高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：97.03.12					
範圍	1-3 對數	班級		姓名	
		座號			

1. 若$\log_2(\log_3 x)+3\log_8(\log_5 9)=2$，則下列何者正確？

(A) $x<5$ (B) $5\le x<10$ (C) $10\le x<15$ (D) $15\le x<20$ (E) $x\ge 20$

【解答】(E)

【詳解】

$\because$ $3\log_8(\log_5 9)=\dfrac{3}{3}\log_2(\log_5 9)=\log_2(\log_5 9)$

原式：$\log_2(\log_3 x)+\log_2(\log_5 9)=2 \Rightarrow \log_2(\log_3 x\cdot\log_5 9)=2 \Rightarrow \log_3 x\cdot\log_5 9=2^2$

$\Rightarrow \log_3 x=\dfrac{4}{\log_5 9}=4\log_9 5=\dfrac{4}{2}\log_3 5=\log_3 5^2=\log_3 25 \Rightarrow x=25$

2. 設$x\in R$，使$\log_{2x+1}(2+5x-3x^2)$有意義的x的範圍爲

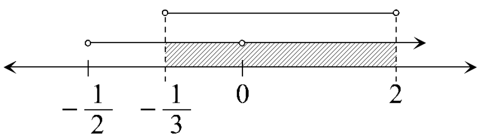
(A) $-\dfrac{1}{2}<x<2$ (B) $-\dfrac{1}{3}<x<2$ (C) $0<x<2$

(D) $-\dfrac{1}{3}<x<2$ 且$x\neq 0$ (E) $-\dfrac{1}{2}<x<2$ 且$x\neq 0$

【解答】(D)

【詳解】

$$\begin{cases} 2x+1>0 \Rightarrow x>-\dfrac{1}{2} \\ 2x+1\neq 1 \Rightarrow x\neq 0 \\ 2+5x-3x^2>0 \Rightarrow 3x^2-5x-2<0 \Rightarrow (3x+1)(x-2)<0 \Rightarrow -\dfrac{1}{3}<x<2 \end{cases}$$



$\therefore$ $-\dfrac{1}{3}<x<2$ 且 $x\neq 0$

3. (複選)下列等式，何者正確？

(A) $\log_{\frac{1}{3}}2=\log_3\dfrac{1}{2}$ (B) $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}=\log_3 2$ (C) $\log_{\sqrt[4]{3}}\sqrt[4]{2}=\log_3 2$

(D) $\log_3 2\cdot\log_2 3=1$ (E) $\log_3 2\cdot\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}=1$

【解答】(A)(B)(C)(D)

【詳解】

(A) $\log_{\frac{1}{3}}2=\log_{3^{-1}}2=-\log_3 2$，$\log_3\dfrac{1}{2}=-\log_3 2$ (B) $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}=\log_{3^{-1}}2^{-1}=\log_3 2$

(C) $\log_{\sqrt[4]{3}}\sqrt[4]{2}=\log_{3^{\frac{1}{4}}}2^{\frac{1}{4}}=\log_3 2$ (E) $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}=\log_3 2\neq\log_2 3$

二、填充題(每題 10 分)

1. 已知$\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$，則

(1) $\log_{10}5$ 之值爲__________。 (2) $\log_{10}6$ 之值爲__________。

【解答】(1) 0.6990 (2) 0.7781

【詳解】

(1) $\log_{10}5 = \log_{10}\dfrac{10}{2} = \log_{10}10 - \log_{10}2 = 1 - 0.3010 = 0.6990$

(2) $\log_{10}6 = \log_{10}(2 \times 3) = \log_{10}2 + \log_{10}3 = 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$

2. $\log2 + \log\sqrt{15} - \dfrac{1}{2}\log0.6 =$ __________。

【解答】1

【詳解】

原式 $= \log2 + \dfrac{1}{2}(\log3 + \log5) - \dfrac{1}{2}(\log3 - \log5) = \log2 + \log5 = 1$

3. $\log_2(\log_2 32 + \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{3}{4} + \log_4 36) =$ __________。

【解答】3

【詳解】

原式 $= \log_2(\log_2 2^5 + \log_{2^{-1}}\dfrac{3}{4} + \log_{2^2}6^2) = \log_2(5 - \log_2\dfrac{3}{4} + \log_2 6) = \log_2(5 + \log_2\dfrac{6}{\frac{3}{4}})$

