<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：96.11.29</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">CHAP2 空間</td><td>班級</td><td></td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、填充題 (每題 10 分)

1、 平面$E_1: 3x+y+2kz=5$與平面$E_2: kx-2y+kz=1$互相垂直，則$k=$________或________。

答案：$\frac{1}{2}; -2$

解析：$E_1 \perp E_2,\ (3,1,2k)\cdot(k,-2,k)=0$　　$\therefore k=\frac{1}{2}$或-2

2、 設兩平行線$L_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{-2},\ L_2: \frac{x-5}{-2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+1}{2}$，則由直線$L_1$與$L_2$所決定的平面方程式為________；又兩平行線間的距離為________。

答案：$x+z=4$; $\frac{4}{3}\sqrt{2}$

解析：$P(1,0,3)$在L_1上，$Q(5,-4,-1)$在L_2上，$\overrightarrow{v}=(2,-1,-2)$，$\overrightarrow{PQ}=(4,-4,-4)$,

$$\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{v}=(4,-4,-4)\times(2,-1,-2)=\left(\begin{vmatrix}-4 & -4\\ -1 & -2\end{vmatrix},\begin{vmatrix}-4 & 4\\ -2 & 2\end{vmatrix},\begin{vmatrix}4 & -4\\ 2 & -1\end{vmatrix}\right)=(4,0,4)$$

$\Rightarrow 4(x-1)+0(y-0)+4(z-3)=0$; $\therefore$平面之方程式為$x+z=4$；

$\Rightarrow$平行線間距離為$\frac{\square}{|\overrightarrow{v}|}=\frac{\sqrt{4^2+0^2+4^2}}{3}=\frac{4}{3}\sqrt{2}$

3、 設$x, y, z\in\mathbb{R}$，若$2x-3y+z=3$，則$x^2+(y-1)^2+z^2$之最小值為________，又此時$y=$________。

答案：$\frac{18}{7}$; $-\frac{2}{7}$

解析：$(2x-3y+3+z)^2\le[x^2+(y-1)^2+z^2][2^2+(-3)^2+1^2]\Rightarrow\frac{36}{14}\le[x^2+(y-1)^2+z^2]$

$\therefore x^2+(y-1)^2+z^2$最小值$\frac{18}{7}$

此時$\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z}{1}=t\Rightarrow 2(2t)-3(-3t+1)+t=3$；$t=\frac{3}{7}$，$y=-\frac{2}{7}$

4、 在空間坐標中，設xy平面為一鏡面，有一光線通過點$P(1,2,1)$，射向鏡面上的點$O(0,0,0)$，經鏡面反射後通過點R。若$\overline{OR}=2\overline{PO}$則$R$點的坐標為________。

答案：$(-2,-4,2)$

解析：P對xy平面之對稱點為$P'(1,2,-1)$，$\therefore\overrightarrow{OR}=2\overrightarrow{P'O}\Rightarrow R(-2,-4,2)$

5、 設a, b, c均為正數，且$a+2b+3c=2$，則$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}$之最小值為________，此時

$a=$________。

答案：18; $\frac{1}{3}$

解析：

$(\sqrt{a}\cdot\sqrt{\frac{1}{a}}+\sqrt{2b}\cdot\sqrt{\frac{2}{b}}+\sqrt{3c}\cdot\sqrt{\frac{3}{c}})^2\le[(\sqrt{a})^2+(\sqrt{2b})^2+(\sqrt{3c})^2][(\sqrt{\frac{1}{a}})^2+(\sqrt{\frac{2}{b}})^2+(\sqrt{\frac{3}{c}})^2]$

$\Rightarrow(1+2+3)^2\le[a+2b+3c][\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}]\Rightarrow 36\le 2[\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}]$

$\therefore(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c})\ge 18$，最小值爲 18

