高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：96.11.07					
範圍	2-1 等差、等比(3)	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題（每題 10 分）

1、(E) 等差級數 $(-28)+(-25)+(-22)+\cdots+(29)$ 可表為

(A) $\sum_{k=1}^{19}(3k-1)$ (B) $\sum_{k=1}^{20}(3k-1)$ (C) $\sum_{k=-9}^{10}(3k-31)$ (D) $\sum_{k=1}^{19}(3k-31)$ (E) $\sum_{k=1}^{20}(32-3k)$

解析： $29=-28+(k-1)\times 3\Rightarrow k=\dfrac{29-(-28)}{3}+1=20$ 項，

$(1)\ a_k=-28+(k-1)\times 3=3k-31\Rightarrow(-28)+(-25)+(-22)+......+29=\sum_{k=1}^{20}(3k-31)$

或 $(2)\ a_k=29+(k-1)\times(-3)=32-3k\Rightarrow 29+26+\cdots+(-28)=\sum_{k=1}^{20}(32-3k)$

二、填充題（每題 10 分）

1、 某公司民國 91 年營業額為 4 億元，民國 92 年營業額為 6 億元，該年的成長率為 50%。93、94、95 三年的成長率皆相同，且民國 95 年的營業額為 162 億元。則該公司 89 年的成長率為______%

答案：200

解析：令 92 年營業額 6 億元為首項，設 93 年之成長率皆為 $r\ \%$，則

$162=6\times(1+r\%)^3\Rightarrow 27=(1+r\%)^3\Rightarrow 1+r\%=3$； $r\%=2\Rightarrow r=200$

2、 若小芬於今年初存入 10000 元，年利率為 5%，以複利計算且每年計息一次，則 10 年期滿後，她可領回_______元。($1.05^{10}\doteqdot 1.63$)

答案：16300

解析：本利和 $=10000\times(1+5\%)^{10}=10000\times 1.05^{10}=16300$（元）。

3、 兩等差級數，其首 n 項和之比為 $(4n-3):(5n+1)$，則兩級數之第 11 項之比為______。

答案：81 : 106

解析：因為 $S_n:S'_n=(4n-3):(5n+1)$

且 $a_{11}:a'_{11}=21\cdot a_{11}:21\cdot a'_{11}=S_{21}:S'_{21}=(4\times 21-3):(5\times 21+1)=81:106$

4、 兩等差數列，第 n 項之比為 $(3n-1):(4n+2)$，則首 13 項和之比為______。

答案：2 : 3

解析： $S_{13}:S'_{13}=13\times a_7:13a'_7\Rightarrow a_7:a'_7=(3\times 7-1):(4\times 7+2)=20:30=2:3$

5、 將正偶數由小而大依下列方式分組 (2), (4), (6,8), (10,12), (14,16,18), (20,22,24),$\cdots$，已知第 3 組中的第一個數為 6，則

(1)第 21 組中的第一個數為__________，(2)第 21 組內所有數的和為______。

答案：(1)222 (2)2542

解析：第 1、2 組中各有 1 個偶數，第 3、4 組中各有 2 個偶數，第 5、6 組中各有 3 個偶

數，……..第 19、20 組中共有 10 個偶數，第 21 組中共有 11 個偶數，由第 1 組到第 20 組共有 $2(1+2+\cdots+10)=110$ 個數，故第 21 組中的第一個數爲第 111 個偶數 $=2\times111=222$，且第 21 組中的所有數之和 $=\dfrac{11\times[2\times222+(11-1)\times2]}{2}=2542$

6、(1)求 $\sum_{k=1}^{15}k=$______，(2) $\sum_{i=1}^{15}k=$______。(3) $\sum_{i=1}^{15}5=$______。

答案：(1)120　(2)15k　(3)75

解析：(1) $\sum_{k=1}^{15}k=1+2+3+.....+15=\dfrac{15\times(1+15)}{2}=120$

(2) $\sum_{i=1}^{15}k=\underbrace{k+k+k+.....+k}_{15\text{項}}=15k$

(3) $\sum_{i=1}^{15}5=\underbrace{5+5+5+.....+5}_{15\text{項}}=15\times5=75$

7、試求 $\sum_{k=1}^{n}(1+2+3+\cdots+k)=$__________。

答案：$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$

解析：
$$\sum_{k=1}^{n}(1+2+3+\cdots+k)=\sum_{k=1}^{n}\frac{k(1+k)}{2}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k+k^2)$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}k+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{n(n+1)}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$=\frac{n(n+1)}{12}[3+(2n+1)]=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

