高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：97.05.28					
範圍	2-5 正、餘弦定	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1. $\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=\sqrt{3}$，$\angle B=75°$，$\angle C=45°$，則 $\overline{AB}=$

(A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{3}-1$ (D) $\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

【解答】(D)

【詳解】

$\angle A=180°-\angle B-\angle C=60°$ ，由正弦定理，$\dfrac{\overline{AB}}{\sin C}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin A}$

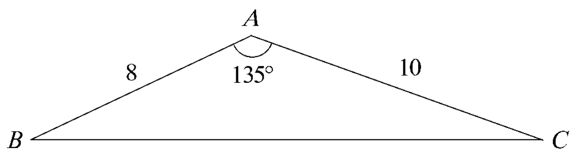
$\therefore\ \dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60°} \Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{2}$

2. 在$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AC}=10$，$\overline{AB}=8$，$\angle A=135°$，則$\triangle ABC$ 的面積為

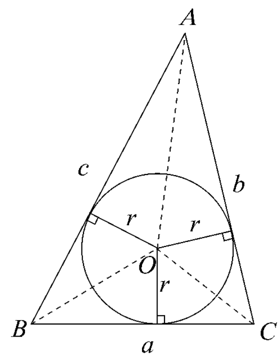
(A) $20\sqrt{2}$ (B) $40\sqrt{2}$ (C) $80\sqrt{2}$ (D) $20\sqrt{3}$ (E) $40\sqrt{3}$

【解答】(A)

【詳解】



$\triangle ABC$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\sin A=\dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 10\cdot\sin 135°=20\sqrt{2}$



3. $\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=3$，$\overline{CA}=5$，$\overline{AB}=6$，則$\triangle ABC$ 的內切圓面積 $=$

(A) 5π (B) $\dfrac{7}{2}\pi$ (C) $\dfrac{6}{5}\pi$ (D) $\dfrac{8\pi}{7}$ (E) $\dfrac{4}{3}\pi$

【解答】(D)

【詳解】

(1) $\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA=\dfrac{1}{2}cr+\dfrac{1}{2}ar+\dfrac{1}{2}br=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)=\dfrac{1}{2}r(2s)=r\cdot s$

(2) （海龍Heron公式）

$\because\ s=\dfrac{a+b+c}{2}=7$，$\therefore\ \triangle ABC=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{7(4)(2)(1)}=r\cdot 7\Rightarrow r=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

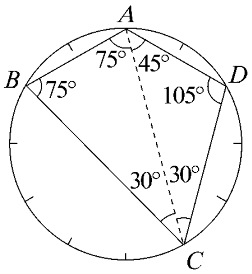
(3)$\therefore\ \triangle ABC$內切圓面積$=\pi r^2=\dfrac{8}{7}\pi$

4. (複選)圓內切四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}=2$，$\angle C=60°$，$\angle D=105°$，下列何者正確？

(A) $\overline{BD}=2\sqrt{3}$ (B)此圓半徑$=2$ (C) $\overline{AC}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$ (D) $\angle ACB=30°$ (E) $\angle CAD=45°$

【解答】(A)(B)(D)(E)

【詳解】



(A) 餘弦定理 $\overline{BD}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2\overline{AB}\cdot\overline{AD}\cdot\cos120^\circ}=\sqrt{4+4+4}\ =2\sqrt{3}$

(B) 正弦定理 $R=\dfrac{\overline{BD}}{2\sin A}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=2$

(C) 正弦定理 $\dfrac{2}{\sin30^\circ}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin105^\circ}\quad\Rightarrow\quad\overline{AC}\ =\dfrac{2}{\dfrac{1}{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

二、填充題(每題 10 分)

1. 圓內接四邊形$ABCD$中，$\overline{AB}=12$，$\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=13$，$\angle BAD=60^\circ$，則：
   (1) $\overline{BD}=$__________。 (2) $\overline{AD}=$__________。