$= \log_2(5 + \log_2 8) = \log_2(5 + 3) = 3$

4. $3\log_2\sqrt{2} - \log_2\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}\log_2 3 =$ __________。

【解答】$\dfrac{5}{2}$

【詳解】

原式 $= 3\log_2 2^{\frac{1}{2}} - \log_2\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}\log_2 3 = \dfrac{3}{2} - (\log_2\sqrt{3} - \log_2 2) + \dfrac{1}{2}\log_2 3$

$= \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}\log_2 3 + 1 + \dfrac{1}{2}\log_2 3 = \dfrac{5}{2}$

5. $(\log_5 2 + \log_{25}0.5)(\log_2 0.2 + \log_4 5) =$ __________。

【解答】$-\dfrac{1}{4}$

【詳解】

原式 $= (\log_5 2 + \log_{5^2}\dfrac{1}{2})(\log_2\dfrac{1}{5} + \log_{2^2}5) = (\log_5 2 - \dfrac{1}{2}\log_5 2)(-\log_2 5 + \dfrac{1}{2}\log_2 5)$

$= (\dfrac{1}{2}\log_5 2)[-\dfrac{1}{2}\log_2 5] = -\dfrac{1}{4}$

6. $\log_2(\log_2 49)+2\log_4(\log_7 2)$之值爲__________。

【解答】1

【詳解】

原式 $=\log_2(\log_2 7^2)+2\log_{2^2}(\log_7 2)=\log_2(2\log_2 7)+\dfrac{2}{2}\log_2(\log_7 2)$

$=\log_2(2\log_2 7\cdot\log_7 2)=\log_2 2=1$

7. 化簡$\log\dfrac{81}{32}+3\log\dfrac{5}{3}+\log\dfrac{1}{9}+\log 768$ 之值爲__________。

【解答】3

【詳解】

原式 $=\log\dfrac{81}{32}+\log(\dfrac{5}{3})^3+\log\dfrac{1}{9}+\log 768=\log(\dfrac{81}{32}\times\dfrac{125}{27}\times\dfrac{1}{9}\times 768)=\log 1000=3$

8.設$a=\log_2 3$，$b=\log_3 11$，以a，b表出

(1) $\log_2 12=$ __________。 (2) $\log_{66}18=$ __________。

【解答】(1) $2+a$ (2) $\dfrac{1+2a}{1+a+ab}$

【詳解】

(1) $a=\log_2 3$，$b=\log_3 11$，$ab=\log_2 3\cdot\log_3 11=\log_2 11$

$\log_2 12=\log_2(2^2\times 3)=2\log_2 2+\log_2 3=2+a$

(2) $\log_{66}18=\dfrac{\log_2 18}{\log_2 66}=\dfrac{\log_2(2\times 3^2)}{\log_2(2\times 3\times 11)}=\dfrac{1+2\log_2 3}{1+\log_2 3+\log_2 11}=\dfrac{1+2a}{1+a+ab}$

9. 求 $3^{\log_3 5}+\log_2\sqrt{8}-\log_3 1+\log_5 8\cdot\log_2 25=$ __________。

【解答】$\dfrac{25}{2}$

【詳解】

$3^{\log_3 5}+\log_2\sqrt{8}-\log_3 1+\log_5 8\cdot\log_2 25=5+\log_2 2^{\frac{3}{2}}-0+3\log_5 2\cdot\log_2 25$

$=5+\dfrac{3}{2}+3\log_5 25=5+\dfrac{3}{2}+6=\dfrac{25}{2}$

10.設$\log_4 x=-\dfrac{3}{2}$，$\log_y\dfrac{16}{81}=\dfrac{4}{3}$，則(1) $x=$ __________。 (2) $y=$ __________。

【解答】(1) $\dfrac{1}{8}$ (2) $\dfrac{8}{27}$

【詳解】

(1) $\log_4 x=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow x=4^{-\frac{3}{2}}=2^{-3}=\dfrac{1}{8}$

(2) $\log_y\dfrac{16}{81}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\dfrac{16}{81}=y^{\frac{4}{3}}\Rightarrow(\dfrac{2}{3})^4=y^{\frac{4}{3}}\Rightarrow y^{\frac{1}{3}}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow y=(\dfrac{2}{3})^3=\dfrac{8}{27}$

