高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：96.10.25					
範圍	2-2 空間座標系	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(C) 下列何者正確？ (A)點(2, 1, −3)在 x 軸的正射影坐標爲(−2, 0, 0)
(B)P(2, 1, −3)與 x 軸之距離爲 2
(C)P(2, 1, −3)關於 xy 平面之對稱點坐標爲(2, 1, 3)
(D)P(2, 1, −3)到 xy 平面之距離爲 $\sqrt{10}$
(E)P(2, 1,−3)關於 z 軸的對稱點爲(−2, −1, 3)

解析：

(A)（╳）：正射影爲(2, 0, 0)。
(B)（╳）：距離 $=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$ 。
(C)（○）。
(D)（╳）：距離 $=|-3|=3$ 。
(E)（╳）：對稱點爲(−2, −1, −3)。

2、(AD) (複選)△ABC之三頂點坐標爲A(4,2,4), B(-2,-1,6), C(1,4,-2)，則△ABC爲 (A)等腰三角形 (B)正三角形 (C)銳角三角形 (D)直角三角形 (E)鈍角三角形

解析：

$\because\ \overline{AB}=7,\ \overline{BC}=\sqrt{98}=7\sqrt{2},\ \overline{CA}=7$ $\therefore$ △ABC 爲等腰直角

3、(BCD) (複選)一長方體的長寬高三稜線分別平行x軸、y軸與z軸，若已知其中兩頂點坐標爲(3,-1,2), (1,4,5)，則下列那些點亦爲此長方體的頂點？
(A)(3,1,2) (B)(1,-1,2) (C)(3,4,5) (D)(1,-1,5) (E)(-1,4,2)

解析：

∵三稜線分別平行 x 軸、y 軸、z 軸
∴八個頂點爲(1,-1,2), (1,4,2), (3,-1,2), (3,4,2), (1,-1,5), (1,4,5), (3,-1,5), (3,4,5)

4、(ACDE) (複選)空間中三點A(0, 6, 1), B(5, −2, 4), C(3, 4, 7)，下列何者正確？
(A) $\overline{AC}=7$ (B) $\overline{AB}$ 的中點$(\frac{5}{2},-4,\frac{3}{2})$ (C)△ABC爲等腰直角三角形
(D) $\angle ACB=90°$ (E)△ABC面積 >24

解析：

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+8^2+3^2}=\sqrt{98}$ ； $\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2+6^2}=\sqrt{49}$ ； $\overline{BC}=\sqrt{2^2+6^2+3^2}=\sqrt{49}$
$\therefore\ \overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$ ，且 $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle C=90°$
△ABC 之面積$=\frac{7\times 7}{2}=\frac{49}{2}>24$，$\overline{AB}$ 中點$(\frac{5}{2},2,\frac{5}{2})$ 。

5、(AC) (複選)△ABC的三頂點坐標爲A(5,3,-1), B(3,1,7), C(-2,0,1)，則△ABC爲
(A)等腰三角形 (B)正三角形 (C)銳角三角形 (D)直角三角形 (E)鈍角三角形

解析：

$\overline{AB}=\sqrt{72},\ \overline{BC}=\sqrt{62},\ \overline{AC}=\sqrt{62}$，$\therefore\triangle ABC$ 爲等腰三角形

$\because \overline{AB}^2<\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$，$\therefore\triangle ABC$ 爲銳角三角形

二、填充題 (每題 10 分)

1、 設 P 點坐標$(1,4,-2)$，則 P 對原點之對稱點爲____________，P 對 yz 平面的對稱點爲____________。

答案：$(-1,-4,2)$; $(-1,4,-2)$

2、 設 $A(3,5,-1)$，A 到平面 xy 之距離爲____________，A 到 x 軸之垂足爲____________。

答案：1; (3,0,0)

解析：

A 到平面 xy 之距離$=|-1|=1$，A 到 x 軸之垂足爲(3,0,0)

3、 空間中，第一卦限內一點 $P(a, b, c)$到 x, y, z 軸的距離分別爲 5, $\sqrt{34}$, $\sqrt{41}$，求 $(a,b,c)=$____________。

答案：(5,4,3)

解析：

令 $P(a, b, c)$,且 $a>0,b>0,c>0$，$\therefore\begin{cases}b^2+c^2=25\\ a^2+c^2=34\\ a^2+b^2=41\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2+c^2=\frac{1}{2}(25+34+41)=50$

$\therefore a^2=25$, $b^2=16$, $c^2=9$, $\therefore a=5$, $b=4$, $c=3$, $\therefore a+b+c=12$

4、 空間中，$ABCD$ 爲正四面體，若 $A(0,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(\sqrt{3},1,0)$，則 D 點坐標爲____________或____________。

