

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：97.04.03				
範圍	1-5 對數查表 a	班級		姓名
		座號		

一、選擇題(每題 10 分)

3. 設 $\log x = -5.6789$ ，下列何者正確？

- (A) $\log x$ 的首數為 -5 (B) $\log x$ 的尾數為 0.6789 (C) $\log x$ 的第一位有效數字為 4
(D) x 的值在小數點後第五位始出現不為 0 的數字 (E) $\log x$ 的第一位有效數字為 2

【解答】(E)

【詳解】

$$\log x = -5.6789 = -5 + (-0.6789) = -6 + (1 - 0.6789) = -6 + 0.3211$$

$$\text{又 } \log 2 = 0.3010 < 0.3211 < 0.4771 = \log 3$$

$$x = 2 \cdots \times 10^{-6}, x \text{ 在小數點後第六位始出現不為 } 0 \text{ 的數字 } 2$$

4. (複選)已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ 且 $a = 2^{2008}$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) a 的個位數字為 4 (B) a 為 604 位數 (C) a 的首位數字為 2
(D) a 的首位數字為 3 (E) $a < 3^{1332}$

【解答】(C)(E)

【詳解】

(1)

n	1	2	3	4	5	6	...
2^n 個位數	2	4	8	6	2	4	...

$\therefore 2^n$ 個位數字，依 $2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, \dots$ 週期循環變化

$$2008 \div 4 = 502 \cdots 0 \quad \therefore a \text{ 的個位數字} = 6$$

(2) $\log a = 2008 \times 0.3010 = 604.408$ ，首數 = $604 \Rightarrow a$ 為 605 位數

$$\text{尾數} = 0.408 \text{ 且 } \log 2 = 0.3010 < 0.408 < 0.4771 = \log 3 \Rightarrow a = 2 \cdots, \text{ 首位數字為 } 2$$

(3) $\log 3^{1332} = 1332 \times 0.4771 = 635.4972$

$$\log 2^{2008} = 2008 \times 0.3010 = 604.408 \Rightarrow \log 2^{2008} < \log 3^{1332} \Rightarrow 2^{2008} < 3^{1332}$$

5. (複選)已知 $\log 2.008 = 0.3027$ ，下列何者正確？

- (A) $\log 2008 = 3.3027$ (B) $\log 0.002008 = -3.3027$ (C) $\log x = 3.3027$ 時， $x = 2008$
(D) $\log x = -2.3027$ 時， $x = 0.002008$ (E) $\log_{0.1} 2.008 = -0.3027$

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】

$$(B) \log 0.002008 = -3 + \log 2.008 = -3 + 0.3027 = -2.6973$$

$$(D) \log x = -2.3027 = -3 + 0.6973 = \log 10^{-3} + \log 4.981 = \log(4.981 \times 10^{-3}) \Rightarrow x = 0.004981$$

$$(E) \log_{0.1} 2.008 = \log_{10^{-1}} 2.008 = -\log 2.008 = -0.3027$$

6. (複選)下列對數，選出首數相同者：

- (A) $\log 1999$ (B) $\log 19990$ (C) $\log 3999$ (D) $\log 0.01999$ (E) $\log \frac{1}{1999}$

【解答】(A)(C)

【詳解】首數相同者即整數位數相同(A)(C)

7. (複選)下列對數，選出尾數相同者：

- (A) $\log 327$ (B) $\log 723$ (C) $\log \frac{1}{327}$ (D) $\log 0.0327$ (E) $\log 327000$

【解答】(A)(D)(E)

【詳解】

尾數相同者即有效數字相同(A)(D)(E)

$$(A) \log 327 = \log (3.27 \times 10^2) = 2 + \log 3.27$$

$$(B) \log 723 = \log (7.23 \times 10^2) = 2 + \log 7.23$$

$$(C) \log \frac{1}{327} = -\log 327 = -\log (3.27 \times 10^2) = -2 - \log 3.27 = -3 + (1 - \log 3.27)$$

$$(D) \log 0.0327 = \log (3.27 \times 10^{-2}) = -2 + \log 3.27$$

$$(E) \log 327000 = \log (3.27 \times 10^5) = 5 + \log 3.27$$

8. (複選) 已知 $\log 56.7 = 1.7536$ ，則下列敘述何者正確？

$$(A) \log 56700 = 3.7536 \quad (B) \log 0.000567 = -3.2464 \quad (C) 10^{0.7536} = 5.67$$

$$(D) \text{若 } \log x = 3.7536, \text{ 則 } x = 56700 \quad (E) \text{若 } \log y = -5.2464, \text{ 則 } y = 0.00000567$$

【解答】(B)(C)(E)

【詳解】

$$(A) \log 56700 = \log (56.7 \times 1000) = 3 + 1.7536 = 4.7536$$

$$(B) \log 0.000567 = \log (56.7 \times 10^{-5}) = -5 + 1.7536 = -3.2464$$

$$(C) \log 5.67 = 0.7536 \Rightarrow 10^{0.7536} = 5.67$$

$$(D) \log 5670 = 3.7536 \Rightarrow x = 5670$$

$$(E) \log 0.00000567 = -5.2464 = -6 + (1 - 0.2464) = -6 + 0.7536 \\ = -6 + \log 5.67 \Rightarrow y = 0.00000567$$

