高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：97.05.07					
範圍	2-3、4 三角函數測量查表、廣義角	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1. 已知 $\sin 36°= 0.5878$，$\sin 36°10' = 0.5901$，則下列何者與 $\sin 36°08'$之值最接近？

(A) 0.5893 (B) 0.5894 (C) 0.5895 (D) 0.5896 (E) 0.5897

【解答】(D)

【詳解】

利用內插法

θ	$\sin\theta$
36°	0.5878
36°08′	y
36°10′	0.5901

$\therefore \dfrac{36°10'-36°}{36°08'-36°}=\dfrac{0.5901-0.5878}{y-0.5878} \Rightarrow \dfrac{10}{8}=\dfrac{0.0023}{y-0.5878} \Rightarrow 10(y-0.5878)=0.0184$

$\Rightarrow y-0.5878=0.00184$，$\therefore y=0.58964 \doteqdot 0.5896$

2. 已知 $\sin 47°20' = 0.7353$，$\sin 47°30' = 0.7373$，則 $\sin(-947°23')$最接近的數值爲

(A) -0.7358 (B) -0.7357 (C) 0.7357 (D) 0.7358 (E) 0.7359

【解答】(E)

【詳解】

$\sin(-947°23') = -\sin 947°23' = \sin 47°23'$

利用內插法

θ	$\sin\theta$
47°20′	0.7353
47°23′	y
47°30′	0.7373

$\Rightarrow y = 0.7359$； $\sin(-947°23') = \sin 47°23' = 0.7359$

3. θ 不是象限角且 $\tan\theta > 0$，$\sec\theta < 0$，則點 $P(\cos\theta$，$\sin\theta)$在

(A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限 (E)兩坐標軸上

【解答】(C)

【詳解】

$\tan\theta > 0 \Rightarrow \theta$ 在第一、三象限………①

$\sec\theta < 0 \Rightarrow \theta$ 在第一、三象限………②

由①②$\Rightarrow \theta$ 在第三象限， $\therefore \sin\theta < 0$，$\cos\theta < 0 \Rightarrow$ 點 $P(\cos\theta$，$\sin\theta)$在第三象限

4. 下列何者無意義？(A) $\csc 90°$ (B) $\cot 630°$ (C) $\sec 360°$ (D) $\tan 480°$ (E) $\sec(-90°)$

【解答】(E)

【詳解】

(A) $\csc 90° = \dfrac{1}{\sin 90°} = \dfrac{1}{1} = 1$ (B) $\cot 630° = \cot 270° = \dfrac{\cos 270°}{\sin 270°} = \dfrac{0}{-1} = 0$

(C) $\sec 360^\circ = \dfrac{1}{\cos 360^\circ} = \dfrac{1}{1} = 1$　(D) $\tan 480^\circ = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$

(E) $\sec(-90^\circ) = \sec 90^\circ = \dfrac{1}{\cos 90^\circ} = \dfrac{1}{0}$ 無意義

5. 化簡 $\dfrac{\cos(270^\circ+\theta)\tan(180^\circ-\theta)\cot(180^\circ+\theta)}{\sin(90^\circ-\theta)\tan(540^\circ-\theta)}$ 的結果為(A) $\sin\theta$　(B) $\cos\theta$　(C) 0　(D) 1(E) -1

【解答】(D)

【詳解】

$\because$　$\dfrac{\cos(270^\circ+\theta)\tan(180^\circ-\theta)\cot(180^\circ+\theta)}{\sin(90^\circ-\theta)\tan(540^\circ-\theta)} = \dfrac{\sin\theta\cdot(-\tan\theta)\cdot(\cot\theta)}{\cos\theta\cdot(-\tan\theta)} = \tan\theta \cdot \cot\theta = 1$

6. 1000°角的終邊落在(A)第一象限內　(B)第二象限內　(C)第三象限內　(D)第四象限內　(E)坐標軸上

【解答】(D)

【詳解】

$1000^\circ = 360^\circ\times 2 + 280^\circ$，$\because$　$270^\circ < 280^\circ < 360^\circ$　$\therefore$　1000°角的終邊落在第四象限內

7.(複選) θ 是第二象限角，則 $\dfrac{\theta}{3}$ 可能是第幾象限角？

(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限　(E) $\dfrac{\theta}{3}$ 可能不是象限角