此時$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\frac{1}{a}}}=\frac{\sqrt{2b}}{\sqrt{\frac{2}{b}}}=\frac{\sqrt{3c}}{\sqrt{\frac{3}{c}}}=t$，$\therefore a=b=c=t$，又$a+2b+3c=2$，$\therefore a=\frac{1}{3}$

6、 設$|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=1,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=-\sqrt{3}$，則$\vec{a}$與$\vec{b}$之夾角爲______；又

$(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=$____；又$|\vec{a}+2\vec{b}|=$________。

答案：150°; $10-5\sqrt{3}$; $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

解析：$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\frac{-\sqrt{3}}{2\cdot 1}$，$\therefore\theta=150°$

$(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=3|\vec{a}|^2+5\vec{a}\cdot\vec{b}-2|\vec{b}|^2=12-5\sqrt{3}-2=10-5\sqrt{3}$

$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+4|\vec{b}|^2+4\vec{a}\,\vec{b}=8-4\sqrt{3}\Rightarrow|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{8-4\sqrt{3}}=\sqrt{8-2\sqrt{12}}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$

7、 設$A(-2,1,4),B(4,3,2)$，則$\overline{AB}$的垂直平分面方程式爲_________。

答案：$3x+y-z=2$

解析：$\overline{AB}$之中點$(1,2,3)$，$\overrightarrow{AB}=(6,2,-2)//\vec{n}\Rightarrow 6(x-1)+2(y-2)-2(z-3)=0$

$\therefore$平面爲：$3x+y-z=2$

8、 空間中二直線$L_1:\frac{x}{2}=y-1=2-z,L_2:\frac{x-1}{2}=y+1=8-z$

(1) 則L_1,L_2的最短距離 =______。(2) 包含直線L_1和L_2的平面方程式爲______。

答案：(1) $\sqrt{35}$ (2) $4x-13y-5z+23=0$

解析：參閱 2

9、 設平面E上有兩點$A(2,-3,1),B(4,1,2)$且平面E與平面$F:7x-y+2z=5$垂直，則平面E的方程式爲________。

答案：$3x+y-10z=-7$

解析：$\overrightarrow{AB}=(2,4,1)$，$\overrightarrow{n_F}=(7,-1,2)$

平面 E 法向量 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{n_F}=(2,4,1)\times(7,-1,2)=(3,1,-10)$；

$\therefore$平面 $E:3x+y-10z=-7$

10、由 $A(3,1,1)$對平面 E 的投影點爲 $H(1,2,1)$，則平面 E 的方程式爲________。

答案：$2x-y=0$

解析：法向量 $\overrightarrow{HA}=(2,-1,0)$　$\therefore$平面 E 爲 $2(x-1)-(y-2)=0\Rightarrow 2x-y=0$

11、設空間中有一平面 $E:2x-y+3z=7$，及兩點 $A(1,3,2),B(-2,1,5)$，若直線 AB 交平面 E 於 C，則 $\overline{AC}:\overline{BC}=$________。

答案：2 : 3

解析：$\overline{AC}:\overline{BC}=d(A,E):d(B,E)=\dfrac{|2-3+6-7|}{\sqrt{14}}:\dfrac{|-4-1+15-7|}{\sqrt{14}}=2:3$

12、在第一卦限內有一點 P，P 到 x 軸，y 軸及 yz 平面之距離分別爲 $3\sqrt{5},\ 2\sqrt{10},\ 2$，則 P 點坐標爲_______。

答案：(2,3,6)

解析：設 $P(a,b,c)$　且 $a>0,\ b>0,\ c>0$

$\therefore\sqrt{b^2+c^2}=3\sqrt{5},\ \sqrt{a^2+c^2}=2\sqrt{10}$，$|a|=2$，

$\therefore a=2,$，$c=6$，$b=3\Rightarrow P(2,3,6)$

13、設平面 $E:2x-y+2z=3$，若平面 F 與平面 E 平行，且與平面 E 之距離爲 2，則平面 F 之方程式爲________或________。

答案：$2x-y+2z=9$；$2x-y+2z=-3$

解析：設平面 F：$2x-y+2z=k$；$d(E,F)=\dfrac{|3-k|}{\sqrt{9}}=2$　$\therefore |k-3|=6,\ k=9$或-3

