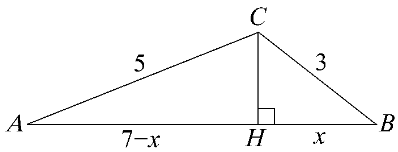
高雄市明誠中學 高一數學平時測驗　　日期：97.04.09					
範圍	2-1 基本三角函數	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=3$，則

(A) $\sin B=\dfrac{3}{5}$　(B) $\sin B=\dfrac{3}{7}$　(C) $\cos B=\dfrac{5}{7}$　(D) $\cos B=\dfrac{4}{5}$

(E)以上皆非



【解答】(E)

【詳解】

過 C 點作 $\overline{CH}\perp\overline{AB}$ 於 H，設 $\overline{BH}=x$，$\overline{AH}=7-x$，則 $\sqrt{5^2-(7-x)^2}=\sqrt{3^2-x^2}$　$\Rightarrow$　$x=\dfrac{33}{14}$

$\therefore$　$\overline{CH}=\dfrac{15\sqrt{3}}{14}$　$\therefore$　$\sin B=\dfrac{\frac{15\sqrt{3}}{14}}{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$，$\cos B=\dfrac{\frac{33}{14}}{3}=\dfrac{11}{14}$

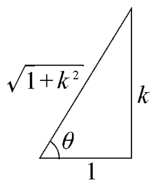
2. (複選)設 $0° < \theta < 90°$，且 $\tan\theta=k$，下列何者正確？

(A) $\sin\theta=\dfrac{k}{\sqrt{k^2+1}}$ (B) $\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{k^2+1}}$ (C) $\cot\theta=\dfrac{1}{k}$ (D) $\sec\theta=\sqrt{k^2+1}$ (E) $\csc\theta=\sqrt{k^2+1}$

【解答】(A)(B)(C)(D)

【詳解】

$\tan\theta=\dfrac{k}{1}\Rightarrow$



$\sin\theta=\dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{1+k^2}}$，$\tan\theta=k$，$\cot\theta=\dfrac{1}{k}$，$\sec\theta=\sqrt{1+k^2}$，$\csc\theta=\dfrac{\sqrt{1+k^2}}{k}$

二、填充題(每題 10 分)

1. sin45°．Cos45°．tan45°．cot45°．sec45°．csc45°之值為 ＿＿＿＿＿＿。

【解答】1

【詳解】由倒數關係得知

sin45°．Cos45°．tan45°．cot45°．sec45°．csc45°

= (sin45°．Csc45°)(cos45°．Sec45°)(tan45°．Cot45°) = 1．1．1 = 1

2. $4\cos^2 30°+2\sin^2 45°+\cot^2 45°+\tan^2 60°+\csc^2 30°+\sec^2 45°=$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】14

【詳解】

原式 $=4(\dfrac{\sqrt{3}}{2})^2+2(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2+1^2+(\sqrt{3})^2+2^2+(\sqrt{2})^2=3+1+1+3+4+2=14$

3. $\log_2\sin30° + \log_2\cos30° + \log_2\tan30° =$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】-2

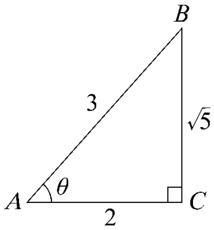
【詳解】原式 $= \log_2\sin30°\cos30°\tan30° = \log_2\sin^2 30° = \log_2(\frac{1}{2})^2 = -2$

4. 設θ是一個銳角且 $\cos\theta=\frac{2}{3}$，則(1) $\sin\theta=$ ＿＿＿＿＿＿。 (2) $\tan\theta=$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

【詳解】

$\cos\theta=\frac{2}{3}\Rightarrow$

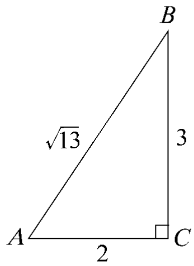


$\therefore\ \sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\tan\theta=\frac{\sqrt{5}}{2}$