【解答】(A)(B)(D)

【解 1】

$\because$　θ是第二象限角

$\therefore$　$n(360^\circ)+90^\circ < \theta < n(360^\circ)+180^\circ$，$n\in Z$　$\therefore$　$(120^\circ)n+30^\circ < \dfrac{\theta}{3} < (120^\circ)n+60^\circ$

(1)當$n=3k$，$k\in Z$時，$(360^\circ)k+30^\circ < \dfrac{\theta}{3} < (360^\circ)k+60^\circ$　$\Rightarrow$　$\dfrac{\theta}{3}$在第一象限

(2)當$n=3k+1$，$k\in Z$時，$(360^\circ)k+150^\circ < \dfrac{\theta}{3} < (360^\circ)k+180^\circ$　$\Rightarrow$　$\dfrac{\theta}{3}$在第二象限

(3)當$n=3k+2$，$k\in Z$時，$(360^\circ)k+270^\circ < \dfrac{\theta}{3} < (360^\circ)k+300^\circ$　$\Rightarrow$　$\dfrac{\theta}{3}$在第四象限

二、填充題(每題 10 分)

1. 欲開闢一上山的公路，若坡度為 45°時，路長為 1000 公尺，若坡度改為 30°時，求路長為__________公尺。

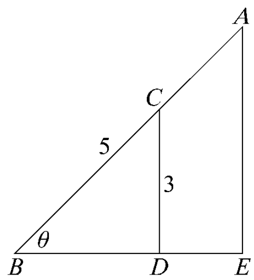
【解答】$1000\sqrt{2}$

【詳解】坡度 45°時，路長為 1000 公尺　$\therefore$　山高為 $500\sqrt{2}$ 公尺

再由 30° - 60° - 90°知，坡度為 30°時，路長 $1000\sqrt{2}$ 公尺

2. 將一長為 5 公尺之竹竿，斜靠在垂直地面而高為 3 公尺的牆頭，有部分伸出牆外。假設竹

竿與地面所成夾角爲θ，竹竿伸出牆外部分（不計牆的厚度）於日正當中時，在地面的影長爲$a\cot\theta+b\cos\theta$（a、b爲常數），則$a=$__________，$b=$__________。



【解答】$a=-3$；$b=5$

【詳解】

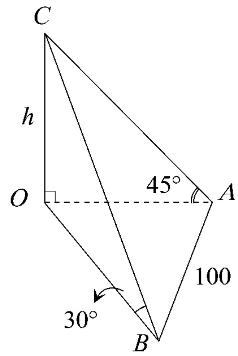
如圖所示，竹竿$\overline{AB}=5$，牆高$\overline{CD}=3$

而竹竿伸出牆外部分在地面上的投影爲$\overline{DE}$，則$\overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}$

因爲$\cos\theta=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{AB}}\Rightarrow\overline{BE}=\overline{AB}\cos\theta=5\cos\theta$，$\cot\theta=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}}\Rightarrow\overline{BD}=\overline{CD}\cot\theta=3\cot\theta$，

又$\overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=5\cos\theta-3\cot\theta$，故$a=-3$，$b=5$

3. 自塔的正東A處測得塔頂的仰角爲 45°，自塔的正南B處再測得仰角爲 30°，若$\overline{AB}=100$ 公尺，則塔高爲__________公尺。



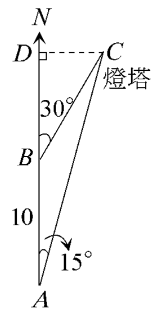
【解答】50

【詳解】

設塔高爲h，由 30° - 60° - 90°知，則$\overline{OA}=h$，$\overline{OB}=\sqrt{3}h$

$\therefore\quad h^2+3h^2=100^2\quad\Rightarrow\quad 4h^2=10000\quad\Rightarrow\quad h=50$