9. (複選) 下列對數，首數為 -3 的是：

$$(A) \log 0.0023 \quad (B) \log 0.00023 \quad (C) \log \frac{1}{123} \quad (D) \log a = -3.4771 \quad (E) \log b = -2.9931$$

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】

首數為 -3 即小數點後第 3 位始不為 0

$$(A) \log 0.0023 = \log (2.3 \times 10^{-3}) = -3 + \log 2.3, \therefore \text{首數為 } -3$$

$$(B) \log 0.00023 = \log (2.3 \times 10^{-4}) = -4 + \log 2.3, \therefore \text{首數為 } -4$$

$$(C) \log \frac{1}{123} = -\log 123 = -\log (1.23 \times 10^2) = -2 - \log 1.23 = -3 + (1 - \log 1.23), \text{首數為 } -3$$

$$(D) \log a = -3.4771 = -4 + 0.5229, \therefore \text{首數為 } -4$$

$$(E) \log b = -2.9931 = -3 + 0.0069, \therefore \text{首數為 } -3$$

11. (複選) 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，則下列敘述何者正確？

$$(A) \log 5 = 0.6990 \quad (B) \log 1.2 = 0.0079 \quad (C) \log 0.018 \text{ 的首數為 } -1 \quad (D) \log 0.018 \text{ 的尾數為 } 0.2552 \quad (E) \log 1800 \text{ 的首數為 } 3$$

【解答】(A)(D)(E)

【詳解】

$$(A) \log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0.6990$$

$$(B) \log 1.2 = \log \frac{3 \times 4}{10} = 0.4771 + 2 \times 0.3010 - 1 = 0.0791$$

$$(C) \log 0.018 = \log \frac{2 \times 3 \times 3}{1000} = 0.3010 + 0.4771 \times 2 - 3 = -1.7448 \quad \therefore \text{首數為 } -2$$

$$(D) \log 0.018 = -1.7448 = -2 + 0.2552 \quad \therefore \text{尾數為 } 0.2552$$

$$(E) \log 1800 = \log(2 \times 3 \times 3 \times 100) = 3.2552 \quad \therefore \text{首數為 } 3$$

12. (複選)由 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，不必再查表，可以算出對數近似值的是：

(A) $\log 500$ (B) $\log 12$ (C) $\log 360$ (D) $\log 912$ (E) $\log 312$

【解答】(A)(B)(C)

【詳解】

$$\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0.6990$$

$$(A) \log 500 = \log(5 \times 10^2) = 2 + \log 5 = 2.6990$$

$$(B) \log 12 = \log(2^2 \times 3) = 2 \log 2 + \log 3 = 1.0791$$

$$(C) \log 360 = \log(2^3 \times 3^2 \times 5) = 3 \log 2 + 2 \log 3 + \log 5 = 2.5562$$

$$(D) \log 912 = \log(2^4 \times 3 \times 19) = 4 \log 2 + \log 3 + \log 19 \quad \therefore \text{無法算出}$$

$$(E) \log 312 = \log(2^3 \times 3 \times 13) = 3 \log 2 + \log 3 + \log 13 \quad \therefore \text{無法算出}$$

二、填充題(每題 10 分)

2. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，則滿足不等式 $(1.25)^n > 10^7$ 的最小正整數 n 之值為_____。

【解答】73

【詳解】

$$\log(1.25)^n > \log 10^7 \Rightarrow n \log 1.25 > 7 \Rightarrow n \times 0.097 > 7 \Rightarrow n > \frac{7}{0.097} = 72.16 \dots, \quad n = 73 \text{ 為最小}$$

3. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 7 = 0.8451$ ，若 7^{60} 為 m 位數且最高位數字為 n ，則數對 $(m, n) =$ _____。

【解答】(51, 5)

【詳解】

$$\log 7^{60} = 60 \log 7 = 60 \times 0.8451 = 50 + 0.706, \text{ 首數} = 50 \quad \therefore 7^{60} \text{ 為 } 51 \text{ 位數}, m = 51$$

$$(\log 5 = 0.6990) < (\text{尾數} = 0.706) < (0.7781 = \log 6) \quad \therefore \text{最高位數字 } n = 5$$

9. 純小數 $(\frac{1}{6})^n$ 於小數點後第 15 位才開始出現不為 0 的數字，則正整數 n 之值 =_____。

【解答】18 或 19

【詳解】

$$(\frac{1}{6})^n \text{ 於小數點後第 } 15 \text{ 位開始出現不為 } 0 \text{ 的數字} \Rightarrow \log(\frac{1}{6})^n \text{ 的首數} = -15$$

$$\therefore -15 < \log(\frac{1}{6})^n < -14 \Rightarrow -15 < n(-0.3010 - 0.4771) < -14 \Rightarrow \frac{14}{0.7781} < n < \frac{15}{0.7781}$$

$$\Rightarrow 17.99 < n < 19.27 \quad \therefore n = 18 \text{ 或 } 19 \quad (\because n \in N)$$

