高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：92.09.13					
範圍	1-1 向量、內積(2)	班級		姓名	
		座號			

一. 單一選擇題 (每題 10 分)

1、(E) 設正五邊形 $ABCDE$ 中，$\overline{AB}=2$，則下列內積之值何者最小？ (A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$ (C) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$

解析：$\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\ |\overrightarrow{AC}|\cos 36^\circ>0$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AC}|\ |\overrightarrow{AD}|\cos 36^\circ>0$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AC}|\ |\overrightarrow{AE}|\cos 72^\circ>0$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\ |\overrightarrow{AD}|\cos 72^\circ>0$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}|\ |\overrightarrow{AE}|\cos 108^\circ<0$

2、(A) D 在△ABC 之 BC 邊上，且 $\overline{CD}=2\overline{BD}$，$G$ 爲 AC 之中點，若將 $\overrightarrow{GD}$ 向量寫爲 $\overrightarrow{GD}=r\,\overrightarrow{AB}+s\,\overrightarrow{AC}$，其中 r 及 s 爲實數，則 $r+s$ 之值等於

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$ (E) $-\frac{4}{3}$

解析：作圖知

$$\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$$

$$\therefore r=\frac{2}{3},s=-\frac{1}{6}\Rightarrow r+s=\frac{1}{2}$$

3、(D) 正△ABC 中，$\overline{AB}=2$ 且 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 於 H，則 $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HC})\cdot\overrightarrow{AH}=$ (A) -3 (B) $-2\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D)3 (E)6

解析：$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HC})\cdot\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HC}\cdot\overrightarrow{AH}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AH}|\times\cos 30^\circ+0=2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$

二、 填充題 (每題 10 分)

1、 $ABCD$ 爲平行四邊形，且 $\angle A=60^\circ$，$\overline{AB}=2$，$\overline{AD}=3$，則

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=$______, (2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=$______。(3) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$______。

答案：(1)3； (2)7；(3) 5

解析：(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\ |\overrightarrow{AD}|\cos 60^\circ=2\times3\times\frac{1}{2}=3$

(2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|^2+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=4+3=7$

(3) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$ 且 $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=|\overrightarrow{AD}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2=3^2-2^2=5$

2、 設 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$ ，且 $(3\vec{a}-\vec{b})$ 與 $(\vec{a}+\vec{b})$ 垂直，則

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=$______，(2)設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角爲 θ ，則 $\cos\theta=$______。

$\boxed{答案}$ ：(1)2; (2) $\frac{1}{4}$

$\boxed{解析}$ ： $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$,

(1) $(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0\Rightarrow 3|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}-|\vec{b}|^2=0\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=2$ ，

(2) $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{2}{2\times 4}=\dfrac{1}{4}$

3、設 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ ，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$ ，若 $(t^2+2)\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{a}+t\vec{b}$ 互相垂直，則 $t=$_____或_____。

$\boxed{答案}$ ：-1; -2

$\boxed{解析}$ ：

$\vec{a}\perp\vec{b}$ $\quad\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=0$ ，又 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$

$(t^2+2)\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{a}+t\vec{b}$ 互相垂直 $\Rightarrow[(t^2+2)\vec{a}+\vec{b}]\cdot[\vec{a}+t\vec{b}]=0$

$(t^2+2)|\vec{a}|^2+t|\vec{b}|^2+[t(t^2+2)+1]\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow\ t^2+2+3t=0$, $t=-1$ 或 -2

4、設 $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=5$, $|\vec{c}|=6$ ，若 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ ，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$______。

$\boxed{答案}$ ： -43

$\boxed{解析}$ ：

$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2=0\Rightarrow|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2+2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=0$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{-|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2}{2}=-43$

5、在四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A=120°, \overline{AB}=1, \overline{AD}=2$ 且 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$ ，求 $\overline{AC}=$________。

$\boxed{答案}$ ： $\sqrt{13}$

$\boxed{解析}$ ： $\overline{AC}^2=|\overrightarrow{AC}|^2=9|\overrightarrow{AB}|^2+12\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+4|\overrightarrow{AD}|^2$

$=9+12\cdot1\cdot2\cdot(-\frac{1}{2})+16=13\quad(\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos A=12\cdot1\cdot2\cdot(-\frac{1}{2})=-12)$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{13}$

6、$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$ ，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$________。

答案： -6

解析：

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-\frac{\overline{BA}^2+\overline{BC}^2-\overline{AC}^2}{2}=-\frac{5^2+6^2-7^2}{2}=-\frac{12}{2}=-6$$

7、設 $|\overrightarrow{a}|=3$，$|\overrightarrow{b}|=1$ ，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角爲 $30°$ ，若 $\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a}$ 垂直，則 $t=$______。

答案：$-2\sqrt{3}$

解析：$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos 30°=3\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$，

$\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a}$ 垂直 $\Rightarrow(\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{a}=0\Rightarrow|\overrightarrow{a}|^2+t\,\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0\Rightarrow|\overrightarrow{a}|^2+t\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}=0 \quad \therefore t=-2\sqrt{3}$

8、設 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角爲 $60°$，則 $\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{b}-2\vec{a}$ 之夾角 $=$__________。

答案：$120°$

解析

$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，夾角 $60°$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=1\cdot 1\cdot\cos 60°=\frac{1}{2}$

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=1+1+1=3$ $\Rightarrow$ $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$

$|\vec{b}-2\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{a}|^2=1-2+4=3$ $\Rightarrow$ $|\vec{b}-2\vec{a}|=\sqrt{3}$

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}-2\vec{a})=|\vec{b}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}-2|\vec{a}|^2=1-\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$

設 θ 爲 $\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{b}-2\vec{a}$ 之夾角 $\Rightarrow$ $\cos\theta=\frac{(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}-2\vec{a})}{|\vec{a}+\vec{b}|\cdot|\vec{b}-2\vec{a}|}=\frac{-\frac{3}{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $\theta=120°$