4. 有一向正北航行的船，見一燈塔在北 15°東，航行 10 公里後，見該燈塔在北 30°東，若此船繼續航行，則它與燈塔的最近距離爲__________公里。



【解答】5

【詳解】

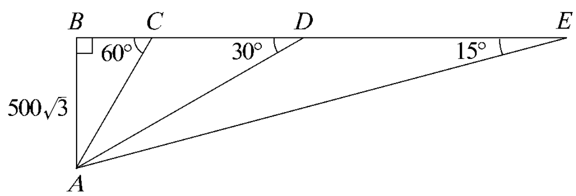
如圖，$\overline{BC}=\overline{AB}=10$，由 30° - 60° - 90°知

$\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{CD}}{10}\Rightarrow\overline{CD}=5$（公里）最近距離

5. 一飛機在高度爲 $500\sqrt{3}$ 公尺的水平面上等速東飛，在飛機正下方的地面開始觀測此飛機時，仰角爲 60°，5 秒鐘後再觀測時，仰角只有 30°，則：(1)此飛機的速率爲每秒__________公尺。(2)由仰角 30°觀測到仰角 15°是經過________秒。

【解答】(1) 200　(2) $5\sqrt{3}$

【詳解】



(1)如圖，設由 A 點觀測到飛機從 C 點飛到 D 點

$\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}\Rightarrow\overline{BC}=\dfrac{\overline{AB}}{\sqrt{3}}=\dfrac{500\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=500$，

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}}\Rightarrow\overline{BD}=\sqrt{3}\,\overline{AB}=1500$

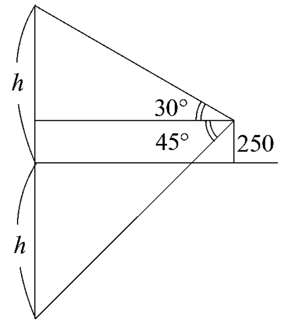
$\therefore\quad\overline{CD}=1500-500=1000$，故飛機的速率=$\dfrac{1000}{5}=200$（公尺 / 每秒）

(2)在△ABD 中，$\overline{AD}=1000\sqrt{3}$ 公尺，在△ADE 中，$\overline{DE}=\overline{AD}=1000\sqrt{3}$ 公尺

$\therefore$　經過了$\dfrac{1000\sqrt{3}}{200}=5\sqrt{3}$ 秒

6. 站在湖中小島的山峰上，看對岸的高峰仰角是 30°，看湖面這高峰的鏡影俯角是 45°，所站的山峰高度為 250 公尺（從湖面算起），則對岸高峰的高度為__________公尺。

【解答】$250(2+\sqrt{3})$

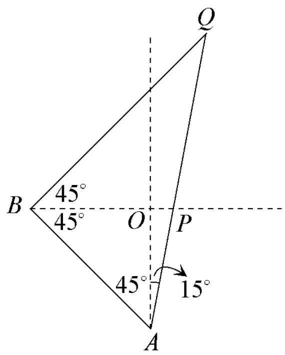


【詳解】如圖所示：$\dfrac{h-250}{h+250}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow (h-250)\sqrt{3}=h+250$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h-250\sqrt{3}=h+250 \quad \Rightarrow \quad (\sqrt{3}-1)h=250(1+\sqrt{3})$

$\therefore \quad h=\dfrac{250(1+\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{250(1+\sqrt{3})^2}{2}=250(2+\sqrt{3})$

7. 一軍艦航行至 A 處測得二塔皆在其北 15°東。若此軍艦繼續向西北航行 5 浬至 B 處，望見一塔在其正東，而另一塔在其東北，試求此兩塔間的距離______________浬。



【解答】$5(3-\sqrt{3})$浬

【詳解】 如圖所示：P、Q 表二塔的位置；軍艦在 A 處與 P、Q 二塔共線

B 為軍艦向西北航行 5 浬所至處，且 $\overline{AB}=5$，由題意知

$\angle BAQ=\angle BAO+\angle OAP=45°+15°=60°$，

$\angle ABQ=\angle ABO+\angle OBQ=45°+45°=90°$

$\overline{AQ}=2\cdot\overline{AB}=2 \cdot 5=10$；$\overline{OA}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\overline{AB}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

