高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：97.03.20

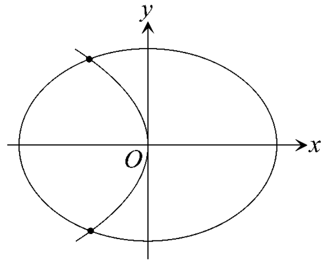
範圍	CHAP1 圓錐曲線	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題　(每題 10 分)

1. 若點 $P(a,\ b)$ 是橢圓 Γ: $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 和拋物線 Γ'： $y^2=-4x$ 的一個交點，則下列何者也是 Γ 和 Γ' 的交點?　(A) $(-a,\ b)$　(B) $(a,\ -b)$　(C) $(-a,\ -b)$　(D) $(b,\ a)$　(E) $(b,\ -a)$ ．

【解答】　2

【詳解】　由圖知 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1\\ y^2=-4x\end{cases}$ 的交點為 $(a,\ b)$ 與 $(a,\ -b)$ ．



2. 下列選項何者正確?

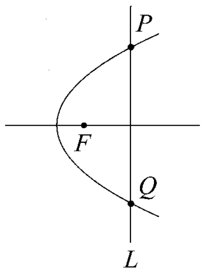
(A) 設點 F 與直線 L 在同一平面上，則所有滿足 $\overline{PF}=d(P,L)$（P 到 L 的距離）的點 P 所形成之圖形為一拋物線．

(B) 設 F，V 分別為拋物線 Γ 的焦點與頂點，則 Γ 的圖形對稱於直線 FV．

(C) 方程式 $y=x^2$ 的圖形是拋物線，方程式 $y^2=x$ 的圖形也是拋物線．

(D) 設 F，V 分別為拋物線 Γ 的焦點與頂點，則 Γ 上可找到一點 P 使 $\overline{PF}=\dfrac{1}{2}\overline{VF}$ ．

(E) 設 F 為拋物線 Γ 的焦點，P 在 Γ 上，P 不是頂點，則在 Γ 上必可找到另一點 Q 使 $\overline{PF}=\overline{QF}$ ．



【解答】　(B)(C)(E)

【詳解】　(A) F 不在 L 上時，P 的圖形才是拋物線．

(B) 由拋物線的定義可得．

(D) 頂點是拋物線上與焦點距離最近的點．

(E) 過 P 點作與拋物線軸垂直的直線 L，則 L 與拋物線的交點 Q 會使 $\overline{PF}=\overline{QF}$ ．

3. 設 Γ ： $\dfrac{x^2}{3-t}+\dfrac{y^2}{t-1}=1$，下列何者正確？

(A) Γ 表橢圓時，$t>1$　　(B) Γ 表長軸在 x 軸上之橢圓時，$2<t<3$

(C) Γ 表雙曲線時，$t<1$ 或 $t>3$　　(D) Γ 表貫軸在 x 軸上之雙曲線時，$t>3$

(E) $t=2$ 時，表一圓

【解答】(C)(E)

【詳解】

Γ ： $\dfrac{x^2}{3-t}+\dfrac{y^2}{t-1}=1$，橢圓時 $\Rightarrow\begin{cases}3-t>0\\ t-1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t<3\\ t>1\end{cases}$ 且 $3-t\neq t-1$　$\Rightarrow 1<t<3$ 且 $t\neq 2$

長軸在 x 軸上之橢圓　$\Rightarrow$　$3-t>t-1>0$　$\Rightarrow$　$1<t<2$

雙曲線時　$\Rightarrow$　$(3-t)(t-1)<0$　$\Rightarrow$　$t<1$ 或 $t>3$

貫軸在 x 軸上之雙曲線　$\Rightarrow$　$\begin{cases}3-t>0\\ t-1<0\end{cases}$　$\Rightarrow$　$t<1$

圓　$\Rightarrow$　$3-t=t-1$　$\Rightarrow$　$t=2$

4. 坐標平面上，下列敘述何者爲真？

(A) $\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2}=6$ 之圖形爲橢圓

(B) $|\sqrt{(x-1)^2+y^2}-\sqrt{(x+3)^2+y^2}|=3$ 之圖形爲雙曲線

(C) $|2x+3|=\sqrt{(x+3)^2+y^2}$ 之圖形爲拋物線

(D) $\sqrt{(x+3)^2+y^2}=\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ 之圖形爲一直線