【解答】(1) $\dfrac{13\sqrt{3}}{2}$ (2) $\dfrac{5\sqrt{3}+12}{2}$

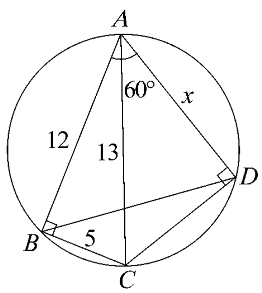
【詳解】

(1)在$\triangle ABD$中，由正弦定理知，$\dfrac{\overline{BD}}{\sin60^\circ}=\dfrac{12}{\sin\angle ADB}$，在$\triangle ABC$中，$\dfrac{12}{\sin\angle ACB}=\dfrac{13}{\sin90^\circ}$

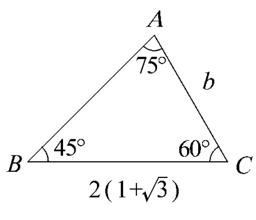
$\because\ \angle ADB=\angle ACB\quad\therefore\ \dfrac{\overline{BD}}{\sin60^\circ}=\dfrac{13}{\sin90^\circ}\quad\Rightarrow\quad\overline{BD}=\dfrac{13\sqrt{3}}{2}$

(2)設$\overline{AD}=x$，在$\triangle ABD$中，$\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2\overline{AB}\cdot\overline{AD}\cos60^\circ$

$\Rightarrow\ \dfrac{507}{4}=144+x^2-12x\quad\Rightarrow x^2-12x+\dfrac{69}{4}=0\Rightarrow x=\dfrac{12\pm5\sqrt{3}}{2}$（負不合），故$\overline{AD}=\dfrac{12+5\sqrt{3}}{2}$



2. $\angle B=45^\circ$，$\angle C=60^\circ$，$a=2(1+\sqrt{3})$，求$\triangle ABC$的面積__________。



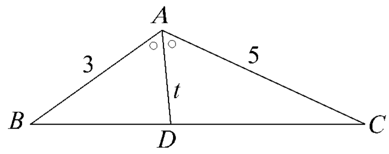
【解答】$2(3+\sqrt{3})$

【詳解】

由正弦定理知：$\dfrac{2(1+\sqrt{3})}{\sin75^\circ}=\dfrac{b}{\sin45^\circ}\quad\Rightarrow\quad\dfrac{2(1+\sqrt{3})}{\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}=\dfrac{b}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}\quad\Rightarrow\quad b=4$

$\therefore\ \triangle ABC$ 之面積$=\dfrac{1}{2}\times4\times2(1+\sqrt{3})\times\sin60^\circ=2(3+\sqrt{3})$

3. 設△ABC中，∠A的分角線交$\overline{BC}$於D，已知$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=5$，$\angle A=120°$，則$\overline{AD}$的長爲＿＿＿＿＿。



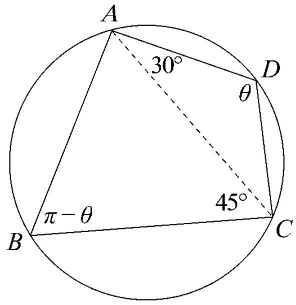
【解答】$\dfrac{15}{8}$

由$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD \quad\Rightarrow\quad \dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot t\cdot \sin 60°+\dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot t\cdot \sin 60°=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 5\cdot \sin 120°$

$\Rightarrow\quad 8t=15\quad\Rightarrow\quad t=\dfrac{15}{8}$

4. 設圓內接四邊形$ABCD$中，$\angle CAD=30°$，$\angle ACB=45°$，$\overline{CD}=2$，試求：

(1) $\overline{AB}$ 之長 ＝＿＿＿＿＿。 (2)劣弧$\overset{\frown}{CD}$的弧長 ＝＿＿＿＿＿。



【解答】(1) $2\sqrt{2}$ (2) $\dfrac{2\pi}{3}$

【詳解】

(1)設$\angle ADC=\theta$，$\angle ABC=\pi-\theta$

在△ACD 中，$\dfrac{\overline{AC}}{\sin\theta}=\dfrac{2}{\sin 30°}$ ……..①

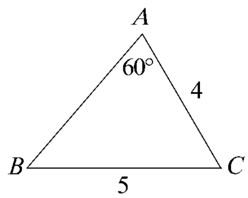
在△ABC 中，$\dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin(180°-\theta)}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin\theta}$ …….②