即方程式爲 $2x-y+2z=9,\ 2x-y+2z=-3$

14、設 $E_1:x+ky+z-12=0,E_2:x+y+kz=5$，求

(1)若 $E_1\perp E_2$ 時，則 $k=$______。(2)若 E_1 與 E_2 之夾角爲 60° 時，求 $k=$______。

答案：(1) $-\dfrac{1}{2}$　(2) 0 或 4 或-2

解析：(1) $E_1\perp E_2\Rightarrow\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=(1,k,1)\cdot(1,1,k)=1+k+k=0\Rightarrow k=-\dfrac{1}{2}$

(2) $\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}=\left|\dfrac{1+k+k}{\sqrt{1+k^2+1}\cdot\sqrt{1+1+k^2}}\right|\Rightarrow k^2+2=\pm 2(1+2k)$

$\therefore k^2-4k=0$ 或 $k^2+4k+4=0$，$\therefore k=0$ 或 4 或-2。

15、設平面 E，包含直線 $L:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{3}$ 並且垂直平面 $F:x-2y+z=5$，則平面 E 之方程式爲_________。

答案：$4x+y-2z+11=0$

解析：$\overrightarrow{v}=(2,-2,3),\ \overrightarrow{n}=(1,-2,1)$

$\overrightarrow{v}\times\overrightarrow{n}=(2,-2,3)\times(1,-2,1)=(4,1,-2)$

$\therefore$平面 E 之方程式爲 $4(x+3)+(y-1)-2(z-0)=0\Rightarrow 4x+y-2z+11=0$

16、設直線 L 過 $A(1,-5,-2)$, $B(-2,-5,-3)$兩點，若點 $P(3,3,2)$，則 $\overrightarrow{AP}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上之正射影爲________，P 對直線 L 之投影點爲_________；P 對直線 L 之對稱點爲________。

答案：(3,0,1); (4,-5,-1); (5,–13,–4)

解析：$\overleftrightarrow{AB}:x=1+3t,\ y=-5,\ z=-2+t,\ P(3,3,2)$

$$\overrightarrow{AP}=(2,8,4),\ \ \overrightarrow{AB}=(-3,0,-1)\Rightarrow\left(\frac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|^2}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\frac{-10}{10}\right)\overrightarrow{AB}=(3,0,1)$$

$\therefore$設 $\overrightarrow{AD}=(3,0,1)$，則 D 爲 P 對 L 之投影點 $(1,-5,-2,)+(3,0,1)=(4,-5,-1)\Rightarrow D(4,-5,-1)$

P 對 L 之對稱點爲 P'，則 $\overline{PP'}$ 之中點爲 D，$\therefore P'(5,-13,-4)$

17、設 $\overrightarrow{a}=(2,-5,4),\ \ \overrightarrow{b}=(2,-2,1)$，當 $\left|\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}\right|$ 最小時，$t=$________；又其最小值爲________。

答案：-2; 3

解析：若 $\left|\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}\right|$ 最小時，$(\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{b}=0$ $\quad 18+9t=0\ \therefore t=-2$

其 $\left|\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}\right|$ 之最小值爲 $\left|(2,-5,4)-2(2,-2,1)\right|=3$

18、若 L 爲 $2x+3y-2z+5=0$ 和 $5x-2y+z=0$ 兩平面的交線

(1) 求 $P(7,6,9)$ 到 L 的最短距離=______。

(2) 求過 $P(7,6,9)$ 而與 L 垂直的直線爲______。

答案：(1) $\sqrt{51}$ $\quad$ (2) $\dfrac{x}{7}=y-5=\dfrac{z-10}{-1}$

解析： (1) $\begin{cases}2x+3y-2z+5=0\\5x-2y+z=0\end{cases}\Rightarrow x=t, y=5+12t, z=10+19t$；$\overrightarrow{v}=(1,12,19)$