(E) $|2x-y+3|=|x-2y+5|$ 之圖形爲二直線

【解答】(A)(B)(D)

【詳解】

(A) $|\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2}|=6>4=\sqrt{[1-(-3)]^2+(0-0)^2}$

爲兩焦點是(1，0)，(− 3，0)的橢圓

(B) $|\sqrt{(x-1)^2+y^2}-\sqrt{(x+3)^2+y^2}|=3<4=\sqrt{[1-(-3)]^2+(0-0)^2}$

爲兩焦點是(1，0)，(− 3，0)的雙曲線

(C)原式平方得$(2x+3)^2=(x+3)^2+y^2 \Rightarrow (x+1)^2-\dfrac{y^2}{3}=1$　∴　圖形爲一雙曲線

(D)原式平方得$(x+3)^2+y^2=(x-3)^2+y^2 \Rightarrow x=0$　∴　圖形爲$x=0$（y軸），是一直線

(E)原式平方得$(2x-y+3)^2=(x-2y+5)^2 \Rightarrow (x-\dfrac{1}{3})^2-(y-\dfrac{7}{3})^2=\dfrac{32}{3}$，圖形爲一雙曲線

5. 下列關於方程式$ax^2+y^2+4x-2ay=0$之圖形S的敘述何者爲真？

(A) S代表圓 $\Rightarrow$ $a=1$　(B) S代表橢圓 $\Rightarrow$ $a>1$　(C) S代表雙曲線 $\Rightarrow$ $a<0$

(D) S代表拋物線 $\Rightarrow$ $a=0$　(E) S代表等軸雙曲線 $\Rightarrow$ $a=-1$

【解答】(A)(C)(D)(E)

【詳解】

$ax^2+y^2+4x-2ay=0 \Rightarrow a(x+\dfrac{2}{a})^2+(y-a)^2=\dfrac{4}{a}+a^2$

(A) $a=1 \Rightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=5$，$S$表一圓

(B) $a>0$ 且$a\neq 1 \Rightarrow$ S表一橢圓

(C) $a<0 \Rightarrow$ S表一雙曲線

(D) $a=0 \Rightarrow y^2=-4x$，S表一拋物線

(E) $a=-1 \Rightarrow -(x-2)^2+(y+1)^2=-3$，$S$表一等軸雙曲線

二、填充題　(每題 10 分)

1. 設 $5[(x+1)^2+(y-2)^2]=(x+2y+2)^2$之軌跡爲$\Gamma$, 則

(1) Γ 之對稱軸方程式爲________________ .

(2) Γ 之正焦弦長爲________________ .　(3) Γ 之頂點爲________________ .

【解答】　(1) $2x-y+4=0$; (2) $2\sqrt{5}$; (3) $(-\dfrac{3}{2},\ 1)$

【詳解】　$5[(x+1)^2+(y-2)^2]=(x+2y+2)^2 \Rightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}=\dfrac{|x+2y+2|}{\sqrt{5}}$,

$\therefore$焦點$F(-1，2)$，準線$L：x+2y+2=0$，$m=-\dfrac{1}{2}$

(1) 對稱軸過焦點$F(-1，2)$且斜率為 2，$\therefore 2(x+1)-(y-2)=0 \quad\Rightarrow\quad 2x-y+4=0$．

(2) 正焦弦長=四倍焦距 $=2\cdot d(F，L)=2\cdot\dfrac{|-1+4+2|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$ ．

(3) $\begin{cases}x+2y+2=0\\2x-y+4=0\end{cases} \quad\Rightarrow$ 交點$H(-2，0)$，$\therefore$頂點V為F與H的中點$(-\dfrac{3}{2}，1)$．

2. 拋物線Γ對稱於$x-1=0$且過二點$(2，3)，(-1，6)$，則Γ的方程式為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

【解答】 $(x-1)^2=y-2$

【詳解】 設$\Gamma：(x-1)^2=4c(y-k)$，將$(2，3)，(-1，6)$代入 $\Rightarrow \begin{cases}1=4c(3-k)\\4=4c(6-k)\end{cases}$

兩是相除$\Rightarrow$ $4c=1$，$k=-2$，故$(x-1)^2=y-2$．

3. 拋物線$y=x^2-mx+m$與x軸交於$A，B$兩點，若$\overline{AB}=\sqrt{5}$，則$m=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