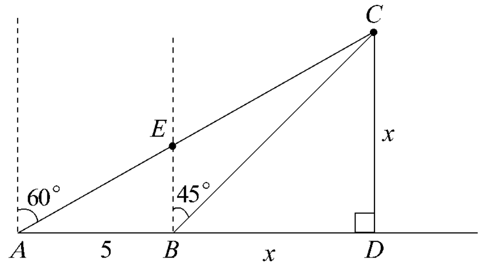
又 $\sec 15°=\dfrac{\overline{AP}}{\overline{OA}}\Rightarrow \overline{AP}=\overline{OA}\sec 15°=(\dfrac{5}{\sqrt{2}})\sec 15°=5 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{2})=5(\sqrt{3}-1)$

故所求 P、Q 二塔的距離為 $\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=10-(5\sqrt{3}-5)=5(3-\sqrt{3})$浬

8. 海中有一小島，其四周 8 浬內鋪設水雷，今有一船自西向東行駛，於 A 點見島在北 60°東，繼續行駛 5 浬，見島在其北 45°東，若此船航向不變，則此船是否會觸及水雷？_________

【解答】會觸及水雷

【詳解】



如圖，令 $\overline{CD}=\overline{BD}=x$， 又 $\dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

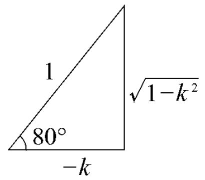
$\therefore \quad \dfrac{x}{x+5}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow \sqrt{3}x=x+5\Rightarrow (\sqrt{3}-1)x=5\Rightarrow$

$x=\dfrac{5}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{5}{2}(\sqrt{3}+1) \doteqdot 6.8<8$ ，會觸及水雷

9. 設$\cos(-100°)=k$，則$\tan 80°=$__________。

【解答】$-\dfrac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

【詳解】$\cos(-100°)=k \quad \Rightarrow \cos 100°=k \quad \Rightarrow \cos(180°-80°)=k\Rightarrow -\cos 80°=k \quad \Rightarrow \cos 80°=-k$



$\Rightarrow \quad \tan 80°=-\dfrac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

10.已知$\sin 29.1° = 0.4863$，$\sin 29.2° = 0.4879$，$\sin 29.3° = 0.4893$，$\sin 29.4° = 0.4909$，$\sin 29.5° = 0.4924$。利用內插法可求得$\sin 1230°51'$之近似値爲__________。

【解答】0.4871

【詳解】

$\sin 1230°51' = \sin(90° \times 14 - 29°9') \quad = \sin(90° \times 14 - 29.15°) \quad = \sin 29.15° \quad (\because \frac{9}{60} = 0.15)$

設 $\sin 29.15° = x$

$$0.1 \left[0.05 \left[\begin{array}{l} \sin 29.1° = 0.4863 \\ \sin 29.15° = x \end{array} \right] x - 0.4863 \right. \atop \sin 29.2° = 0.4879 \right] 0.0016$$

由內插法知$\frac{0.05}{0.1} = \frac{x - 0.4863}{0.0016} \quad \Rightarrow \quad x = 0.4863 + 0.0008 = 0.4871$

11.已知$\tan\theta < 0 < \sin\theta$，則$\theta$爲第__________象限角。

【解答】二

【詳解】

$\because \ \tan\theta < 0 \quad \therefore \ \theta$在二、四象限；

$\sin\theta > 0 \quad \therefore \ \theta$在一、二象限

$\because \ \tan\theta < 0 < \sin\theta \quad \therefore \ \theta$在第二象限

12.$\sin 47° \cos(-583°) + \sin(-583°) \sin 223° =$ __________ 。

【解答】-1

【詳解】

$\sin 47° \cos(-583°) + \sin(-583°) \sin 223°$

$= \sin 47° \cos 583° - \sin 583° \sin 223°$

$= \sin 47°(-\cos 43°) - (-\sin 43°)(-\sin 43°)$

$= \cos 43°(-\cos 43°) - \sin^2 43°$

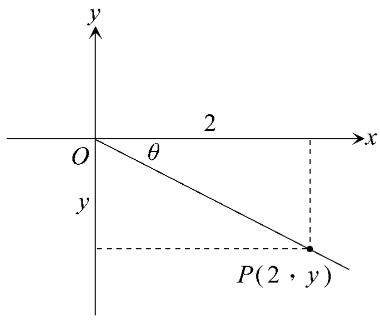
$= -\cos^2 43° - \sin^2 43° = -(\cos^2 43° + \sin^2 43°) = -1$

