高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：96.10.04					
範圍	1-3 平面向量	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(E) 平面上 $A(0,5)$, $B(-2,-1)$, $C(1,4)$, $D(3,1)$, $P(x,y)$，若 $\overrightarrow{DP}=\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{BC}$，則 P 點的 y 坐標為 (A)10 (B)4 (C)0 (D)-4 (E)-10

解析：$\overrightarrow{AC}=(1,-1)$，$\overrightarrow{BC}=(3,5)$ $\therefore \overrightarrow{DP}=(-5,-11)$ $\therefore P(-2,-10)$

2、(A) 設 $\overrightarrow{AC}=(x,y)$，$\overrightarrow{CD}=(3,5)$，$\overrightarrow{BD}=(2,1)$，若 $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$，則 $5x-3y=$ (A)7 (B)1 (C)0 (D)-1 (E)-7

解析：$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}=(x+1,y+4)$， $\overrightarrow{CD}=(3,5)$

$\therefore \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+4}{5}$ $\therefore 5x-3y=7$

3、(D) 設 $A(-1,1)$, $B(5,7)$，則線段 $\overline{AB}$ 的參數方程式可表示為 (A)$\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\end{cases}$，$0\le t\le 1$

(B)$\begin{cases}x=5+2t\\y=7+2t\end{cases}$，$-1\le t\le 0$ (C)$\begin{cases}x=5-2t\\y=7-2t\end{cases}$，$0\le t\le 1$ (D)$\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+3t\end{cases}$，$0\le t\le 2$

(E)$\begin{cases}x=-1+6t\\y=1+6t\end{cases}$，$-1\le t\le 0$

解析：$\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+3t\end{cases}$，$0\le t\le 2$

4、(B) 設直線 L 之參數式為 $x=3t-2$，$y=5t+4$，則直線 L 之斜率為

(A)9 (B)$\dfrac{5}{3}$ (C)$\dfrac{3}{5}$ (D)$-\dfrac{1}{2}$ (E)-2

解析：$\because A, B, C$ 三點共線 $\therefore \overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$ $\therefore \dfrac{1}{-3}=\dfrac{y+1}{6}$ $\therefore y=-3$

二、填充題 (每題 10 分)

1、設 $\vec{a}=(3,-1)$, $\vec{b}=(-4,3)$, $t\in\mathbb{R}$，若 $\vec{c}=3\vec{a}+t\vec{b}$，則當 $t=$______時，$|\vec{c}|$ 有最小值為_______。

答案：$\dfrac{9}{5}$; 3

解析：$\vec{c}=3\vec{a}+t\vec{b}=(9-4t,-3+3t)$

$\therefore |\vec{c}|^2=(9-4t)^2+(-3+3t)^2=25t^2-90t+90=25(t-\dfrac{9}{5})^2+9$；$\therefore t=\dfrac{9}{5}$ 時，$|\vec{c}|$ 有最小值 3。

2、設 $\vec{a}=(3,2)$, $\vec{b}=(1,-2)$, $\vec{c}=(-3,4)$，若 $t\vec{a}/\!/(\vec{b}+t\vec{c})$，$t\ne 0$，求實數 $t=$______。

$\boxed{答案}$：$\frac{4}{9}$

$\boxed{解析}$：$t\vec{a}=t(3,2)=(3t,2t)$ ，$\vec{b}+t\vec{c}=(1,-2)+t(-3,4)=(1-3t,-2+4t)$

$\because t\vec{a}//(\vec{b}+t\vec{c})$, $\therefore \frac{3t}{1-3t}=\frac{2t}{-2+4t}$ ，$-6t+12t^2=2t-6t^2$ ，$18t^2-8t=0$ ，$2t(9t-4)=0$

$\therefore t=0$（不合）或$\frac{4}{9}$ 。

3、設$A(4,3)$且$\overrightarrow{AB}$與向量$\vec{a}=(-1,2)$同向，且 $|\overrightarrow{AB}|=5$ ，則B點坐標爲______ 。