設 P 在 L 上的投影點 $H(t,5+12t,10+19t\Rightarrow\overrightarrow{PH}=(t-7,12t-1,19t+1))$

$\overrightarrow{PH}\cdot\overrightarrow{v}=0\Rightarrow 1\cdot(t-7)+12\cdot(12t-1)+19(19t+1)=0,\quad t=0\Rightarrow H(0,5,10)$

$P(7,6,9)$ 到 L 的最短距離$=d(P,L)=\overline{PH}=\sqrt{(0-7)^2+(5-6)^2+(10-9)^2}=\sqrt{51}$

(2) $\overrightarrow{PH}=(-7,-1,1)\Rightarrow \dfrac{x}{7}=y-5=\dfrac{z-10}{-1}$

19、設平面 E 與平面 $x-2y+5z=2$ 及 $2x-3y+z=3$ 相交於一直線，又點 $A(-4,1,2)$在平面 E 上，則平面 E 的方程式爲________。

答案：$8x-15y+31z-15=0$

解析：設平面 E 爲 $k(x-2y+5z-2)+(2x-3y+z-3)=0$

$A(-4,1,2)$在平面 E 上$\Rightarrow 2k-12=0$ ，$k=6$ ，$\therefore$平面 E 爲 $8x-15y+31z-15=0$

20、過 $A(3,-2,-2)$, $B(-1,0,-2)$兩點的直線 L 與平面 E: $2x-y-2z=7$ 之交點爲________，又直線 L 與平面 E 之銳夾角爲 θ ，則 $\cos\theta=$_______ 。

答案：$(1,-1,-2)$; $\dfrac{2}{3}$

解析：$\overleftrightarrow{AB}: x=-1+4t,\ y=-2t,\ z=-2$

$2(4t-1)-(-2t)-2(-2)=7 \quad \therefore t=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore$交點爲$(1,-1,-2)$

$\cos\alpha=\dfrac{(2,-1,-2)\cdot(2,-1,0)}{3\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3} \qquad \therefore \cos\theta=\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$

21、兩平行線 $L_1: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+2}{2},\ L_2: \dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-6}{2}$ ，點$P(1,3,-2)$在直線L_1上，對直線L_2之投影點爲________；又兩平行線之距離爲________。

答案：$(-2,-2,4)$, $\sqrt{70}$

解析：$L_2: x=-t-3,\ \ y=3t+1,\ \ z=2t+6$ ，$P(1,3,-2)$

$(-t-4,3t-2,2t+8)\cdot(-1,3,2)=0,\ \ t=-1$

$\therefore$投影點爲$(-2,-2,4)$ $\qquad d(L_1,L_2)=\sqrt{70}$

22、正四面體 $ABCD$ 的三頂點爲 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$，求 D 的坐標爲____________。

答案：$D(-\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{1}{3})$或 $D(1, 1, 1)$

解析：令 $D(a, b, c)$，$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AB}$

$\therefore (a-1)^2+b^2+c^2=a^2+(b-1)^2+c^2=a^2+b^2+(c-1)^2=2$

$\therefore \begin{cases} a=b \\ b=c \\ a^2+(b-1)^2+c^2=2 \end{cases} \Rightarrow 3a^2-2a-1=0,\ a=-\dfrac{1}{3}$ 或 1，$D(-\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{1}{3})$或$D(1, 1, 1)$。

23、設直線 $L_1: \dfrac{2x+1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{1}$ ，直線 $L_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{2}$ ，則直線L_1與直線L_2之交點爲________，又由直線L_1與直線L_2所決定的平面方程式爲________。