【解答】 -1 或 5

【詳解】 設$y=x^2-mx+m$交x軸於$A(\alpha，0)，B(\beta，0)$，則$\alpha+\beta=m$，$\alpha\beta=m$

$\Rightarrow\quad(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=m^2-4m$，$\because\overline{AB}=|\alpha-\beta|=\sqrt{5}$，

$\therefore m^2-4m=5 \quad\Rightarrow\quad (m+1)(m-5)=0 \quad\Rightarrow\quad m=-1$ 或 5．

4. 求拋物線$y=x^2$上的點到定點$A(0，2)$的最短距離為＿＿＿＿＿＿＿＿．

【解答】 $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

【詳解】 可令$P(t，t^2)$在拋物線上，$\overline{PA}=\sqrt{(t-0)^2+(t^2-2)^2}=\sqrt{t^4-3t^2+4}=\sqrt{(t^2-\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{7}{4}}$

$\therefore$當$P(\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}，\dfrac{3}{2})$時，$\overline{PA}$有最小值$=\sqrt{\dfrac{7}{4}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ ．

5. 設拋物線$\Gamma：y^2=8x$之一焦弦$\overline{AB}$，直線AB與Γ之軸的交角為$\dfrac{\pi}{6}$，求

(1) 直線AB的方程式＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．　(2) 焦弦$\overline{AB}$之長＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

【解答】 (1) $y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x-2)$;(2) 32

【詳解】 $y^2=8x$的焦點$F(2，0)$，直線AB通過$F(2，0)$且與x軸交角$\dfrac{\pi}{6}$，斜率$m=\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，

又另一交角為$\dfrac{5\pi}{6}$，斜率$\tan\dfrac{5\pi}{6}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ．

(1) 直線AB的方程式為$y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x-2)$．

(2) 兩直線截出焦弦長相等，取$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x-2) \quad\Rightarrow\quad x=2+\sqrt{3}y$代入$y^2=8x$，

得$y^2=8(2+\sqrt{3}y) \quad\Rightarrow\quad y^2-8\sqrt{3}y-16=0$，令二根為$y_1，y_2$，即$A(x_1,y_2),B(x_2,y_2)$

且$y_1+y_2=8\sqrt{3}$，$y_1y_2=-16 \quad\Rightarrow\quad (y_1-y_2)^2=(y_1+y_2)^2-4y_1y_2=256$，

又$x_1=2+\sqrt{3}y_1$，$x_2=2+\sqrt{3}y_2 \quad \Rightarrow \quad x_1-x_2=\sqrt{3}(y_1-y_2)$，

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{3(y_1-y_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{4\times 256}=32$.

6. 假設一平面通過直圓錐面的頂點時，它們的截痕有哪些可能？____________________

【詳解】 一點，一直線，交於一點的兩直線

7. 設a,b,c爲實數且$a\neq 0$，求拋物線$y=ax^2+bx+c$的頂點____________與焦點坐標____________ .

【解答】 頂點$(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{-b^2+4ac}{4a})$，焦點$(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{-b^2+4ac+1}{4a})$

【詳解】 $y=a(x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a})=a[x^2+\dfrac{b}{a}x+(\dfrac{b}{2a})^2-(\dfrac{b}{2a})^2+\dfrac{c}{a}]$

$=a(x+\dfrac{b}{2a})^2-\dfrac{b^2}{4a}+c=a(x+\dfrac{b}{2a})^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a} \quad \Rightarrow \quad (x+\dfrac{b}{2a})^2=4\times(\dfrac{1}{a})(y+\dfrac{b^2-4ac}{4a})$，

得頂點$(-\dfrac{b}{2a},-\dfrac{b^2-4ac}{4a})$，焦點$(-\dfrac{b}{2a},-\dfrac{b^2-4ac}{4a}+\dfrac{1}{4a})=(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{-b^2+4ac+1}{4a})$.

8. 求兩拋物線Γ_1：$x^2-x+3y+1=0$與Γ_2：$x^2+x+2y+2=0$的交點坐標______________ .

【解答】 $(-1,-1)$或$(-4,-7)$

【詳解】 解聯立$\begin{cases}x^2-x+3y+1=0\\x^2+x+2y+2=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x^2-2x+6y+2=0\\3x^2+3x+6y+6=0\end{cases} \Rightarrow -x^2-5x-4=0$，$x=-1$，$-4$，

$\therefore y=-1$或$y=-7$，交點$(x,y)=(-1,-1)$或$(-4,-7)$.