11.方程式$\log_3(x^2-13)-\log_3(x-3)=2$ 之解為__________。

【解答】7

【詳解】

$\log_3(x^2-13)-\log_3(x-3)=2 \quad \Rightarrow \quad \log_3\dfrac{x^2-13}{x-3}=\log_3 3^2$

$\dfrac{x^2-13}{x-3}=3^2=9 \quad \Rightarrow \quad x^2-9x+14=0 \quad \Rightarrow \quad (x-7)(x-2)=0 \Rightarrow \quad x=7$， 2

又真數為正 ， $\therefore \quad x=7$

12.解$(\dfrac{2}{3})^x=(\dfrac{3}{2})^{2x-3}$，$x=$__________。

【解答】1

【詳解】

$(\dfrac{2}{3})^x=(\dfrac{3}{2})^{2x-3}\Rightarrow(\dfrac{3}{2})^{-x}=(\dfrac{3}{2})^{2x-3}\Rightarrow -x=2x-3$ ；$x=1$

13.方程式$\log_7(7^x+49)=\dfrac{x}{2}+1+\log_7 2$ 的解為__________。

【解答】2

【詳解】

$\log_7(7^x+49)=\dfrac{x}{2}+1+\log_7 2=\log_7 7^{\frac{x}{2}}+\log_7 7+\log_7 2 \quad \Rightarrow \quad \log_7(7^x+49)=\log_7(14 \cdot 7^{\frac{x}{2}})$

$\Rightarrow \quad 7^x+49=14\cdot 7^{\frac{x}{2}} \quad \Rightarrow \quad (7^{\frac{x}{2}})^2-14\cdot 7^{\frac{x}{2}}+49=0$

設$t=7^{\frac{x}{2}}\Rightarrow \quad (t-7)^2=0 \quad \Rightarrow \quad t=7^{\frac{x}{2}}=7 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{x}{2}=1 \quad \Rightarrow \quad x=2$

14.對數定義：

(1)設$\log_{\frac{3}{2}} a=4$，則$a=$__________。 (2)設$\log_b 9\sqrt{3}=5$，則$b=$__________。

【解答】(1)$\dfrac{81}{16}$ (2)$\sqrt{3}$

【詳解】

(1) $\log_{\frac{3}{2}} a=4\Rightarrow a=(\dfrac{3}{2})^4=\dfrac{81}{16}$

(2) $\log_b 9\sqrt{3}=5\Rightarrow 9\sqrt{3}=b^5$ ，即$3^{\frac{5}{2}}=b^5\Rightarrow b=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

15.求$\log_8(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}})=$__________。

【解答】$\dfrac{1}{6}$

【詳解】

$\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}})=\dfrac{1}{\sqrt{2}}[(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}-1)]=\sqrt{2}$

$\therefore$ 原式 $= \log_{2^3}\sqrt{2} = \dfrac{\frac{1}{2}}{3}\log_2 2 = \dfrac{1}{6}$

17.設 $4^{\log x} - 3 \cdot x^{\log 2} - 4 = 0$，則$x =$ ＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】100

【詳解】

$(2^{\log x})^2 - 3 \cdot 2^{\log x} - 4 = 0$，設 $t = 2^{\log x} = x^{\log 2} > 0$

$\Rightarrow \ (t-4)(t+1) < 0 \quad \Rightarrow t+1 \neq 0$ ，$t = 4$ 即 $2^{\log x} = 4 = 2^2 \quad \Rightarrow \quad \log x = 2$，$\therefore \quad x = 100$

18.化簡$\log_2 3 \cdot \log_7 64 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 49$ 之值 $=$ ＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】12

【詳解】

$\log_2 3 \cdot \log_7 64 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 49 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot (2\log_5 7) \cdot (6\log_7 2)$

$= 12 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 2 = 12$

19.設$\log_a x = 3$，$\log_b x = 4$，$\log_c x = 5$，$\log_d x = 6$，則$\log_{abcd} x$之值爲＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】$\dfrac{20}{19}$

【詳解】

$\log_x a = \dfrac{1}{3}$ ，$\log_x b = \dfrac{1}{4}$ ，$\log_x c = \dfrac{1}{5}$ ，$\log_x d = \dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow \quad \log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad \log_x abcd = \dfrac{19}{20} \quad \Rightarrow \quad \log_{abcd} x = \dfrac{20}{19}$