$\boxed{答案}$：$(4-\sqrt{5},3+2\sqrt{5})$

$\boxed{解析}$：$\overrightarrow{AB}=\frac{5}{\sqrt{5}}(-1,2)=(-\sqrt{5},2\sqrt{5})$ $\therefore B(4-\sqrt{5},3+2\sqrt{5})$

4、設$\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(-1,1)$, $\vec{c}=(5,-1)$，若$\vec{c}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$ ，則$\alpha=$______, $\beta=$______ 。

$\boxed{答案}$：$\frac{4}{3}$；$-\frac{7}{3}$

$\boxed{解析}$：$\vec{c}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$ $\therefore \begin{cases}5=2\alpha-\beta\\ -1=\alpha+\beta\end{cases}$ $\therefore \alpha=\frac{4}{3}$, $\beta=-\frac{7}{3}$

5、設$\vec{a}=(3,4)$, $\vec{b}//\vec{a}$ 且 $|\vec{b}|=1$，則$\vec{b}=$______或______，又$\vec{c}$與$\vec{a}$反向且$|\vec{c}|=10$ ，則

$\vec{c}=$______ 。

$\boxed{答案}$：$(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$; $(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$; $(-6,-8)$

$\boxed{解析}$：$\vec{b}=\pm\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$或$(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$；$\vec{c}=10(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})=(-6,-8)$

6、設$\vec{a}=(3,1)$, $\vec{b}=(1,0)$若$\begin{cases}2\vec{x}+\vec{y}=\vec{a}+\vec{b}\\ \vec{x}-\vec{y}=2\vec{a}-4\vec{b}\end{cases}$ ，則$\vec{x}=$______, $\vec{y}=$______。(以坐標表示)

$\boxed{答案}$：$(2,1)$; $(0,-1)$

$\boxed{解析}$：$\begin{cases}2\vec{x}+\vec{y}=\vec{a}+\vec{b}\\ \vec{x}-\vec{y}=2\vec{a}-4\vec{b}\end{cases}\Rightarrow 3\vec{x}=3\vec{a}-3\vec{b}$ $\therefore \vec{x}=\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{y}=3\vec{b}-\vec{a}$

$\therefore \vec{x}=(2,1)$, $\vec{y}=(0,-1)$

7、設直線L過$A(-1,12)$, $B(6,-2)$兩點，若P在L上且$\overline{AP}:\overline{PB}=4:3$，則$P$點之坐標爲________ 或__________ 。

$\boxed{答案}$：$(3,4)$; $(27,-44)$

$\boxed{\text{解析}}$：$\overrightarrow{OP}=\frac{3}{7}\overrightarrow{OA}+\frac{4}{7}\overrightarrow{OB}=(3,4)$或$\overrightarrow{OP}=4\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OA}=(27,-44)$

8、$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=(5,12)$，$\overrightarrow{BC}=(3,-4)$，則$\triangle ABC$ 的周長爲____________。

$\boxed{\text{答案}}$：$18+8\sqrt{2}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(8,8)$

$\therefore\triangle ABC$ 的周長爲 $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BC}|=13+5+8\sqrt{2}=18+8\sqrt{2}$

9、試求參數式$\begin{cases}x=5+8t\\y=2-6t\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$ 所表直線之斜率__________。

$\boxed{\text{答案}}$：當 $t=0$ 時，得線上一點 $A(5, 2)$

當 $t=1$ 時，得線上一點 $B(13, -4)$

由 A, B 二點，知直線之斜率爲 $\frac{-4-2}{13-5}=\frac{-6}{8}=-\frac{3}{4}$

10、試求過 $A(-6, -2), B(9, 4)$兩點的直線之參數式_____________及其一般式______________。

$\boxed{\text{答案}}$：$\overrightarrow{AB}=(9+6,\ 4+2)=(15,\ 6)=3(5,\ 2)$

直線 AB 的參數式爲$\begin{cases}x=-6+5t & \cdots\cdots\cdots①\\y=-2+2t & \cdots\cdots\cdots②\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$

爲了消去 t，所以①×2－②×5，得 $2x-5y=-2$

11、設 $A(2, 3), B(-4, 5)$，請將下列各項用參數式表出：(1)直線 $\overleftrightarrow{AB}$ ______________
(2)射線 $\overrightarrow{BA}$ ______________
(3)線段 $\overline{AB}$ ______________

