高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：96.09.10					
範圍	1-1 向量、內積(1)	班級		姓名	
		座號			

一. 選擇題 (每題 10 分)

1、(B) 正$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=2$，則$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$ (A) $-2\sqrt{3}$ (B) -2 (C)2 (D) $2\sqrt{3}$ (E)4

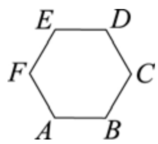
解析：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos 120^\circ=2\times 2\times\cos 120^\circ=-2$

2、(A) 正六邊形 $ABCDEF$ 中，令$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，則$\overrightarrow{EA}=$ (A) $\vec{a}-2\vec{b}$ (B) $\vec{a}+2\vec{b}$

(C) $2\vec{a}-\vec{b}$ (D) $2\vec{b}-\vec{a}$ (E) $\vec{b}-2\vec{a}$

解析：$\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DA}=\vec{a}+(-2\vec{b})=\vec{a}-2\vec{b}$

3、(E) 如圖，$ABCDEF$ 為邊長為 1 的正六邊形，則下列各內積最小為何？



(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$ (B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$ (E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ 。

解析：(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|^2=1$

(B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos\angle BAC=1\cdot\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ=\dfrac{3}{2}$

(C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AD}|\cdot\cos\angle BAD=1\cdot 2\cdot\cos 60^\circ=1$

(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AE}|\cdot\cos\angle BAE=1\cdot\sqrt{3}\cdot\cos 90^\circ=0$

(E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AF}|\cdot\cos\angle BAF=1\cdot 1\cdot\cos 120^\circ=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore$ (B) $>$ (A) $=$ (C) $>$ (D) $>$ (E)

二、 填充題 (每題 10 分)

1、設 $|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=5$，$|\vec{c}|=6$，若 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$________。

答案：-7

解析：

$|\vec{a}+\vec{b}|=|-\vec{c}|$，$|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$，$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=-7$

2、若 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$，則

(1) $\vec{a}$, $\vec{b}$ 之夾角為______________。(2) $|2\vec{a}+3\vec{b}|=$______________。

答案：(1) 60° (2) $2\sqrt{13}$

解析：

(1) $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=7$ $\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=1$，$\therefore \cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\dfrac{1}{2}$ $\therefore \theta=60°$

(2) $|2\vec{a}+3\vec{b}|^2=4|\vec{a}|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2=4\times1+12\times1+9\times4=52$

$\Rightarrow |2\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

3、$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，則(1) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=$________。 (2) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=$________。

答案：(1) 30 (2) -19

解析：

(1) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|\cdot\cos C=|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|\cdot\dfrac{|\overrightarrow{CA}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2}{2|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|}=\dfrac{\overline{CA}^2+\overline{CB}^2-\overline{AB}^2}{2}$

$=\dfrac{1}{2}(7^2+6^2-5^2)=30$

(2)同理 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2}=-\dfrac{1}{2}(49+25-36)=-19$

4、設 $\vec{U}$，$\vec{V}$ 不平行，若 $(x-y+2)\vec{U}+(x+y-4)\vec{V}=\vec{0}$，則數對 $(x，y)=$__________。

答案：(1，3)

解析：

若 $(x-y+2)\vec{U}+(x+y-4)\vec{V}=\vec{0}$ 且 $\vec{U}$，$\vec{V}$ 不平行

$\therefore \begin{cases} x-y+2=0 \\ x+y-4=0 \end{cases} \Rightarrow x=1，y=3$，故 $(x，y)=(1，3)$

5、正五邊形 $ABCDE$ 中的 5 個頂點，可決定__________個不同的向量。

答案：20

解析：

於正五邊形的五個頂點 A，B，C，D，E 中任取二點，可構成 $\overline{AB}$，$\overline{AC}$，$\overline{AD}$，$\overline{AE}$，$\overline{BC}$，$\overline{BD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CD}$，$\overline{CE}$，$\overline{DE}$ 等 $\dfrac{4\times5}{2}=10$ 個線段，又每個線段可產生二個向量，如：$\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{BA}$，故可產生 20 個不同的向量