高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：96.11.28					
範圍	3-1 多項式四則運算	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(D) 下列何者為 x 的多項式？

(A) $2x+\pi=0$ (B) $x^2+\frac{1}{3}|x|+2$ (C) $\sqrt{x+4}$ (D) $\frac{x^2}{a}+\sqrt{3}x+5$ (E) $\frac{2}{x+1}+3x^2+4$

解析：x 的多項式，x 不得在分母、根號與絕對值中。

2、(E) 設將 $a(x-1)(x-2)+b(x-2)(x-3)+c(x-3)(x-1)$ 展開合併得 x^2+x+2 ，則 $a-b+c=$？ (A)7 (B)2 (C)8 (D)–2 (E)–3

解析：$\because a(x-1)(x-2)+b(x-2)(x-3)+c(x-1)(x-3)=x^2+x+2$

$\therefore x=1$ 代入得 $2b=4$ ，$\therefore b=2$

$x=2$ 代入得 $-c=8$ ，$\therefore c=-8 \Rightarrow a-b+c=7-2+(-8)=-3$

$x=3$ 代入得 $2a=14$ ，$\therefore a=7$

二、填充題 (每題 10 分)

1、 設 $f(x)$ 為 x 的三次多項式，$g(x)$ 為 x 的四次多項式，則 $f(x^2)$ 是 x 的______次多項式，$f(x)\cdot g(x)$ 是 x 的________次多項式， $f(x)-g(x)$ 是 x 的_________次多項式。

答案：6, 7, 4

2、 設 $f(x)=a(2x^2+3x)+b(2x-x^2)+(-5x^2-11x+c-2)$ 為零多項式，求 $(a,b,c)=$__________。

答案：$(3,1,2)$

解析：$f(x)=(2a-b-5)x^2+(3a+2b-11)x+(c-2)$ 為零多項式

$$\therefore \begin{cases} 2a-b-5=0 \\ 3a+2b-11=0 \\ c-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases},\ \therefore (a,b,c)=(3,1,2)\ 。$$

3、 設 $f(x)=(x^4+x^3+x^2-3)^{11}$ ，其展開式中求

(1)各項係數總和為______。(2)偶次項的係數總和為_________。

答案：(1)0 (2) -1024

解析：$\because f(x)=(x^4+x^3+x^2-3)^{11}$

$\therefore f(1)=(1+1+1-3)^{11}=0,\ f(-1)=(1-1+1-3)^{11}=-2^{11}$

(1)各項係數總和$=f(1)=0$ 。

(2)偶次項的係數總和$=\dfrac{f(1)+f(-1)}{2}=\dfrac{-2^{11}}{2}=-2^{10}=-1024$ 。

4、 若多項式 x^3+4x^2+5x-3 除以 $f(x)$ 的商式為 $x+2$，餘式為 $2x-1$，則 $f(x)=$___________。

答案：x^2+2x-1

解析：

$\because x^3+4x^2+5x-3=f(x)\cdot(x+2)+(2x-1)$

$\therefore f(x)\cdot(x+2)=x^3+4x^2+3x-2$

$f(x)=\dfrac{x^3+4x^2+3x-2}{x+2}=x^2+2x-1$

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & +4 & +3 & -2 & -2 \\ & -2 & -4 & +2 & \\ \hline 1 & +2 & -1 & +0 & \end{array}$$

5、 求 $f(x)=2x^4+3x^3-5x^2-4x+7$ 除以 $2x-3$ 的商式為__________________，餘式為________。

答案：x^3+3x^2+2x+1; 10

解析：利用長除法或綜合除法

$$\begin{array}{r} 1+3+2+1 \\ 2-3\overline{)2+3-5-4+7} \\ \underline{2-3} \\ 6-5 \\ \underline{6-9} \\ 4-4 \\ \underline{4-6} \\ 2+7 \\ \underline{2-3} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr|l} 2 & +3 & -5 & -4 & +7 & \\ & +3 & +9 & +6 & +3 & \frac{3}{2} \\ \hline 2)\,2 & +6 & +4 & +2 & ;\ +10 & \\ \hline 1 & +3 & +2 & +1 & & \end{array}$$

$\therefore$商式為 x^3+3x^2+2x+1，餘式為 10。

6、 若 $5x^5-5x^4+7x^3-4x^2+4x-2=(ax^2+bx+c)(5x^3+2x-1)+(dx^2+ex+f)$，則 $a+b+c+d+e+f=$______。

答案：0

解析：利用除法原理

$$\begin{array}{r} 1-1+1 \\ 5+0+2-1\overline{)5-5+7-4+4-2} \\ \underline{5+0+2-1} \\ -5+5-3+4 \\ \underline{-5+0-2+1} \\ 5-1+3-2 \\ \underline{5+0+2-1} \\ -1+1-1 \end{array}$$

$\therefore ax^2+bx+c=x^2-x+1, dx^2+ex+f=-x^2+x-1$

故 $a+b+c+d+e+f=1-1+1-1+1-1=0$。

7、 設 $f(x)=2x^4-x+11, g(x)=x^3+2x^2-1$ 則 $2f(x)-3g(x)=$____， $f(x)\cdot g(x)=$____。