由①②，$\dfrac{2}{\sin 30°}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}\quad\Rightarrow\quad \overline{AB}=\dfrac{2\sin 45°}{\sin 30°}=2\sqrt{2}$

(2)△ACD 之外接圓半徑 $2R=\dfrac{2}{\sin 30°}\quad\Rightarrow\quad R=\dfrac{2}{2\sin 30°}=2$，

又$\angle CAD=30°$，則劣弧$\overset{\frown}{CD}$之圓心角爲 $30°\times 2=60°$，劣弧$\overset{\frown}{CD}$之長 ＝ $\dfrac{60°}{360°}\times 2\pi\times 2=\dfrac{2\pi}{3}$

5. △ABC中，$\overline{AC}=4$，$\overline{BC}=5$，$\angle A=60°$，則$\overline{AB}$ 之長爲＿＿＿＿＿。



【解答】$2+\sqrt{13}$

【詳解】

由餘弦定理知 $\cos 60°=\dfrac{16+\overline{AB}^2-25}{2\cdot 4\cdot \overline{AB}}\quad\Rightarrow\quad 4\,\overline{AB}=\overline{AB}^2-9$

$\Rightarrow\quad \overline{AB}^2-4\,\overline{AB}-9=0\Rightarrow\quad \overline{AB}=\dfrac{4\pm\sqrt{16+36}}{2\cdot 1}=\dfrac{4\pm 2\sqrt{13}}{2}=2\pm\sqrt{13}$（負不合）

$\therefore\quad \overline{AB}=2+\sqrt{13}$

6. △ABC中，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=7$，$\overline{CA}=5$，則

(1) $\angle A=$＿＿＿＿＿。 (2)設M爲$\overline{BC}$中點，則$\overline{AM}=$＿＿＿＿＿。

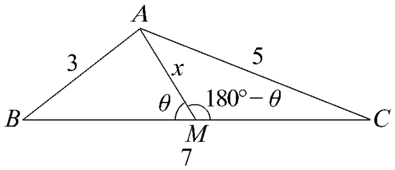
【解答】(1) 120° (2) $\dfrac{\sqrt{19}}{2}$

【詳解】

(1)由餘弦定理$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{5^2+3^2-7^2}{2\cdot 5\cdot 3}=-\dfrac{1}{2}$，$\therefore\quad \angle A=120°$

(2)設$\overline{AM}=x$，$\angle AMB=\theta$，則$\angle AMC=180°-\theta$，且$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$

$\therefore \quad \dfrac{x^2+(\frac{7}{2})^2-3^2}{2\cdot x\cdot \frac{7}{2}}=-\dfrac{x^2+(\frac{7}{2})^2-5^2}{2\cdot x\cdot \frac{7}{2}} \Rightarrow 2x^2=\dfrac{19}{2} \Rightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{19}}{2}$（負不合）



7. △ABC中，$\angle A=45°$，$\angle B=60°$，$\overline{BC}=2$，則(1) $\overline{AB}=$__________。 (2) $\overline{AC}=$__________。

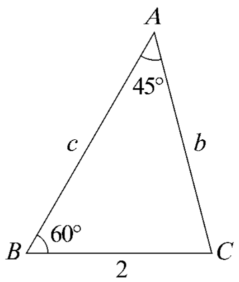
【解答】(1) $\sqrt{3}+1$ (2) $\sqrt{6}$

【詳解】

(1) $\angle C=180°-45°-60°=75°$

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C} \Rightarrow \dfrac{2}{\sin 45°}=\dfrac{c}{\sin 75°} \Rightarrow c=\sqrt{3}+1$

(2)由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B} \Rightarrow \dfrac{2}{\sin 45°}=\dfrac{b}{\sin 60°} \Rightarrow b=\sqrt{6}$



8. △ABC中，$\angle B=55°$，$\angle C=65°$，$\overline{BC}=10$，則△ABC之外接圓半徑$R=$__________。

