightarrow 進出方法有 $(5 \times 4) \times (3 \times 3) = 180$ 種

故進出方法有 $80 + 180 = 260$ 種

6. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，則

(1)甲、乙、丙相連有_____種排法。(2)甲、乙、丙完全分開有_____種排法。

【解答】(1)720 (2)1440

【詳解】

(1)先把甲、乙、丙看成一人作排列，後甲、乙、丙再排列，則有 $5! \times 3! = 720$ 種排法

(2)先排丁、戊、己、庚，甲、乙、丙再排入其 5 個間隔中，則有 $4! \times P_3^5 = 1440$ 種排法

7. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5 中取出三個不同數，寫成三位數，則其中 4 的倍數有_____個。

【解答】24

【詳解】4 的倍數末兩位：04, 12, 20, 24, 32, 40, 52

①末兩位含 0 的有 3 個，其百位數有四個選擇，共 $3 \times 4 = 12$ 個

②末兩位不含 0 的有 4 個，其百位數有三個選擇，共 $4 \times 3 = 12$ 個

\therefore 4 的倍數共有 $12 + 12 = 24$ 個

8. 將 ACCESS 一字的字母重新排列，若限制 A 一定要排在 E 之前，但 A, E 不一定要相鄰，問連同原字，共可排出_____字。

【解答】90

【詳解】

□□CCSS 之排列為 $\frac{6!}{2!2!2!}$ ，再將左 A，右 E 放入□□之方法只有 1 種，所求 $\frac{6!}{2!2!2!} \times 1 = 90$

9. 3 瓶相同的汽水，4 個相同的果汁，分給 10 人，則每人至多一物的分法有_____種。

【解答】4200

【詳解】如同(汽、汽、汽、汁、汁、汁、汁、×、×、×)排列 $\frac{10!}{3!4!3!} = 4200$

10. 有 4 位男生及 3 位女生排成一列，若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起排法有_____種，若只要求男生排在一起，其排法有_____種。若要求男、女生相間隔排法有_____種。

【解答】288；576；144

【詳解】

- (1)將 4 位男生視為一體，3 位女生視為一體，排法有 $2!$ 種
 4 位男生交換位置，排法有 $4!$ 種，3 位女生交換位置，排法有 $3!$ 種
 故排列數 $= 2! \times 4! \times 3! = 288$
- (2)將 4 位男生視為一體與 3 位女生混在一起，排法有 $4!$ 種
 4 位男生交換位置，排法有 $4!$ 種，故排列數 $= 4! \times 4! = 576$
- (3)先排 4 個男孩，女孩只能排中間 3 個間隔。排法有 $4! \times 3! = 144$ 種方法

11.從 1、2、3、4、5、6、7 七個數中，組成數字不重複的三位數，則其中 3 的倍數有_____個。

【解答】78

【詳解】

將 7 個數字分三類： $3k$ 型者有 $\{3, 6\}$ ， $3k+1$ 型者有 $\{1, 4, 7\}$ ， $3k+2$ 型者有 $\{2, 5\}$

① $3k$ 型取 1 個， $3k+1$ 型取 1 個， $3k+2$ 型取 1 個排列之

三位數有 $2 \times 3 \times 2 \times (3!) = 72$ 個

② $3k+1$ 型取 3 個排列之，三位數有 $1 \times (3!) = 6$ 個

故三位數有 $72 + 6 = 78$ 個

12.今有 a, b, c, d, e 五個字母排成一列，

(1) c, d 不相鄰的方法有_____種。(2) a 不排在首， c 不排在正中間的方法有_____種。

【解答】(1)72 (2)78

【詳解】

(1)先排 a, b, e 三個字母，而後將 c, d 兩字母安排於空隙中 $\square a \square b \square e \square$

$\therefore c, d$ 不相鄰的方法數 $= 3! \times P_2^4 = 72$ 種

(2)(全體排法) - (a 排在首或 c 排在正中間)

$=$ (全體排法) - (a 排在首 + c 排在正中間 - a 排在首且 c 排在正中間)

$= 5! - (1 \times 4! + 1 \times 4! - 1 \times 1 \times 3!) = 78$ 種

13.由二年 1 班至 8 班的八個班級中，任選出三個班級代表學校參加合唱比賽，

(1)若選出的三個班級號碼均相連，則其選法有_____種。

(2)若選出的三個班級號碼兩兩均不相連，則其選法有_____種。

【解答】(1)6 (2)20

【詳解】

(1)在 8 個班級中，選 3 個相連號碼的方法有 $(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (5, 6, 7),$