答案：$(\dfrac{3}{2},2,-2)$; $6x-7y-17z=29$

解析：$L_2: x=2+t,\ y=-4t,\ z=-1+2t \Rightarrow \dfrac{2(2+t)+1}{4}=\dfrac{-4t-1}{1},\ t=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ 交點為 $(\dfrac{3}{2},2,-2)$

$(4,1,1)\times(1,-4,2)=(6,-7,-17)$，$\therefore$ 平面方程式為 $6x-7y-17z=29$

24、設 $A(3,1,4)$，直線 $L: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{2}$，則由點 A 與直線 L 所決定之平面方程式為________。

答案：$8x+6y-7z=2$

解析：$B(1,-1,0)$ 在 L 上，又 $A(3,1,4)$，故 $\overrightarrow{AB}=(2,2,4) \Rightarrow (2,2,4)\times(4,-3,2)=(16,12,-14)$，

平面方程式為 $16(x-3)+12(y-1)-14(z-4)=0 \Rightarrow 8x+6y-7z=2$

25、若空間中有三點 $A(3,1,0), B(1,5,2), C(5,2,1)$，則平面 ABC 的方程式為________，又 $\triangle ABC$ 的面積為________，若點 $D(1,0,a)$ 落在平面 ABC 上，則 $a=$________。

答案：$x+3y-5z=6$；$\sqrt{35}$；-1

解析：$\overrightarrow{AB}=(-2,4,2),\ \overrightarrow{AC}=(2,1,1),\ \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(2,6,-10)$

$\therefore$ 平面 ABC 為 $x+3y-5z=6$，$\cos\theta=\dfrac{2}{2\sqrt{6}\sqrt{6}}=\dfrac{1}{6}$，$\therefore \sin\theta=\dfrac{\sqrt{35}}{6}$

$\therefore \triangle ABC$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{35}}{6}=\sqrt{35}$　　$1-5a=6$　　$\therefore a=-1$

26、設點 $A(3,1,-1)$，平面 $E: x-2y+z=4$，則 A 在平面 E 上之投影點為________，對稱點為________。

答案：$(\dfrac{11}{3},\dfrac{-1}{3},-\dfrac{1}{3})$；$(\dfrac{13}{3},\dfrac{-5}{3},\dfrac{1}{3})$

解析：投影點 $(3,1,-1)-\dfrac{(-4)}{\sqrt{6}}\dfrac{(1,-2,1)}{\sqrt{6}}=(\dfrac{11}{3},\dfrac{-1}{3},\dfrac{-1}{3})$

對稱點 $(3,1,-1)-2\times\dfrac{(-4)}{\sqrt{6}}\times\dfrac{(1,-2,1)}{\sqrt{6}}=(\dfrac{13}{3},-\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3})$

27、設 $P(3, 1, 4), Q(1, 0, 2), R(-1, 2, 3)$，求 $\overrightarrow{PR}$ 在 $\overrightarrow{PQ}$ 上之投影量為______；又正射影為__________。

答案：3；$(-2,-1,-2)$

解析：$\overrightarrow{PR}=(-4,1,-1)$，$\overrightarrow{PQ}=(-2,-1,-2)$

$\therefore$ 投影量 $=|\overrightarrow{PR}|\cdot\cos\theta=\sqrt{18}\times\dfrac{9}{\sqrt{18}\cdot\sqrt{9}}=3$

正射影 $=(\dfrac{\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|^2})\cdot\overrightarrow{PQ}=\dfrac{9}{9}\cdot(-2,\ -1,\ -2)=(-2,-1,-2)$。

28、設 $\vec{x}=(k-2,3,1),\ \vec{y}=(6,2k+1,3)$，若 $\vec{x}\,//\,\vec{y}$，則 $k=$__________，若 $\vec{x}\perp\vec{y}$，則

$k=$ ________。

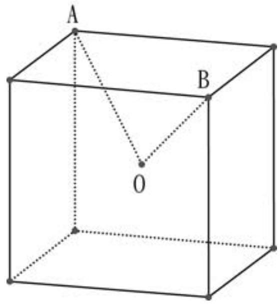
$\boxed{答案}$：4; $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{解析}$：