【解答】$\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

【詳解】

$\angle A=180°-\angle B-\angle C=60°$

由 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R \Rightarrow \dfrac{10}{\sin 60°}=2R \Rightarrow R=\dfrac{10}{\sqrt{3}}=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

9. △ABC中，若$(b+c):(c+a):(a+b)=7:8:9$，則$\sin B$之值為__________。

【解答】$\dfrac{4}{5}$

【詳解】

設 $b+c=7k$，$c+a=8k$，$a+b=9k \Rightarrow a+b+c=12k \Rightarrow a=5k$，$b=4k$，$c=3k$

$\therefore \quad \cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\dfrac{3}{5} \Rightarrow \sin B=\dfrac{4}{5}$

10.設△ABC的外接圓半徑為 10，而 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=4:5:3$，則三角形的面積為__________。

【解答】$25(3+\sqrt{3})$

【詳解】

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=4:5:3$，設△$ABC$ 的外接圓圓心 O

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle AOB = \dfrac{5}{12} \times 360^\circ = 150^\circ \\ \angle BOC = \dfrac{3}{12} \times 360^\circ = 90^\circ \\ \angle COA = \dfrac{4}{12} \times 360^\circ = 120^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \triangle ABC = \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 150^\circ + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 90^\circ + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 120^\circ = 25(3+\sqrt{3})$$

11.$\triangle ABC$之三邊長爲 8，10，12，則

(1)$\triangle ABC$之面積爲__________。　(2)$\triangle ABC$之外接圓半徑爲__________。

(3)$\triangle ABC$最大邊上之中線長爲__________。

【解答】(1) $15\sqrt{7}$　(2) $\dfrac{16\sqrt{7}}{7}$　(3) $\sqrt{46}$

【詳解】

(1) （<u>海龍</u>Heron公式） $s = \dfrac{1}{2}(8+10+12) = 15$，由<u>海龍</u>公式$\triangle = \sqrt{15 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = 15\sqrt{7}$

(2)由$\triangle = \dfrac{abc}{4R} \quad \Rightarrow \quad 15\sqrt{7} = \dfrac{8 \times 10 \times 12}{4R} \quad \Rightarrow \quad R = \dfrac{240}{15\sqrt{7}} = \dfrac{16\sqrt{7}}{7}$

(3)最大邊上之中線長 $= \dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 10^2 - 12^2} = \sqrt{46}$

12.a，b，c爲$\triangle ABC$三邊長，若 $2a - b - c = 0$ 且$a - 4b + 2c = 0$，求$\cos A$：$\cos B$：$\cos C =$ ______。

【解答】19：25：7

【詳解】

$$\begin{cases} 2a - b - c = 0 \\ a - 4b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad a : b : c = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = (-6) : (-5) : (-7) = 6 : 5 : 7$$

設 $a = 6k$，$b = 5k$，$c = 7k$

$$\therefore \quad \cos A : \cos B : \cos C = \frac{(5k)^2 + (7k)^2 - (6k)^2}{2(5k)(7k)} : \frac{(6k)^2 + (7k)^2 - (5k)^2}{2(6k)(7k)} : \frac{(6k)^2 + (5k)^2 - (7k)^2}{2(6k)(5k)}$$

$$= \frac{38}{5 \times 7} : \frac{60}{6 \times 7} : \frac{12}{6 \times 5} = 19 : 25 : 7$$

13.$\triangle ABC$中，$\overline{BC} = a$，$\overline{CA} = b$，$\overline{AB} = c$，已知$ab : bc : ca = 2 : 3 : 4$，試求：

(1) $\sin A : \sin B : \sin C =$ __________。　(2) $\cos A =$ __________。

【解答】(1) 4：3：6　(2) $\dfrac{29}{36}$

【詳解】

(1)$ab : bc : ca = 2 : 3 : 4$ 且 $abc \neq 0$，$\dfrac{ab}{abc} : \dfrac{bc}{abc} : \dfrac{ca}{abc} = 2 : 3 : 4 \Rightarrow \dfrac{1}{c} : \dfrac{1}{a} : \dfrac{1}{b} = 2 : 3 : 4$

$$\Rightarrow \quad a : b : c = \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 4 : 3 : 6 \quad \Rightarrow \quad \sin A : \sin B : \sin C = 4 : 3 : 6$$