$\boxed{\text{答案}}$：(1) $\overleftrightarrow{AB}=\begin{cases}x=2-6t\\y=3+2t\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$　　(2) $\overrightarrow{BA}=\begin{cases}x=-4+6t\\y=5-2t\end{cases}, t\geq 0$

(3) $\overline{AB}=\begin{cases}x=2-6t\\y=3+2t\end{cases}, 0\leq t\leq 1$

12、設 $A(2, -3), B(1, -1), C(7, -3)$，若 $\overrightarrow{AP}+2\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$，則 P 點坐標爲____________。

$\boxed{\text{答案}}$：$\overrightarrow{AP}+2\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OP}-2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OC}=\vec{0}$

$4\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(2,-3)+2(1,-1)+(7,-3)=(11,-8)$，$\overrightarrow{OP}=(\frac{11}{4},-2)$，$P(\frac{11}{4},-2)$

13、求點 $P(-1, 2)$到直線 $L: x-2y+3=0$ 之最短距離_____________與最近點坐標_____________。

$\boxed{\text{答案}}$：設 $Q(2t-3, t)\in L$，則 $\overline{PQ}=\sqrt{(2t-3+1)^2+(t-2)^2}=\sqrt{5(t-\frac{6}{5})^2+\frac{4}{5}}$

$\therefore$當 $t=\frac{6}{5}$ 時 $\overline{PQ}$ 最小爲 $\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，且此時最近點 $Q(-\frac{3}{5},\frac{6}{5})$。

14、設△ABC 三頂點為 $A(2,1), B(4,-2), C(-3,-2)$，又 G 為△ABC 的重心，則

(1)G 點坐標為________________，(2)若 $O(5,2)$，則 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|=$________________。

$\boxed{答案}$：$\because \overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}=(1,-1)\quad \therefore G(1,-1)$

若 $O(5,2)$，則 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|=3|\overrightarrow{OG}|=15$

15、設 $A(-3,4), B(-2,2)$，若 $P(x,y)$在 $\overline{AB}$ 上移動，則

$2x^2+y^2+4$之最大值__________與最小值為__________。

$\boxed{答案}$：$\because P\in\overline{AB}$，且 $\overrightarrow{AP}=t\,\overrightarrow{AB},\ 0\le t\le 1$

設 $P(x,y)\quad \therefore (x+3,y-4)=t(-2+3,2-4)$

$x=-3+t, y=4-2t$

$2x^2+y^2+4=2(-3+t)^2+(4-2t)^2+4=6t^2-28t+38=6(t-\frac{7}{3})^2+\frac{16}{3}$

故當 $t=1$，最小值 16，$t=0$，最大值 38。

16、已知△ABC 中，$A(1,1), B(13,-4), C(5,4)$,

(1)若∠A 之平分線交 BC 於 D，求 D 坐標________________。

(2)若∠A 之外角平分線交 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 E，求 E 坐標______________。

$\boxed{答案}$：$\overline{AB}=\sqrt{(13-1)^2+(-4-1)^2}=13, \overline{AC}=\sqrt{(5-1)^2+(4-1)^2}=5$

(1)$\because \overline{AD}$ 為∠A 之內角平分線內分比性質 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=13:5$

設 $D(x,y)$，由內分點公式$\begin{cases} x=\dfrac{13\cdot 5+5\cdot 13}{13+5}=\dfrac{130}{18}=\dfrac{65}{9} \\ y=\dfrac{13\cdot 4+5\cdot(-4)}{13+5}=\dfrac{16}{9} \end{cases}$，$\therefore D(\frac{65}{9},\ \frac{16}{9})$

(2)$\because \overline{AE}$ 為∠A 之外角平分線 由外分比性質 $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}=13:5$

設 $E(x,y)$，由外分點公式$\begin{cases} x=\dfrac{13\cdot 5-5\cdot 13}{13-5}=0 \\ y=\dfrac{13\cdot 4-5\cdot(-4)}{13-5}=\dfrac{72}{8}=9 \end{cases}$，$\therefore E(0,9)$