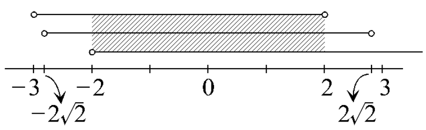
9. 方程式$\dfrac{x^2}{k+2}+\dfrac{y^2}{8-k^2}=1$表示長軸在$y$軸上之橢圓，則$k$之範圍爲________________。

【解答】$-2<k<2$

【詳解】

方程式$\dfrac{x^2}{k+2}+\dfrac{y^2}{8-k^2}=1$表示長軸在$y$軸上之橢圓時

$$\begin{cases}k+2>0 \Rightarrow k>-2\\8-k^2>0 \Rightarrow -2\sqrt{2}<k<2\sqrt{2}\\k+2<8-k^2 \Rightarrow k^2+k-6<0 \Rightarrow (k+3)(k-2)<0 \Rightarrow -3<k<2\end{cases}$$



$\therefore \quad -2<k<2$

10.橢圓$4x^2+9y^2+8x-32=0$內以(0，1)爲中點之弦所在直線方程式爲_________________。

【解答】$4x+9y-9=0$

【詳解】

SOL(一)

設以(0，1)爲中點之弦$\overline{AB}$所在直線$y-1=m(x-0)\Rightarrow y=mx+1$代入橢圓$4x^2+9y^2+8x-32=0$

整理後$(4+9m^2)x^2+(18m+8)x-23=0$，若$A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$，

則兩根 x_1, x_2 滿足 $x_1+x_2=-\dfrac{18m+8}{4+9m^2}$, 且 $\dfrac{x_1+x_2}{2}=0 \Rightarrow 18m+8=0$ ，即 $m=-\dfrac{4}{9}$

所求直線 $y-1=-\dfrac{4}{9}(x-0) \Rightarrow 4x+9y-9=0$

SOL(二)

設以(0，1)為中點之弦 $\overline{AB}$ ，兩端 $A(x_0，y_0)$，$B(-x_0，2-y_0)$（B為A對於(0，1)的對稱點）

代入橢圓方程式得 $\begin{cases} 4{x_0}^2+9{y_0}^2+8x_0-32=0 & \cdots\cdots① \\ 4(-x_0)^2+9(2-y_0)^2+8(-x_0)-32=0 & \cdots\cdots② \end{cases}$

由① － ②得 $16x_0+36y_0-36=0$，即 $4x_0+9y_0-9=0$，故 $\overleftrightarrow{AB}$ ：$4x+9y-9=0$

11.若方程式 $\dfrac{x^2}{t+2}+\dfrac{y^2}{2t-1}=1$ 的圖形是一橢圓，且長軸在x軸上，則實數t的範圍為__________。

又長軸在y軸上時，t的範圍為________________。

【解答】 $\dfrac{1}{2}<t<3$；$t>3$

【詳解】

$\dfrac{x^2}{t+2}+\dfrac{y^2}{2t-1}=1$ 的圖形是一橢圓

(1)長軸在 x 軸上時，$t+2>2t-1>0 \quad\Rightarrow\quad 3>t$ 且 $t>\dfrac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad \dfrac{1}{2}<t<3$

(2)長軸在 y 軸上時，$2t-1>t+2>0 \quad\Rightarrow\quad t>3$ 且 $t>-2 \quad\Rightarrow\quad t>3$

12.試判別下列各圖形，寫出名稱。

(1) $(x-3y+1)^2+(21x+5y-3)^2=0$__________。(2) $9x^2-4y^2+18x+24y+9=0$__________。

(3) $4x^2-4xy+y^2+4x-2y+2=0$__________。

【解答】(1)一點($\dfrac{1}{17}$ ，$\dfrac{6}{17}$) (2)雙曲線 (3)沒有圖形

【詳解】

(1) $(x-3y+1)^2+(21x+5y-3)^2=0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} x-3y+1=0 \\ 21x+5y-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{17} \\ y=\dfrac{6}{17} \end{cases}$,故圖形為一點($\dfrac{1}{17}$，$\dfrac{6}{17}$)