(2)令 $a = 4k$，$b = 3k$，$c = 6k$，則 $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \dfrac{(3k)^2 + (6k)^2 - (4k)^2}{2 \cdot 3k \cdot 6k} = \dfrac{29k^2}{36k^2} = \dfrac{29}{36}$

14.四邊形$ABCD$中，$\overline{AB}=\sqrt{3}$ ，$\overline{BC}=1+\sqrt{3}$ ，$\overline{CD}=\sqrt{2}$ ，$\overline{AD}=1$。若$\angle C=45°$，則對角線$\overline{BD}=$及$\overline{CA}$ ＝__________。

【解答】2；$\sqrt{4+\sqrt{3}}$

【詳解】

連對角線$\overline{AC}$ ，$\overline{BD}$ ，在△BCD中，

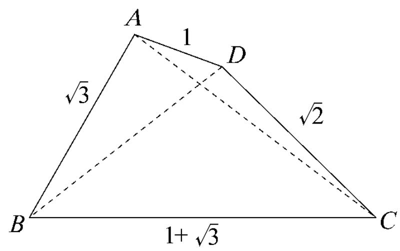
餘弦定理，$\overline{BD}^2=(1+\sqrt{3})^2+\sqrt{2}^2-2\cdot(1+\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}\cos45°=4$ $\therefore$ $\overline{BD}=2$

在△BCD中，由正弦定理知$\dfrac{\sqrt{2}}{\sin\angle CBD}=\dfrac{2}{\sin 45°}$ $\Rightarrow$ $\sin\angle CBD=\dfrac{1}{2}$，$\angle CBD=30°$

又△ABD中，$\overline{AD}=1$，$\overline{AB}=\sqrt{3}$ ，$\overline{BD}=2$，知$\angle ABD=30°$，$\angle ABC=60°$

△ABC中，餘弦定理，$\overline{AC}^2=(1+\sqrt{3})^2+\sqrt{3}^2-2\cdot(1+\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}\cos60°=4$

$+\sqrt{3}\Rightarrow\overline{AC}=\sqrt{4+\sqrt{3}}$



15.設△ABC滿足$(a+b-c)(b+c-a)=(2-\sqrt{2})ca$，試求$\tan B=$ __________。

【解答】1

【詳解】

$(a+b-c)(b+c-a)=(2-\sqrt{2})ca$ $\Rightarrow$ $[b+(a-c)][b-(a-c)]=(2-\sqrt{2})ca$

$\Rightarrow$ $b^2-(a-c)^2=(2-\sqrt{2})ca$ $\Rightarrow$ $b^2-a^2+2ac-c^2=2ca-\sqrt{2}\,ca$

$\Rightarrow$ $b^2-a^2+\sqrt{2}\,ca-c^2=0$ $\Rightarrow$ $a^2+c^2-b^2=\sqrt{2}\,ca$

$\because$ $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{\sqrt{2}ca}{2ac}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore$ $\angle B=45°$ $\Rightarrow$ $\tan B=\tan45°=1$

16.設△ABC之三邊長分別爲$\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=7$，則

(1)△ABC最小內角之餘弦的函數值爲__________。

(2) $\sin A$：$\sin B$：$\sin C=$ __________。

(3)△ABC的面積 ＝__________。

(4)△ABC的外接圓半徑爲__________。

(5)△ABC的內切圓半徑爲__________。

(6) $\overline{BC}$ 邊上的中線長 ＝__________。

(7)設$\angle B$的內角平分線交$\overline{AC}$邊於D點，則$\overline{BD}$之長爲__________。

【解答】(1) $\dfrac{11}{14}$ (2) 5：7：8 (3) $10\sqrt{3}$ (4) $\dfrac{7}{3}\sqrt{3}$ (5) $\sqrt{3}$ (6) $\dfrac{\sqrt{201}}{2}$ (7) $\dfrac{40}{13}\sqrt{3}$