5. $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\overline{AC} = 2$，$\overline{AB} = \sqrt{13}$，則(1) $\sin B =$ ＿＿＿＿＿。 (2) $\cos B =$ ＿＿＿＿＿。

【解答】(1) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (2) $\frac{3}{\sqrt{13}}$

【詳解】

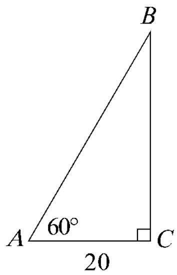


$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3\quad\therefore\ \sin B = \frac{2}{\sqrt{13}}$，$\cos B = \frac{3}{\sqrt{13}}$

6. 在直角$\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 60°$，$\overline{AC} = 20$，求長$\overline{BC} =$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】$20\sqrt{3}$

【詳解】



如圖，$\tan60° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$，則$\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{\overline{BC}}{20}\quad\Rightarrow\quad\overline{BC} = 20\sqrt{3}$

7. $\dfrac{2\sin60°\cos30° - \sin^2 45°\tan^2 60° + \tan45°}{\sin30°\cos60° - \cos^2 45°\tan^2 30°}$之値爲 ＿＿＿＿＿＿。

【解答】12

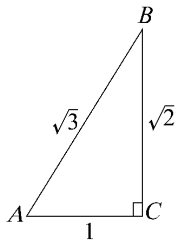
【詳解】

$$\frac{2\sin60°\cos30° - \sin^2 45°\tan^2 60° + \tan45°}{\sin30°\cos60° - \cos^2 45°\tan^2 30°} = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2\cdot(\sqrt{3})^2 + 1}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2\cdot(\frac{\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}} = 12$$

8 .設θ爲銳角且 $\tan\theta=\sqrt{2}$，則 $\sin\theta=$ ＿＿＿＿＿＿，而 $\sec\theta=$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$；$\sqrt{3}$

【詳解】

$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow$ 

$\sin A = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$，$\sec A = \dfrac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

9. $\sin 30° \cdot \cos 45° \cdot \tan 60° \cdot \cot 45° =$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

【詳解】原式 $= \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} \cdot 1 = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$

10.求下列各值：

(1) $(1 + \sin 45° + \sin 60°)(1 - \cos 45° + \cos 30°) =$＿＿＿＿＿＿。

(2) $\log_6 \tan 60° + \log_6 \cot 30° + \log_6 \sec 45° + \log_6 \csc 45° =$＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1)$\dfrac{5+4\sqrt{3}}{4}$　(2)1

【詳解】

(1)原式$= (1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2})(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = [(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2})+\dfrac{\sqrt{2}}{2}][(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2})-\dfrac{\sqrt{2}}{2}]$

$= (1+\dfrac{\sqrt{3}}{2})^2 - (\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2 = 1+\sqrt{3}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{4} = \dfrac{5+4\sqrt{3}}{4}$

(2)原式 $=\log_6(\tan 60° \cdot \cot 30° \cdot \sec 45° \cdot \csc 45°)$

$= \log_6(\dfrac{\sqrt{3}}{1}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{1}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{1}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{1}) = \log_6 6 = 1$

11.求$\dfrac{1}{1+\sin 30°}+\dfrac{2}{1+\cos 60°}+\dfrac{3}{1+\tan 30°}+\dfrac{4}{1+\cot 30°}$之值。

【解答】$\dfrac{9+\sqrt{3}}{2}$

【詳解】

$\dfrac{1}{1+\sin 30°}+\dfrac{2}{1+\cos 60°}+\dfrac{3}{1+\tan 30°}+\dfrac{4}{1+\cot 30°} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}+\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{2}}+\dfrac{3}{1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}}+\dfrac{4}{1+\sqrt{3}}$