$\vec{x}//\vec{y}\quad \therefore \dfrac{k-2}{6}=\dfrac{3}{2k+1}=\dfrac{1}{3},\ k=4$

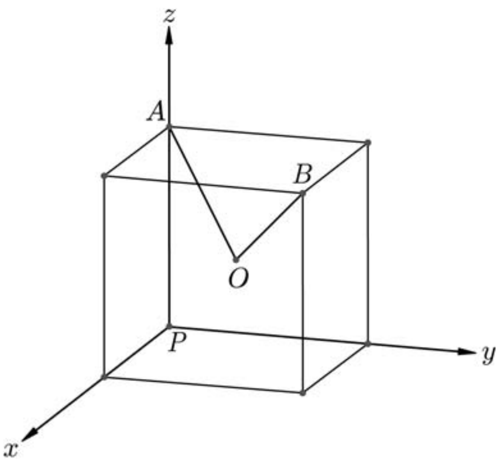
$\vec{x}\perp\vec{y}\quad \therefore \vec{x}\cdot\vec{y}=0,\ 6k-12+6k+3+3=0,\ k=\dfrac{1}{2}$

29、如圖所示設一正立方體的中心為O，而A, B為此正立方體同一面上的兩個對頂點，則 $\cos\angle AOB=$ ______。(以最簡分數表示)



$\boxed{答案}$：$-\dfrac{1}{3}$

$\boxed{解析}$：設一坐標系，並令正立方體之稜長為 2，



取$P=(0,0,0)$，$A=(0,0,2)$，$B=(2,2,2)$

如圖，則$O=(1,1,1)\Rightarrow \overrightarrow{OA}=(-1,-1,1)$，

$\overrightarrow{OB}=(1,1,1)$，

$\cos\angle AOB=\dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}|\ |\overrightarrow{OB}|}=\dfrac{-1-1+1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=-\dfrac{1}{3}$

30、設兩平面$x-5y+2z+11=0$與$4x+y+2z-13=0$之交線為$\dfrac{x-a}{\ell}=\dfrac{y-b}{m}=\dfrac{z-1}{7}$，則數對$(a,b)=$ ________，數對$(\ell,m)=$ ________。

$\boxed{答案}$：$(2,3)$; $(-4,2)$

$\boxed{解析}$：$(1,-5,2)\times(4,1,2)=(-12,6,21)$；$\therefore \dfrac{l}{-12}=\dfrac{m}{6}=\dfrac{7}{21}\qquad \therefore \ell=-4,\ m=2,\ z=1$

$\therefore x-5y+13=0,\ 4x+y-11=0\quad \therefore x=2,\ y=3\quad \therefore (a,b)=(2,3),\ (\ell,m)=(-4,2)$

31、設直線$L:\begin{cases}x-2y-3z=5\\2x+y-z=1\end{cases}$則直線$L$的方向比為________。(以簡單整數比做答)

$\boxed{答案}$：1：−1：1

$\boxed{解析}$：$(1,-2,-3)\times(2,1,-1)=(5,-5,5)\qquad\therefore$直線$L$的方向比為 1: (−1):1

32、設直線L過$A(-1,1,2), B(3,-1,8)$兩點，若點$P(3,-2,3)$，則P在L之垂足為________；

又 P 到直線 L 之距離爲________。

答案：$(1,0,5)$; $2\sqrt{3}$

解析：

$\overleftrightarrow{AB}: x=-1+2t,\ y=1-t,\ z=2+3t,\ P(3,-2,3)$ ，設垂足爲 $H(-1+2t,1-t,2+3t)$

$\overrightarrow{HP}=(2t-4,-t+3,3t-1)$ ， $\overrightarrow{v_L}=(2,-1,3)$

$(2t-4,-t+3,3t-1)\cdot(2,-1,3)=0 \quad \therefore t=1$ ，垂足 $H(1,0,5)$,

$d(P,L)=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$

33、設 $L_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{4},\ \ L_2:\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{3}$ ，則