答案：$(\frac{\sqrt{3}}{3},1,\frac{2\sqrt{6}}{3})$; $(\frac{\sqrt{3}}{3},1,\frac{-2\sqrt{6}}{3})$

解析：

$ABCD$ 爲正四面體，設 $D(x,y,z)$

$$\therefore\begin{cases}x^2+y^2+z^2=4\text{..........................①}\\ x^2+(y-2)^2+z^2=4\text{.................②}\\ (x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2+z^2=4\text{.......③}\end{cases}$$

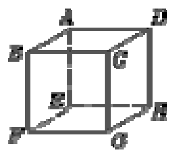
①−②　$4y-4=0$ ……………..④

①−③　$2\sqrt{3}x+2y=4$ ………⑤

由④⑤①$\Rightarrow y=1,\ x=\frac{1}{\sqrt{3}},\ z=\pm\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$\therefore D(\frac{\sqrt{3}}{3},1,\frac{2\sqrt{6}}{3})$ 或$(\frac{\sqrt{3}}{3},1,\frac{-2\sqrt{6}}{3})$

5、如圖，有蓋的長方體盒子內長 $\overline{AB}=5$公寸，寬 $\overline{AD}=3$公寸，高 $\overline{AE}=2$公寸

(1)一隻蜜蜂，欲從 A 點飛到 G 點，其最短距離爲____________公寸，



(2)一隻螞蟻欲從 A 點爬到 G 點，其最短距離爲______________公寸。

答案：$\sqrt{38}$；$5\sqrt{2}$

解析：

(1)最短距離爲 $\overline{AG}=\sqrt{5^2+3^2+2^2}=\sqrt{38}$ 公寸

(2)由 A 爬到 G 的較短距離共有 3 種情形，

第一種爲以 $\overline{AE}+\overline{EH}$ 爲長，$\overline{AB}$ 爲寬之長方形對角線長。

第二種爲以 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 爲長，$\overline{AE}$ 爲寬的長方形對角線長，

第三種爲以 $\overline{AB}+\overline{BF}$ 爲長，$\overline{AD}$ 爲寬的長方形對角線長，

但 $\sqrt{(5+3)^2+2^2}>\sqrt{(5+2)^2+3^2}>\sqrt{(2+3)^2+5^2}$

$\therefore$最短距離爲 $5\sqrt{2}$ 公寸

6、 設有一線段 $\overline{AB}$，在 xy 平面、yz 平面與 xz 平面上的正射影的長度分別爲 $\sqrt{13}$，$2\sqrt{5}$ 與 5，求線段 $\overline{AB}$ 之長度爲____________。

答案：$\sqrt{29}$

解析：

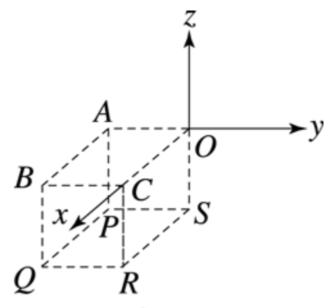
將線段 $\overline{AB}$ 之 A 平移置於原點，且 $B(a, b, c)$, $\overline{AB}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\therefore$在 xy 平面的投影長度的平方 $=a^2+b^2=13$

在 yz 平面的投影長度的平方 $=b^2+c^2=20$

在 xz 平面的投影長度的平方 $=a^2+c^2=25$

$\therefore a^2+b^2+c^2=\dfrac{1}{2}(13+20+25)=29$，　$\therefore \overline{AB}=\sqrt{29}$



7、 如圖，$ABCO$-$PQRS$ 爲長方體，若 $\overline{OA}=2$, $\overline{AB}=3$, $\overline{OS}=4$，求 Q 點坐標爲_____________。

答案：$Q(3, -2, -4)$

解析：

設 $Q(a, b, c)$, $\therefore a>0, b<0, c<0$，$\therefore Q(3, -2, -4)$。

8、 設空間中有三點 $A(2,1,-2)$, $B(4,-3,0)$, $C(0,5,6)$，在 xz 平面上有一點 P，使 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$，則 P 點坐標爲何？

答案：$(\dfrac{3}{5},0,\dfrac{17}{5})$

解析：

設 $P(a,0,c)$　$\because \overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$

$\therefore (a-2)^2+1+(c+2)^2=(a-4)^2+9+c^2=a^2+25+(c-6)^2$，$\therefore a=\dfrac{3}{5}$, $c=\dfrac{17}{5}$

$\therefore P(\dfrac{3}{5},0,\dfrac{17}{5})$

9、試求 $A(1, 8, -5)$,$B(-3, -4, 1)$兩點的距離=____________________。

答案：14

解析：

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-3-1)^2+(-4-8)^2+(1+5)^2} \\ &= \sqrt{4^2+12^2+6^2} = 2\sqrt{2^2+6^2+3^2} \\ &= 2\times 7 = 14\end{aligned}$$