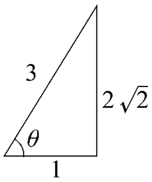
$= \dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{3}+\dfrac{3\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}+\dfrac{4}{1+\sqrt{3}} = 2+\dfrac{4+3\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = 2+\dfrac{(4+3\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = 2+\dfrac{5+\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9+\sqrt{3}}{2}$

12. 設θ爲銳角且 $\sec\theta=3$，求$\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta}+\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}=$ __________。

【解答】6

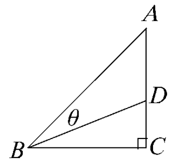
【詳解】

$\sec\theta=3\Rightarrow$



$$\text{原式 }=\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{2\sqrt{2}}{3}}+\frac{1+\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}+(3+2\sqrt{2})=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$$

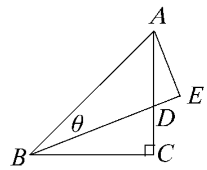
13. 如圖：$\overline{AC}=\overline{BC}$ ，$\overline{AD}$ ：$\overline{DC}=3$：2，則 $\tan\theta=$ __________。



【解答】$\dfrac{3}{7}$

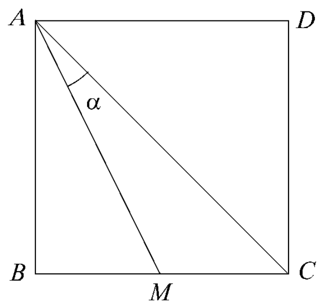
【詳解】

設$\overline{AD}=3$，$\overline{DC}=2$，$\overline{BC}=5$，根據相似性質$\Rightarrow\overline{AE}=5t$，$\overline{DE}=2t$



$$(5t)^2+(3t)^2=3^2\Rightarrow\quad t=\frac{3}{\sqrt{29}}\quad\Rightarrow\quad\tan\theta=\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}=\frac{\frac{15}{\sqrt{29}}}{\sqrt{29}+\frac{6}{\sqrt{29}}}=\frac{15}{35}=\frac{3}{7}$$

14. 如下圖，正方形 $ABCD$ 中，M 爲$\overline{BC}$中點，$\angle MAC=\alpha$，則 $\tan\alpha=$ __________。



【解答】$\dfrac{1}{3}$

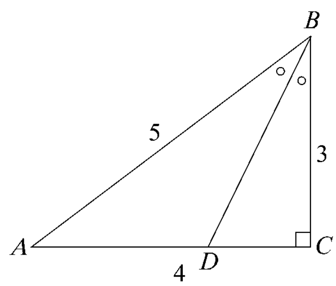
【詳解】

首先過 M 作$\overline{MH}$垂直$\overline{AC}$於點 H，

設$\overline{BC}=2=\overline{AB},\overline{MC}=\overline{MB}=1,\overline{AC}=2\sqrt{2},\overline{MH}=\overline{CH}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

在△AMH 中　，$\tan\alpha=\dfrac{\overline{MH}}{\overline{AH}}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{2}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{3}$

15.△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=3$，$\overline{CA}=4$，$\angle B$ 的分角線交$\overline{AC}$於 D，則(1) $\cos B=$ __________。 (2) $\tan\angle DBC=$ __________。



【解答】(1)$\dfrac{3}{5}$　(2)$\dfrac{1}{2}$

【詳解】

(1)△ABC 中，$\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=9+16=25=\overline{AB}^2$　，$\therefore\angle C=90°\quad\Rightarrow\quad\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$

(2)$\because$ $\overline{BD}$ 為$\angle B$ 之分角線，內分比性質 $\overline{AD}$ ：$\overline{DC}=\overline{AB}$ ：$\overline{BC}=5$：3 $\Rightarrow$ $\overline{CD}=4\times\frac{3}{8}=\frac{3}{2}$

故 $\tan\angle DBC=\frac{\overline{CD}}{BC}=\frac{\frac{3}{2}}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$