(2) $9x^2-4y^2+18x+24y+9=0$， 配方 $9(x+1)^2-4(y-3)^2=-36 \quad\Rightarrow \dfrac{(x+1)^2}{4}-\dfrac{(y-3)^2}{9}=-1$

表中心為(-1，3)，貫軸為$x+1=0$，共軛軸為$y-3=0$ 的雙曲線

(3) $4x^2-4xy+y^2+4x-2y+2=0 \quad\Rightarrow\quad (2x-y)^2+2(2x-y)+2=0$

$\Rightarrow\quad (2x-y+1)^2+1=0$，故沒有圖形

13.錐線 $\dfrac{x^2}{12-k}+\dfrac{y^2}{3-k}=1$（$k$為實數）為一雙曲線時，$k$的範圍為________，其焦點坐標為________。

【解答】$3<k<12$；(3，0)，(-3，0)

【詳解】

(1) $\dfrac{x^2}{12-k}+\dfrac{y^2}{3-k}=1$ 為一雙曲線$\Rightarrow(12-k)(3-k)<0 \quad\Rightarrow(k-12)(k-3)<0 \quad\Rightarrow 3<k<12$

(2)此時方程式為$\dfrac{x^2}{12-k}-\dfrac{y^2}{k-3}=1$，$a^2=12-k$，$b^2=k-3$ $\Rightarrow$ $c^2=a^2+b^2=9$

$\Rightarrow$ $c=3$，又貫軸在x軸上，中心$(0，0)$，故焦點為$(3，0)$，$(-3，0)$

14. 已知一等軸雙曲線Q之中心為$(1，-2)$，一漸近線為 $2x+y=0$，且過點$(2，-3)$，若Q之方程式為$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey=11$，則$a+c+e=$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】$\dfrac{-55}{3}$

【詳解】

等軸雙曲線之兩漸近線互相垂直且交於中心點$(1，-2)$

設另一漸近線L_2：$x-2y+k=0$，$(1，-2)$代入L_2得$k=-5$

設Q：$(2x+y)(x-2y-5)=t\cdots\cdots$①

$(2，-3)$代入①，得$t=3$，Q：$(2x+y)(x-2y-5)=3$

$\Rightarrow$ Q：$2x^2-3xy-2y^2-10x-5y-3=0$ 與$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey=11$ 同義

則$\dfrac{a}{2}=\dfrac{b}{-3}=\dfrac{c}{-2}=\dfrac{d}{-10}=\dfrac{e}{-5}=\dfrac{-11}{-3}$ $\quad\therefore$ $a+c+e=(\dfrac{22}{3})+(\dfrac{-22}{3})+(\dfrac{-55}{3})=\dfrac{-55}{3}$

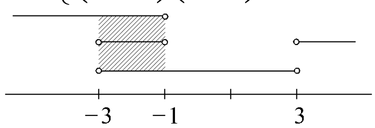
15. $\dfrac{(x+2)^2}{9-t^2}+\dfrac{(y-2)^2}{t+1}=1$ 圖形為貫軸平行x軸的雙曲線，則t的範圍為＿＿＿＿＿＿＿。

【解答】$-3<t<-1$

【詳解】

$\dfrac{(x+2)^2}{9-t^2}+\dfrac{(y-2)^2}{t+1}=1$ 圖形為貫軸平行 x 軸的雙曲線

$\therefore$ $\begin{cases} 9-t^2>0 \\ t+1<0 \\ (9-t^2)(t+1)<0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} -3<t<3 \\ t<-1 \\ (t-3)(3+t)(t+1)>0 \end{cases}$ ，$\therefore$ $-3<t<-1$



16.試判斷下列各方程式之圖形為何？

(1). $x^2+2xy+y^2+2x+2y+1=0$ ＿＿＿＿＿＿。

(2). $x^2+2xy+3y^2-4x+8y+22=0$ ＿＿＿＿＿＿。

(3). $x^2-4xy+4y^2-2x+4y-3=0$ ＿＿＿＿＿＿。

(4). $x^2-2xy-3y^2-x+11y-6=0$ ＿＿＿＿＿＿。

(5). $\sqrt{5(x-1)^2+5(y+1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$ ＿＿＿＿＿＿。

(6). $\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+5)^2+(y+1)^2}=8$ ＿＿＿＿＿＿。

