高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：96.12.12
範圍	3-2 餘式、因式定理	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(D) 下列何者恆爲多項式$(x-3)^n-1$的因式？

(A) $x+1$ (B) $x-1$ (C) $x-2$ (D) $x-4$ (E)n 爲奇數時有 $x-2$的因式。

解析：設 $f(x)=(x-3)^n-1$ ，$\because$ $f(-1)\neq 0$, $f(1)\neq 0$,

$$f(2)=(-1)^n-1=\begin{cases}0, & n=2k\\ -2, & n=2k-1\end{cases}, k\in N$$

$f(4)=1^n-1=0$, $\therefore$有 $x-4$的因式

2、(B) 利用因式分解 $f(x)=(x^2+4x)^2-(x^2+4x)-20$ 來判斷下列何者不是 $f(x)$ 的因式？

(A) $x-1$ (B) $x+1$ (C) $x+2$ (D) $x+5$ (E) $x^2+7x+10$

解析： $f(x)=(x^2+4x-5)(x^2+4x+4)=(x+2)^2(x+5)(x-1)$ 。

3、(B) 若 x^4+ax^2+bx+c 除以 $(x+1)(x+2)(x-3)$ 的餘式爲 x^2-x+5 ，求 $a+b+c=$？

(A)8 (B)−8 (C)4 (D)−4 (E)0

解析：設 $f(x)=x^4+ax^2+bx+c=(x+1)(x+2)(x-3)q(x)+x^2-x+5$

$$\because\begin{cases}f(-1)=7=1+a-b+c\\ f(-2)=11=16+4a-2b+c\\ f(3)=11=81+9a+3b+c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-6\\ b=-7\\ c=5\end{cases}, \therefore a+b+c=-6-7+5=-8$$ 。

4、(E) 若 $f(x)=x^3-2x^2-x+5$，則多項式 $g(x)=f(f(x))$ 除以 $(x-2)$ 所得的餘式爲

(A)3 (B)5 (C)7 (D)9 (E)11

解析：由餘式定理知 $g(x)$ 除以 $(x-2)$ 所得之餘式爲 $g(2)$ ，

$g(2)=f(f(2))=f(2^3-2\cdot 2^2-2+5)=f(3)=3^3-2\cdot 3^2-3+5=11$，

則 $g(x)$ 除以 $(x-2)$ 所得之餘式爲 11。

5、(B) 若多項式 $f(x)$ ，除以 x^2-x-6 得餘式 $3x+2$,則下列何者恆成立？

(A) $f(-3)=-7$ (B) $f(-2)=-4$ (C) $f(2)=8$ (D) $f(3)=7$ (E) $f(6)=20$

解析： $f(x)=(x-3)(x+2)Q(x)+3x+2$ ，

$\therefore f(3)=3\times 3+2=11,$

$f(-2)=3\times(-2)+2=-4$

二、填充題 (每題 10 分)

1、 設三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(0)=f(1)=f(2)=1$ 且 $f(3)=7$ ，則 $f(5)=$______。

答案：61

解析：設 $f(x)=ax(x-1)(x-2)+1$； $f(3)=3a\cdot 2\cdot 1+1=7\Rightarrow a=1$，

$f(x)=ax(x-1)(x-2)+1\Rightarrow f(5)=5\cdot 4\cdot 3+1=61$。

2、 $f(x)=x^3+2x^2+ax-7$ 以 $x-2$ 與 $x+3$ 分別除之其餘數相同，則 $a=$___，又其餘數爲___ 。

答案：$-5,\ \ -1$

解析：$\because\ f(2)=f(-3)$ ，$8+8+2a-7=-27+18-3a-7$，$\therefore a=-5$ ，又餘數爲 $f(2)=-1$

3、 設 $f(x)=x^3+2x^2-x+3$，若 $g(x-1)=f(x)$，$h(x+1)=g(x+3)$，則以 $x-1$ 除 $f(x)+xh(x)$ 的餘式爲________ 。

答案：100

解析：設 $F(x)=f(x)+xh(x)$ ；以 $x-1$ 除 $F(x)$ 之餘式 $F(1)$

則所求餘式 $F(1)=f(1)+1\cdot h(1)=f(1)+g(3)=f(1)+f(4)=5+95=100$ 。

4、 多項式 $f(x)$ 的各項係數和爲 11，且 $f(x)$ 除以 $x+2$ 得商式 $q(x)$, 餘式爲 5，則 $q(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式爲________ 。

答案：2

解析：$f(1)=11, f(x)=(x+2)q(x)+5$ ，$\therefore f(1)=3q(1)+5,\quad \therefore q(1)=2$