$(6, 7, 8)$ 共 6 種選法

(2) $\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{matrix}$

8 個班級選 3 個，有 5 個沒選中，選出的三個班級號碼兩兩均不相連，

可視為 5 個空位的前後共 6 個間隔任取 3 個，有 $\frac{P_3^6}{3!} = 20$ 種。

14.甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等 7 人排成一列，

(1)甲一定在乙左，但位置不一定相鄰，則排法有_____種。

(2)丙排首或丁排尾，則排法有_____種。

【解答】(1) 2520 (2) 1320

【詳解】

(1) □、□、丙、丁、戊、己、庚之排列為 $\frac{7!}{2!}$ ，再將左甲，右乙排入□□之方法只有 1 種，

共有 $\frac{7!}{2!} \times 1 = 2520$ 種

(2) 丙排首有 6! 種排法，丁排尾有 6! 種排法，丙排首且丁排尾有 5! 種排法

丙排首或丁排尾共有 $1 \times 6! + 1 \times 6! - 1 \times 1 \times 5! = 1320$ 種排法

15. 三支相同的原子筆，五支相同的鉛筆，全部分給 10 個小朋友，每人最多一支，共有_____種分法；如果八支筆都不相同，則分法有_____種。

【解答】2520；1814400

【詳解】

(1)如同 3 個 a ，5 個 b ，2 個 \times 在 10 個小朋友前排列共有 $\frac{10!}{3!5!2!}$ 的排法 = 2520 種方法

(2) 8 支筆分給 10 個小朋友中的 8 個人，有 $P_8^{10} = \frac{10!}{2!} = \frac{3628800}{2} = 1814400$ 種分法

16. n 為正整數，若 $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$ ，則 $n =$ _____。

【解答】7

【詳解】

$P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$ ，即 $5P_3^{n+2} = 12P_3^n$

$5(n+2)(n+1)n = 12n(n-1)(n-2) \Leftrightarrow 5(n^2 + 3n + 2) = 12n^2 - 36n + 24$

$\Leftrightarrow 7n^2 - 51n + 14 = 0$

$\Leftrightarrow n = 7$ 或 $\frac{2}{7}$ ，但 n 是整數，所以 $n = 7$

17. 「tennessee」一字中，各字母重排，有_____種排法，若同字母須相鄰，有_____種排法。

【解答】3780；24

【詳解】

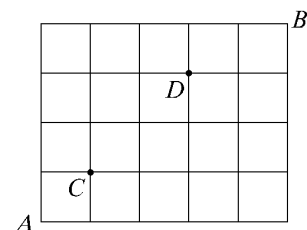
(1) $\frac{9!}{4!2!2!} = 3780$ (種) (9 個字母中，有 4 個 e ，2 個 n ，2 個 s ，1 個 t)

(2) 即 t, e, n, s 全取排列數 $4! = 24$ (種)

18. 如圖，由 A 到 B 走捷徑，求

(1) 經過 C 點的走法有_____種。

(2) 經過 C 且不過 D 的走法有_____種。



【解答】(1) 70 (2) 34

【詳解】

(1) $A \rightarrow C \rightarrow B \Rightarrow \frac{2!}{1!1!} \times \frac{7!}{4!3!} = 2 \times 35 = 70$

$$(2)\text{經過 } C \text{ 且不過 } D = (\text{經過 } C) - (\text{經過 } C \text{ 且經過 } D) = 70 - \frac{2!}{1!1!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!1!} = 70 - 36 = 34$$

19. 已知三艘不同的渡船，每船最多能載 4 人，試求

(1) 5 人渡河時，安全過渡的方法有_____種。

(2) 6 人渡河時，安全過渡的方法有_____種。

【解答】(1)240；(2)690

【詳解】

(1) 5 人渡河時，超載的情形有 5 人同搭乘一船，其搭乘方法有 3 種，

∴ 5 人安全渡河的方法有 $3^5 - 3 = 240$ 種

(2) 6 人渡河時，超載的情形有二類

① 6 人同搭乘一船，其搭乘方法有 3 種

② 6 人中有 5 人同搭乘一船，另一人搭另外一船，其方法有 $6 \times (3 \times 2) = 36$ 種

∴ 6 人安全渡河的方法有 $3^6 - 3 - 36 = 690$ 種