(7). $\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-3)^2}=5$ ＿＿＿＿＿＿。

(8). $2(x-1)^2+2(y+1)^2=(x-y-1)^2$ ＿＿＿＿＿＿。

(9). $|\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x+5)^2+(y-7)^2}|=8$ ＿＿＿＿＿＿。

(10). $|\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}|=5$ ＿＿＿＿＿＿。

(A)一點　(B)一線段　(C)一直線　(D)二相交直線　(E)二平行直線　(F)二射線
(G)圓　(H)拋物線　(I)橢圓　(J)雙曲線

【解答】1.(C)　2.(A)　3.(E)　4.(D)　5.(G)　6.(I)　7.(B)　8.(H)　9.(J)　10.(F)

【詳解】

(1). $x^2+2xy+y^2+2x+2y+1=0 \Rightarrow (x+y+1)^2=0 \Rightarrow x+y+1=0$　∴　爲一直線

(2). $x^2+2xy+3y^2-4x+8y+22=0$　配方$\Rightarrow (x+y-2)^2+2(y^2+6y+9)=0$

$\Rightarrow (x+y-2)^2+2(y+3)^2=0 \Rightarrow x=5$，$y=-3$　∴　爲一點

(3). $x^2-4xy+4y^2-2x+4y-3=0$　$\Rightarrow$雙十字因式分解　$(x-2y-3)(x-2y+1)=0$

$\Rightarrow x-2y-3=0$或$x-2y+1=0$　∴　爲二平行直線

(4). $x^2-2xy-3y^2-x+11y-6=0$　雙十字因式分解

$\Rightarrow (x+y-3)(x-3y+2)=0 \Rightarrow x+y-3=0$或$x-3y+2=0$　∴　爲二相交直線

(5). $\sqrt{5(x-1)^2+5(y+1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$

$\Rightarrow 5x^2-10x+5+5y^2+10y+5=x^2+2x+1+y^2-2y+1$

$\Rightarrow 4x^2-12x+4y^2+12y+8=0 \Rightarrow x^2-3x+y^2+3y+2=0$

$\Rightarrow (x-\frac{3}{2})^2+(y+\frac{3}{2})^2=\frac{5}{2}$　∴　爲一圓

(6). $\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+5)^2+(y+1)^2}=8$，$F'(-5，-1)$，$F(1，-1)$

∴　$\overline{FF'}=\sqrt{6^2+0}=6<8$爲橢圓

(7). $\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-3)^2}=5$，$F'(-2，3)$，$F(1，-1)$

∴　$\overline{FF'}=\sqrt{3^2+4^2}=5$爲一線段

(8). $2(x-1)^2+2(y+1)^2=(x-y-1)^2 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=\frac{|x-y-1|}{\sqrt{2}}$　∴　爲拋物線

(9). $|\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x+5)^2+(y-7)^2}|=8$，$F'(-5，7)$，$F(1，-1)$

∴　$\overline{FF'}=\sqrt{6^2+8^2}=10>8$爲雙曲線

(10). $|\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}|=5$，$F'(-3，2)$，$F(1，-1)$

∴　$\overline{FF'}=\sqrt{4^2+3^2}=5$爲二射線

17.方程式$ax^2+cy^2+f=0$，試就下列情形，判別其圖形：

(1) $ac>0$，$f=0$ ＿＿＿＿＿＿。(2) $ac>0$，$af>0$ ＿＿＿＿＿＿。(3) $ac<0$，$f=0$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1)一點　(2)沒有圖形　(3)二相交直線

【詳解】

$ax^2+cy^2+f=0$

(1) $ac>0$，$f=0 \Rightarrow |a|x^2+|c|y^2=0 \Rightarrow x=0$，$y=0$ 表一點(0，0)

(2) $ac>0$，$af>0 \Rightarrow |a|x^2+|c|y^2+|f|=0$

但$|a|x^2\geq 0$，$|c|y^2\geq 0$，$|f|>0$，故方程式沒有圖形

(3) $ac<0$，$f=0 \Rightarrow |a|x^2-|c|y^2=0 \Rightarrow (\sqrt{|a|}x-\sqrt{|c|}y)\cdot(\sqrt{|a|}x+\sqrt{|c|}y)=0$

表二相交直線$\sqrt{|a|}x-\sqrt{|c|}y=0$，及$\sqrt{|a|}x+\sqrt{|c|}y=0$