5、 設多項式 $f(x)$ 被 x^2-1 除後的餘式爲 $3x+4$，且已知 $f(x)$ 有因式 x，若 $f(x)$ 被 $x(x^2-1)$ 除後的餘式爲 px^2+qx+r ，則 $(p,q,r)=$_________。

答案：$(4,3,0)$

解析：設 $f(x)=x(x^2-1)\cdot q(x)+a(x^2-1)+3x+4$ ； $f(0)=-a+4=0\Rightarrow a=4$

$\therefore$ 餘式 $=4x^2+3x=px^2+qx+r$ ，故 $(p,q,r)=(4,3,0)$ 。

6、 以 $(x+2)^3$ 除多項式 $f(x)$ 之餘式爲 $3x^2+5x+1$ 則以 $(x+2)^2$ 除 $f(x)$ 之餘式爲__________。

答案：$-7x-11$

解析：$f(x)=(x+2)^3Q(x)+3x^2+5x+1=(x+2)^3Q(x)+3(x+2)^2-7x-11$ ，$\therefore$ 餘式 $-7x-11$

7、 設 $f(x)=3x^4-17x^3+28x^2-11x+3$ 則 $f(3)=$______ ，又 $f(\frac{4+\sqrt{13}}{3})=$______。

答案：6, 2

解析：

$$\begin{array}{rrrrr|l} 3 & -17 & +28 & -11 & +3 & \\ & +9 & -24 & +12 & +3 & 3 \\ \hline 3 & -8 & +4 & +1 & +6 & \end{array}$$

$\therefore f(3)=6$

令 $x=\frac{4+\sqrt{13}}{3}\Rightarrow 3x-4=\sqrt{13}\Rightarrow (3x-4)^2=13\Rightarrow 3x^2-8x+1=0$

$3x^4-17x^3+28x^2-11x+3=(3x^2-8x+1)(x^2-3x+1)+2\Rightarrow f(\frac{4+\sqrt{13}}{3})=0+2=2$

8、 設 $f(x)=x^3-4x^2+7x-1=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$ ，則

(1) $(a,b,c,d)=$________。 (2)求 $f(1.99)$的近似值至二位小數__________。

$\boxed{答案}$：(1) $(1,2,3,5)$ (2) 4.97

$\boxed{解析}$：(1)

$$
\begin{array}{l|l}
1-4+7-1 & 2 \\
\ \ +2-4+6 & \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
1-2+3 & +5\cdots\cdots d \\
\ \ +2+0 & \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
1+0 & +3\cdots\cdots c \\
\ \ +2 & \\
\hline
\end{array}
$$

$a\cdots\cdots 1+2\cdots\cdots b$

$\therefore f(x)=(x-2)^3+2(x-2)^2+3(x-2)+5$ ，$(a,b,c,d)=(1,2,3,5)$ 。

(2) $f(1.99)=(-0.01)^3+2(-0.01)^2+3(-0.01)+5\doteqdot 3(-0.01)+5=4.97$ 。

9、 多項式 $f(x)$ 除以 $x-3$ 得餘式 16，除以 $x+4$ 得餘式-19，則 $f(x)$ 除以 $(x-3)(x+4)$ 所得的餘式爲________。

$\boxed{答案}$：$5x+1$

$\boxed{解析}$：設 $f(x)=(x-3)(x+4)Q(x)+(ax+b)$

$\therefore \begin{cases} f(-4)=-4a+b=-19 \\ f(3)=3a+b=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=1 \end{cases}$ ，$\therefore$餘式$=5x+1$ 。

10、多項式 $f(x)$ 除以 $x-2$ 得餘式 11，除以 $2x+1$ 得餘式 1，則 $f(x)$ 除以 $(x-2)(2x+1)$的餘式爲________。

$\boxed{答案}$：$4x+3$

$\boxed{解析}$：$f(x)$ 除以 $x-2$ 得餘式 11，除以 $2x+1$ 得餘式 $1\Rightarrow f(2)=11,\ f(-\frac{1}{2})=1$

設 $f(x)=(x-2)(2x+1)Q(x)+a(2x+1)+1$

$\because f(2)=11=5a+1\Rightarrow a=2$ ，故餘式爲 $2(2x+1)+1=4x+3$

11、若多項式 $f(x)$ 除以 x^2+2x-3 得餘式 $2x+5$；除以 $x^2-3x-10$ 得餘式 $5x-2$，則 $f(x)$除以 x^2-6x+5 的餘式爲__________。

$\boxed{答案}$：$4x+3$

$\boxed{解析}$：設 $f(x)=(x^2+2x-3)Q_1(x)+2x+5\Rightarrow f(1)=7$

$f(x)=(x^2-3x-10)Q_2(x)+5x-2\Rightarrow f(5)=23$

且 $f(x)=(x^2-6x+5)Q(x)+(ax+b)$

$\therefore \begin{cases} f(1)=7=a+b \\ f(5)=23=5a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$ ，$\therefore$餘式$=4x+3$ 。