13.已知θ角的頂點與原點重合，始邊落在x軸正向上，終邊通過點$P(2，y)$，並知θ爲第四象限角，若$\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$，則

(1) y的值爲__________。（恰有一解）

(2) $\tan(90° - \theta) + \cot(180° - \theta) + \sin(270° - \theta)$的值爲__________ 。

【解答】(1) -1 (2) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$



【詳解】

(1) θ爲第四象限角，$P(2，y)$，$\therefore \ y < 0$

又$\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{y}{\overline{OP}} \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{y}{\sqrt{4 + y^2}}$

$\Rightarrow -\sqrt{5}\,y=\sqrt{4+y^2} \Rightarrow 5y^2=4+y^2 \quad \Rightarrow y^2=1 \Rightarrow y=\pm 1$（1 不合）　$\therefore \quad y=-1$

(2)$\sin\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\cos\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\tan\theta=\dfrac{-1}{2}$，$\cot\theta=-2$

$\tan(90^\circ-\theta)+\cot(180^\circ-\theta)+\sin(270^\circ-\theta)=\cot\theta-\cot\theta-\cos\theta=-\cos\theta=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

14.設$\tan\theta=-\dfrac{4}{3}$且$\sec\theta>0$，則$\dfrac{3\sin\theta+2\cos\theta}{\sin\theta+4\cos\theta}=$ ________ 。

【解答】$-\dfrac{3}{4}$

【詳解】

$\tan\theta=-\dfrac{4}{3}$ 且 $\sec\theta>0$，θ 在四象限；分子、分母同除以 $\cos\theta$

原式 $=\dfrac{3\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+2\cdot 1}{\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+4\cdot 1}=\dfrac{3\tan\theta+2}{\tan\theta+4}=\dfrac{3\cdot(-\frac{4}{3})+2}{(-\frac{4}{3})+4}\ \dfrac{3\cdot(-4)+6}{(-4)+12}=-\dfrac{3}{4}$

15.設 2000°的最小正同界角爲α，最大負同界角爲β，則數對$(\alpha，\beta)=$ ________ 。

【解答】(200°，– 160°)

【詳解】

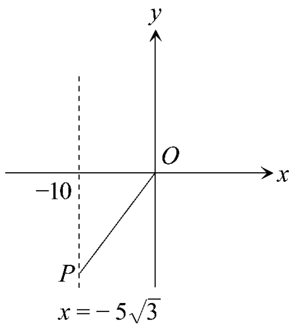
$2000^\circ=360^\circ\times 5+200^\circ=360^\circ\times 6-160^\circ$

$\Rightarrow$ 最小正同界角 $=200^\circ$

$\Rightarrow$ 最大負同界角 $=200^\circ-360^\circ=-160^\circ$

16.設$P(-5\sqrt{3}，y)$ 在有向角θ的終邊上，若$\tan\theta=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$，則$y=$ ________ ，而$\csc\theta=$ ________ 。

【解答】-10； $-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$



【詳解】

$P(-5\sqrt{3}，y) \quad \Rightarrow \quad \tan\theta=\dfrac{y}{-5\sqrt{3}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad y=-10$

$\overline{OP}=\sqrt{(-5\sqrt{3})^2+(-10)^2}=5\sqrt{7}$，$\csc\theta=\dfrac{5\sqrt{7}}{-10}=-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

17.設$a=\cos 135^\circ\csc 225^\circ-\sin 120^\circ\cos 150^\circ+\tan(-300^\circ)\sec 210^\circ$，

$b=\dfrac{\sin(180^\circ-\theta)\cdot\tan^2(360^\circ-\theta)}{\cos(270^\circ+\theta)}-\dfrac{\cos(90^\circ-\theta)\cdot\csc^2(270^\circ-\theta)}{\sin(540^\circ-\theta)}$，

則數對$(a，b)=$ ________ 。

【解答】$(-\dfrac{1}{4}，-1)$

【詳解】

$a=(-\cos 45^\circ)(-\csc 45^\circ)-\sin 60^\circ(-\cos 30^\circ)+(\cot 30^\circ)(-\sec 30^\circ)$