(1) L_1 與 L_2 的交點坐標爲__________。(2)包含 L_1 與 L_2 之平面方程式爲____________。

答案：(1) $P(1,\ 2,-3)$　(2) $-7x+13y+5z=4$

解析：

(1)交點 $P(2+t,1-t,1+4t)$，代入 L_2，$\dfrac{t-3}{4}=\dfrac{-t-2}{1}=\dfrac{1+4t}{3}\Rightarrow t=-1$，交點 $P(1,\ 2,-3)$。

(2)設 $\vec{n}=\vec{v_1}\times\vec{v_2}=(\begin{vmatrix}-1 & 4\\ 1 & 3\end{vmatrix},\begin{vmatrix}4 & 1\\ 3 & 4\end{vmatrix},\begin{vmatrix}1 & -1\\ 4 & 1\end{vmatrix})=(-7,\ 13,\ 5\ )$

$\therefore E:-7(x-1)+13(y-2)+5(z-3)=0\Rightarrow -7x+13y+5z=4$

34、設 $\overrightarrow{OA}=(2,\sqrt{6},\sqrt{2}),\ \ \overrightarrow{OB}=(1,-1,1)$，若 $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB$ 且 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+t\,\overrightarrow{OA}$，則 $t=$________。

答案：$\dfrac{1}{2}$

解析：$\because\ |\overrightarrow{OA}|=2\sqrt{3},\ |\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$ ，又 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+t\,\overrightarrow{OA}$

當 $|\overrightarrow{OB}|=|t\,\overrightarrow{OA}|$ 時， $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB\Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$

35、設 $A(2,5,1)$在平面 E 上，且平面 E 與二平面 $3x-y+5z=7$， $x-y+2z=11$ 均垂直，則平面 E 的方程式爲________。

答案： $3x-y-2z+1=0$

解析：

平面 E 法向量 $(3,-1,5)\times(1,-1,2)=(3,-1,-2)$

$3(x-2)-(y-5)-2(z-1)=0\Rightarrow 3x-y-2z+1=0$

36、設 P 點坐標$(-3,1,4)$，則 P 到 xz 平面之距離爲_______，P 到 y 軸之距離爲_______。

答案：1; 5

解析：P 點到 xz 平面之距離爲 1，P 點到 y 軸之距離爲 $\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$

37、若直線$L:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{3}$在平面$E: x+ay-2z=b$上，則$a=$________, $b=$________。

$\boxed{\text{答案}}$：4; 10

$\boxed{\text{解析}}$：

$$\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{3}=t \quad \therefore x=-2+2t,\ y=3+t,\ z=3t$$

$$(-2+2t)+a(3+t)-2(3t)=b$$

$\therefore (a-4)t=b+2-3a$ 無限多解

$\therefore a-4=0,\ b+2-3a=0 \Rightarrow a=4, b=10$

38、設平面E與平面$2x-2y+z=9$平行且與三坐標軸之截距和為 12，則平面E的方程式為________。

$\boxed{\text{答案}}$：$2x-2y+z=12$

$\boxed{\text{解析}}$：設平面$E: 2x-2y+z=2k$，三軸截距分別為 $k,-k,2k$

$\therefore k+(-k)+2k=12 \Rightarrow k=6$ $\therefore$平面$E: 2x-2y+z=12$

39、設θ為平面$x-2y+z=7$與$kx-y-2z=11$的夾角，若$\sin\theta=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$，則$k=$_____或______。

$\boxed{\text{答案}}$：± 2

$\boxed{\text{解析}}$： $\cos\theta=\dfrac{(1,-2,1)\cdot(k,-1,-2)}{\sqrt{6}\sqrt{k^2+5}}=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{9}, k=\pm 2$