答案：$4x^4-3x^3-6x^2-2x+25$， $2x^7+4x^6-3x^4+9x^3+22x^2+x-11$

8、 設 $f(x)=x^6+2x^5+4x^3+3x^2+x-1, g(x)=2x^4-3x^3-2x^2+7$，求 $f(x)\cdot g(x)$ 中 x^6 之係數爲_________。

$\boxed{答案}$：1

$\boxed{解析}$：$f(x)\cdot g(x)=(x^6+2x^5+4x^3+3x^2+x-1)(2x^4-3x^3-2x^2+7)$

$\therefore x^6$ 項係數 $=1\times 7+4\times(-3)+3\times 2=1$。

9、 有一多項式 $f(x)$，除以 (x^2-x+1) 之商爲 $2x^2-x+5$，餘式爲 $6x-3$ 則此多項式爲______。

$\boxed{答案}$：$2x^4-3x^3+8x^2+2$

$\boxed{解析}$：$f(x)=(x^2-x+1)(2x^2-x+5)+6x-3=2x^4-3x^3+8x^2+2$

10、 設 $f(x)=(ax^5-x^4+x^2-x+2)+(bx^4-2x+1)$ 爲 x 的二次多項式則 $f(x)=$____，又 $b=$____。

$\boxed{答案}$：$x^2-3x+3,\ 1$

$\boxed{解析}$：$f(x)=ax^5+(b-1)x^4+x^2-3x+3$ 爲 x 的二次多項式 $\Rightarrow a=0,\ b=1$ 則 $f(x)=x^2-3x+3$

11、設 $f(x)=(x^{37}-4x^{23}+4x^{15}-3x^2-1)(x^7-2x^6+5x^3-x+2)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{44}x^{44}$，則 (1) $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{44}=$_____。(2) $a_1+a_3+a_5+a_7+\cdots+a_{43}=$_____。

$\boxed{答案}$：$-15,-20$

$\boxed{解析}$：$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{44}=f(1)=(1-4+4-3-1))(-1-2+5+1+2)\times=(-3)\times(5)=-15$

$$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{43}=\frac{f(1)-f(-1)}{2}=\frac{(-15)-25}{2}=-20$$

12、若有一多項式 $f(x)$ 以 $ax-b$ 除之，得商式爲 $q(x)$，餘式爲 r，試問

(1) $f(x)$ 被 $x-\dfrac{b}{a}$ 除之所得之商式爲_________；餘式爲_______。

(2) $x\cdot f(x)$ 被 $x-\dfrac{b}{a}$ 除之所得之商式爲_________；餘式爲_______。

$\boxed{答案}$：(1) $aq(x)$ ； r (2) $aq(x)\cdot x+r$ ； $\dfrac{br}{a}$

$\boxed{解析}$：(1) $f(x)=(ax-b)\cdot q(x)+r=(x-\dfrac{b}{a})\cdot aq(x)+r$ $\therefore$商式爲 $aq(x)$；餘式爲 r

(2) $x\cdot f(x)=x\cdot(ax-b)\cdot q(x)+r\cdot x$

$$=(x-\frac{b}{a})\cdot aq(x)\cdot x+rx$$

$$=(x-\frac{b}{a})\cdot[aq(x)\cdot x+r]+\frac{br}{a}$$

$$\begin{array}{r} r \\ x-\frac{b}{a}\overline{)\,rx} \\ rx-\frac{br}{a} \\ \hline \frac{br}{a} \end{array}$$

$\therefore$商式爲 $aq(x)\cdot x+r$；餘式爲 $\dfrac{br}{a}$。

13、設 $f(x)=x^4-3x^3+2x^2-5x+7$， $f(x)$ 除以 x^2-2x-1 之商式爲_______，餘式爲_______，又 $f(1+\sqrt{2})=$_______。

$\boxed{答案}$：$x^2-x+1,\ -4x+8,\ 4-4\sqrt{2}$

$\boxed{解析}$：

$$\begin{array}{l|l} 1-3+2-5+7 & \\ \quad +2-2+2 & +2 \\ \qquad\quad +1-1+1 & +1 \\ \hline 1-1+1\;;\;-4+8 & \end{array}$$

商式 $=x^2-x+1$　　餘式 $=-4x+8$

$f(x)=(x^2-2x-1)(x^2-x+1)-4x+8$

又當 $x=1+\sqrt{2}\Rightarrow x^2-2x-1=0\Rightarrow f(1+\sqrt{2})=0-4(1+\sqrt{2})+8=4-4\sqrt{2}$

14、若 x^2+nx+1 整除 x^3+3x^2+mx+2 時，則 $m=$______，$n=$______。

答案：3, 1

解析：

$$\begin{array}{r|llll} & 1+2 & & & \\ \hline 1+n+1 & 1+3 & +m & +2 & \\ & 1+n & +1 & & \\ \hline & +(3-n) & +(m-1) & +2 & \\ & 2 & +\;2n & +2 & \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

$\therefore 3-n-2=0, n=1$

$m-1-2n=0, \therefore m=3$

15、設多項式 $ax(x+1)+b(x+1)(x+2)+cx(x+2)$ 經化簡後得 x^2+2 則 $a=$______，$b=$______，$c=$______。

答案：3, 1, −3

解析：$\because ax(x+1)+b(x+1)(x+2)+cx(x+2)=x^2+2$

令 $x=0$, $2b=2$, $b=1$

令 $x=-1$, $-c=3$, $c=-3$

令 $x=-2$, $2a=6$, $a=3$