8、求 $\sum_{k=1}^{15}\dfrac{1}{(2k-1)(2k+1)}=$________。

答案：$\dfrac{15}{31}$

解析：
$$\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{29\times31}$$
$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{29}-\frac{1}{31})$$
$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{31})=\frac{15}{31}$$ 。

9、一等差數列，加到第 n 項之和 $S_n=n^2+3n$，則 $a_{10}=$_______，又公差 $=$______。

答案：22, 2

解析：$\because S_n=n^2+3n,\ \Rightarrow a_1=S_1=4$；　$a_{10}=S_{10}-S_9=130-108=22$

又 $a_2=S_2-S_1=10-4=6\Rightarrow d=2$

10、一等比級數之公比爲 r，設其前 n 項和爲 S_n，已知 $S_{10}=5,\ S_{20}=15$，則 $S_{40}=$______，

又 $r^{10}=$______。

$\boxed{答案}$：75, 2

$\boxed{解析}$：一等比數列之公比為 r，其前 n 項和、次 n 項和、再 n 項和、……亦成等比數列，且新的公比為 r^n。

前 10 項和 5，次 10 項和 $15-5=10$，再 10 項和 $10\times2=20$，又 10 項和 $20\times2=40$，

$\therefore S_{40}=5+10+20+40=75$，且新的公比 $r^{10}=2$

11、試求 $0.7+0.77+0.777+\cdots+0.\underbrace{777\cdots77}_{n個7}$ 之和。

$\boxed{答案}$：

$$0.7+0.77+0.777+\cdots+0.777\cdots77$$
$$=\frac{7}{9}(0.9+0.99+0.999+\cdots+0.999\cdots99)$$
$$=\frac{7}{9}[(1-0.1)+(1-0.1^2)+(1-0.1^3)+\cdots+(1-0.1^n)]$$
$$=\frac{7}{9}[n\times1-(0.1+0.1^2+0.1^3+\cdots+0.1^n)]$$
$$=\frac{7}{9}[n-\frac{\frac{1}{10}(1-\frac{1}{10^n})}{1-\frac{1}{10}}]=\frac{7}{9}\cdot\frac{9n\cdot10^n-(10^n-1)}{9\cdot10^n}=\frac{(63n-7)10^n+7}{81\cdot10^n}$$

12、求出下列各無窮級數：(1) $\sum_{k=1}^{20}k(k+1)=$________； (2) $\sum_{k=1}^{\infty}3\cdot(0.1)^k=$__________。

$\boxed{答案}$：(1)3080 (2)$\frac{1}{3}$

$\boxed{解析}$：(1) $\sum_{k=1}^{20}k(k+1)=1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+4\cdot5+\cdots+20\cdot21=\frac{1}{3}\times20\times21\times22=3080$

(2) $\sum_{k=1}^{\infty}3\cdot(0.1)^k=0.3+0.03+0.003+0.0003+\cdots=\frac{0.3}{1-0.1}=\frac{1}{3}$

13、請寫出數列 $<\frac{11-(-1)^n\cdot5}{2}>$ 的前 6 項和 =____________。

$\boxed{答案}$：33

$\boxed{解析}$：$n=1,2,3,4,5,6$ 代入 $<\frac{11-(-1)^n\cdot5}{2}>$，前 6 項和 8+3+8+3+8+3=33。

14、試求出下列各有限級數：(2) $\sum_{n=1}^{20}n^2=$______；(1) $\sum_{n=1}^{20}n^3=$______

$\boxed{答案}$：(1)2870 (20)44100

$\boxed{解析}$：(1) $\sum_{n=1}^{20}n^2=1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+19^2+20^2=\frac{20\times21\times41}{6}=2870$

(2) $\sum_{n=1}^{20}n^3=1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+19^3+20^3=[\frac{20\times21}{2}]^2=44100$