12、求$11^5-4\cdot 11^4-73\cdot 11^3-50\cdot 11^2+70\cdot 11+6$ 之值爲______。

$\boxed{答案}$：50

解析：設 $f(x)=x^5-4x^4-73x^3-50x^2+70x+6$

$\therefore$ 求值式 $=f(11)=[f(x)$ 除以 $x-11]$ 的餘式 $=50$

$$\begin{array}{rrrrrr|l} 1 & -4 & -73 & -50 & +70 & +6 & \\ & +11 & +77 & +44 & -66 & +44 & 11 \\ \hline 1 & +7 & +4 & -6 & +4 & \boxed{+50} & \end{array}$$

13、用 $x-1$ 除 $(x-2)^{2007}+2008$ 所得的餘式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：2007

解析：$x=1$ 代入 $(1-2)^{2007}+2008=(-1)+2008=2007$

14、$a,\ b\in\mathbb{R},\ 3x^3-5x^2+ax+b$ 可被 $(x+1)(x-3)$ 整除，則 $a=$＿＿＿＿，$b=$＿＿＿＿。

答案：$-11,\ -3$

解析：設 $f(x)=3x^3-5x^2+ax+b$；可被 $(x+1)(x-3)$ 整除 $\Rightarrow f(-1)=0,\ f(3)=0$

$$\begin{cases}-3-5-a+b=0\\ 81-45+3a+b=0\end{cases}\Rightarrow a=-11, b=-3$$

15、若多項式 $f(x)$ 除以 x^2+2x+3 的餘式爲 $5x+6$，除以 $x-2$ 的餘式爲 -6，求 $f(x)$ 除以 $(x^2+2x+3)(x-2)$ 的餘式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$-2x^2+x$

解析：設 $f(x)=(x-2)(x^2+2x+3)\cdot q(x)+a(x^2+2x+3)+5x+6$；

又 $f(2)=-6\Rightarrow a(4+4+3)+10+6=-6\Rightarrow a=-2$

所求餘式 $-2(x^2+2x+3)+5x+6=-2x^2+x$

16、設 $f(x)$ 爲四次多項式，若 $f(x)$ 除以 $(x-2)^3$ 得餘式 $4x-5$，$f(x)$ 除以 $x+1$ 得餘式 18，$f(x)$ 除以 $x+2$ 得餘式 179，則 $f(2)=$＿＿＿＿＿，又 $f(1)=$＿＿＿＿＿。

答案：$3,\ -4$

解析：設 $f(x)=(x-2)^3\cdot(ax+b)+4x-5$，$\therefore f(2)=3$

又 $f(-1)=18$，$f(-2)=179$

$$\therefore\begin{cases}18=-27(-a+b)-9\\ 179=-64(-2a+b)-13\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-b=1\\ 2a-b=3\end{cases}\Rightarrow\therefore a=2,\ b=1$$

故 $f(x)=(x-2)^3\cdot(2x+1)+4x-5\Rightarrow f(1)=(-1)(3)+4-5=-4$

17、設 $f(x)=x^3-5x^2-kx+9$ 可被 $x-3$ 整除，則 $k=$＿＿＿＿，又 $f(x)=0$ 之根爲＿＿＿＿。

答案：$-3;\ 3,\ 3,\ -1$

解析：$f(3)=0$，$\therefore 27-45-3k+9=0$，$\therefore k=-3$

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -5 & +3 & +9 & \\ & +3 & -6 & -9 & 3 \\ \hline 1 & -2 & -3 & +0 & \end{array}$$

$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-3)(x+1)$ ，$\therefore\ f(x)=0$ 之三根爲 $3, 3, -1$

18、若多項式 $f(x)$ 除以 x^2-x-2 的餘式爲 $2x+3$,多項式 $g(x)$ 除以 x^2-5x-6 的餘式爲 $x-5$,則(1)以 $x+1$ 除 $f(x)$ 的餘式爲________ 。

(2)以 $x+1$ 除 $(x+3)f(x)-xg(x)$ 的餘式爲________ 。

答案：(1) 1　(2) -4

解析：(1) $f(x)=(x-2)(x+1)Q_1(x)+2x+3$,　$\therefore f(-1)=1$ ，$\therefore$ $f(x)$除以 $x+1$ 的餘式爲 1

(2) $g(x)=(x-6)(x+1)Q_2(x)+x-5$ ，　$\therefore\ g(-1)=-6$

$\therefore [(x+3)f(x)-xg(x)]$ 除以 $x+1$ 的餘式爲 $(-1+3)f(-1)-(-1)g(-1)=2+(-6)=-4$