【詳解】

(1)$\angle A$爲最小內角，餘弦定理$\cos A=\dfrac{7^2+8^2-5^2}{2\cdot7\cdot8}=\dfrac{11}{14}$

(2)正弦定理$\sin A$：$\sin B$：$\sin C=5$：7：8

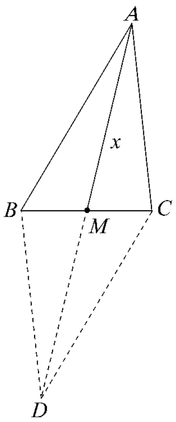
(3)$s=\frac{1}{2}(5+7+8)=10$，$\triangle=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)}=10\sqrt{3}$

(4)$\triangle=\frac{abc}{4R}$ $\Rightarrow$ 外接圓半徑$R=\frac{abc}{4\triangle}=\frac{5\times7\times8}{4\times10\sqrt{3}}=\frac{7}{3}\sqrt{3}$

(5)$\triangle=rs$ $\Rightarrow$ 內切圓半徑$r=\frac{\triangle}{s}=\frac{10\sqrt{3}}{10}=\sqrt{3}$

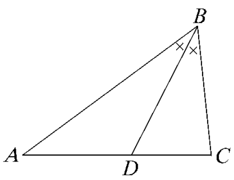
(6)延長 $\overrightarrow{AM}$ 使得 $\overline{MD}=\overline{AM}$ ，則$ABDC$爲一平行四邊形

由平行四邊形定理$(2x)^2+5^2=7^2+8^2+7^2+8^2$，中線長$\overline{AM}=x=\frac{\sqrt{201}}{2}$

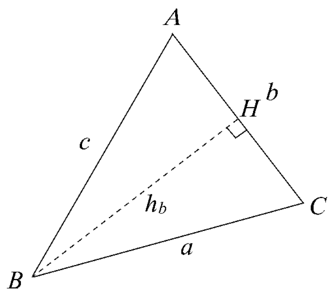


(7)$\because$ $\overline{BD}$爲內角平分線 $\therefore$ $\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}}=\frac{8}{5}$ $\Rightarrow$ $\overline{AD}=\frac{8}{13}\overline{AC}=\frac{8}{13}\times7=\frac{56}{13}$

$\triangle BAD$及$\triangle BAC$中，餘弦定理，$\cos A=\dfrac{8^2+(\frac{56}{13})^2-\overline{BD}^2}{2\cdot8\cdot\frac{56}{13}}=\dfrac{8^2+7^2-5^2}{2\cdot8\cdot7}\Rightarrow\overline{BD}=\frac{40}{13}\sqrt{3}$



17.$\triangle ABC$中，三邊 $\overline{AB}$ ，$\overline{BC}$，$\overline{CA}$的高分別爲$h_c=3$，$h_a=6$，$h_b=4$，
則$\cos A=$ __________ ，$\overline{BC}$ $=$ __________ ，
$\triangle ABC$的外接圓半徑$R=$ ________ 。$\triangle ABC$的面積____________ 。



【解答】$\frac{7}{8}$ ，$\frac{16}{\sqrt{15}}$ ，$\frac{64}{15}$

【詳解】

(1)$\because$ $a:b:c=\frac{1}{h_a}:\frac{1}{h_b}:\frac{1}{h_c}=\frac{1}{6}:\frac{1}{4}:\frac{1}{3}=2:3:4$ $\therefore$ $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{7}{8}$

(2)直角$\triangle BCH$中，$\sin C=\frac{h_b}{\overline{BC}}\Rightarrow h_b=\overline{BH}=\overline{BC}\sin C$

$\because$ $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{4}$ $\Rightarrow$ $\sin C=\frac{\sqrt{15}}{4}$ $\therefore$ $4=a\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}$ $\Rightarrow$ $a=\frac{16}{\sqrt{15}}$

(3) $\dfrac{a}{\sin A}=2R$， $\because$ $\cos A=\dfrac{7}{8}$ $\Rightarrow$ $\sin A=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$ $\therefore$ $R=\dfrac{a}{2\sin A}=\dfrac{64}{15}$