$=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\cdot(-\sqrt{2})-\dfrac{\sqrt{3}}{2}(-\dfrac{\sqrt{3}}{2})+\sqrt{3}(-\dfrac{2}{\sqrt{3}})=1+\dfrac{3}{4}-2=-\dfrac{1}{4}$

$b=\dfrac{\sin\theta\cdot\tan^2\theta}{\sin\theta}-\dfrac{\sin\theta\cdot\sec^2\theta}{\sin\theta}=\tan^2\theta-\sec^2\theta=-1$

$\therefore\ (a，b)=(-\dfrac{1}{4}，-1)$

18.$\cos20°+\cos40°+\cos60°+\cos80°+\cos100°+\cdots+\cos300°+\cos320°+\cos340°$之值爲_____。

【解答】-1

【詳解】

(1)$\because\ \cos20°+\cos200°=\cos20°-\cos20°=0$

$\cos40°+\cos220°=\cos40°+\cos(180°+40°)=\cos40°-\cos40°=0$

……………………

$\cos160°+\cos340°=\cos160°-\cos160°=0$

(2)原式 $=(\cos20°+\cos200°)+(\cos40°+\cos220°)+(\cos60°+\cos240°)+(\cos80°+\cos260°)+$

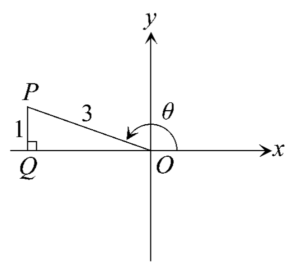
$(\cos100°+\cos280°)+(\cos120°+\cos300°)+(\cos140°+\cos320°)+(\cos160°+\cos340°)+$ os180°

$=0+\cos180°=-1$

19.設$\sin\theta=\dfrac{1}{3}$，$90°<\theta<180°$，則：(1) $\cos\theta=$__________。 (2) $\tan(-630°+\theta)=$__________。

【解答】(1) $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ (2) $2\sqrt{2}$

【詳解】



(1)如圖所示，令$\overline{PO}=3$，$\overline{PQ}=1$，則$\overline{OQ}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

$\because\ 90°<\theta<180°\quad\therefore\ \cos\theta=-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

(2) $\tan(-630°+\theta)=-\tan(630°-\theta)=-\cot\theta=-(-2\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

20.設 $180°<\theta<360°$，$\tan\theta=-\sqrt{3}$，則$\theta=$__________。

【解答】300°

【詳解】

$\because\ 180°<\theta<360°$，$\tan\theta<0\ \Rightarrow\ 270°<\theta<360°$，又 $\tan60°=\sqrt{3}$

$\therefore\ \tan300°=\tan(360°-60°)=-\tan60°=-\sqrt{3}=\tan\theta\ \Rightarrow\ \theta=300°$

21.設$P(-4k，3k)$，$k\neq0$ 爲角θ終邊上之點，則

(1) $\tan\theta=$__________。 (2) $\dfrac{5\sin\theta+4\cos\theta}{2\sin\theta-\cos\theta}=$__________。

【解答】(1) $-\dfrac{3}{4}$ (2) $-\dfrac{1}{10}$

【詳解】

(1) $\tan\theta=\dfrac{3k}{-4k}=-\dfrac{3}{4}$ ；

(2)) 分子、分母同除以 $\cos\theta$

$$\frac{5\sin\theta+4\cos\theta}{2\sin\theta-\cos\theta}=\frac{5\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+4\cdot 1}{2\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}-1}=\frac{5\tan\theta+4}{2\tan\theta-1}=\frac{5(-\frac{3}{4})+4}{2(-\frac{3}{4})-1}=\frac{-15+16}{-6-4}=-\frac{1}{10}$$

22.若 $270^\circ<\theta<360^\circ$且 $6\sin^2\theta-\sin\theta=1$，則$\tan\theta=$ ＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】$-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

【詳解】$270^\circ<\theta<360^\circ$， $\sin\theta<0$

$6\sin^2\theta-\sin\theta-1=0 \quad\Rightarrow\quad (3\sin\theta+1)(2\sin\theta-1)=0\Rightarrow\sin\theta=-\dfrac{1}{3}$ 或 $\dfrac{1}{2}$（不合）$\Rightarrow\quad \tan\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$