12. 已知 $\log 0.0123 = -1.9101$ ， $\log 1.24 = 0.0934$ ，則 $\log 123.4 =$ _____。

【解答】 2.0913

【詳解】

$$\log 0.0123 = \log(1.23 \times 10^{-2}) = -2 + \log 1.23 = -1.9101 \quad \therefore \log 1.23 = 0.0899$$

$$\text{則 } \log 123.4 = \log(1.234 \times 10^2) = 2 + \log 1.234, \text{ 令 } \log 1.234 = x$$

$$0.01 \left[\begin{array}{l} \overline{0.004} \quad \log 1.23 = 0.0899 \\ \log 1.234 = x \\ \log 1.24 = 0.0934 \end{array} \right] \begin{array}{l} \overline{\quad} a \\ \quad \quad \quad \end{array} 0.0035$$

$$\text{由內插法知 } \frac{0.004}{0.01} = \frac{a}{0.0035} \Rightarrow a = 0.4 \times 0.0035 = 0.0014 \Rightarrow x = 0.0899 + 0.0014 = 0.0913$$

$$\therefore \log 123.4 = 2 + 0.0913 = 2.0913$$

13. 已知 47^{100} 為 168 位數，則 47^{35} 為 _____ 位數。

【解答】 59

【詳解】

$$47^{100} \text{ 為 } 168 \text{ 位數} \Rightarrow 167 \leq \log 47^{100} < 168 \Rightarrow 167 \leq 100 \times \log 47 < 168$$

$$1.67 \times \frac{35}{100} \leq 35 \times \log 47 < 1.68 \times \frac{35}{100} \Rightarrow 58.5 \leq \log 47^{35} < 58.8 \Rightarrow 47^{35} \text{ 為 } 59 \text{ 位數}$$

16. 利用下列對數表計算 $\sqrt[4]{6.35 \times (0.6327)^2} =$ _____。(小數取四位)

x	6.30	6.31	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.37
$\log x$	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041

【解答】 0.6354

【詳解】

$$\text{令 } x = \sqrt[4]{6.35 \times (0.6327)^2}$$

$$\therefore \log x = \frac{1}{4} \log 6.35 + 2 \log 0.6327 = -1 + 0.8031 \Rightarrow x = 0.6354 \text{ (由內插法)}$$

$$0.01 \left[\begin{array}{l} \overline{\quad} a \quad \log 6.35 = 0.8028 \\ \log r = 0.8031 \\ \log 6.36 = 0.8035 \end{array} \right] \begin{array}{l} \overline{\quad} 0.0003 \\ \quad \quad \quad \end{array} 0.0007$$

$$\text{由內插法知 } \frac{a}{0.01} = \frac{0.0003}{0.0007} \Rightarrow 7a = 0.03 \Rightarrow a = 0.00428571 \Rightarrow r = 6.35 + 0.004 = 6.354$$

17. 已知： $\log 5.24 = 0.7193$ ； $\log 1.98 = 0.2967$ ； $\log 1.65 = 0.2175$ ； $\log 1.66 = 0.2201$

求下列之值：

(1) $\log 524000 =$ _____。

(2) $\log 0.01654 =$ _____。(四捨五入到小數點後第四位)

(3) $\log x = -2.7033$ ，則 $x =$ _____。

(4) $x = \sqrt[8]{\frac{513}{(5.36)^3(1.8)}}$ ，利用對數化簡 x ，則 $x =$ _____。

【解答】 (1) 5.7193 (2) -1.7815 (3) 0.00198 (4) 1.08

【詳解】

(1) 查表知： $\log 5.24 = 0.7193$ ， $\log 524000 = \log(5.24 \times 10^5) = 5 + \log 5.24 = 5.7193$

(2)

$$0.01 \left[\begin{array}{l} \overbrace{0.004} \quad \log 1.65 = 0.2175 \\ \log 1.654 = k \\ \log 1.66 = 0.2201 \end{array} \right] \overbrace{a} \quad 0.0026 ,$$

由內插法得 $\frac{0.004}{0.01} = \frac{a}{0.0026} \Rightarrow a = 0.0026 \times \frac{0.4}{1} = 0.00104$

$\Rightarrow k = 0.2175 + a = 0.21854, \therefore \log 1.654 = 0.21854 \doteq 0.2185$

$\Rightarrow \log 0.01654 = \log(1.654 \times 10^{-2}) = -2 + 0.2185 = -1.7815$

(3) $\log x = -2.7033 = -3 + 0.2967$

查表知 $\log 1.98 = 0.2967 \Rightarrow \log x = -3 + \log 1.98 = \log 0.00198 \Rightarrow x = 0.00198$

(4) $\log x = \log \sqrt[8]{\frac{513}{(5.36)^3(1.8)}} = \frac{1}{8}(\log 513 - 3\log 5.36 - \log 1.8)$

$= \frac{1}{8}(2.7101 - 3 \times 0.7292 - 0.2553) = 0.0334 = \log 1.08 \Rightarrow x = 1.08$