高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：96.10.24					
範圍	2-1 等差、等比數列	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(B) 一等比數列，已知$a_4 \cdot a_{12} = 2^{16}$，則下列何者一定正確？

(A) $a_1 = 2$ (B) $a_8 = 2^8$ (C) $a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = 2^{15}$ (D) $a_7 \cdot a_8 = 2^{15}$ (E) $a_{11} \cdot a_{12} \cdot a_{13} = 2^{36}$

解析：

$\because a_4 \cdot a_{12} = 2^{16} \therefore ar^3 \cdot ar^{11} = 2^{16}$，故$a^2 r^{14} = 2^{16} \Rightarrow ar^7 = 2^8 \Rightarrow a_8 = 2^8$

2、(C) 一等差數列，已知$a_5 + a_{17} = 22$，則下列何者一定正確？

(A) $a_1 = 1$ (B) $a_5 = 5$ (C) $a_{11} = 11$ (D) $a_{17} = 17$ (E) $a_{22} = 22$

解析：

$a_5 + a_{17} = 22, \therefore 2a_1 + 20d = 22 \Rightarrow a_1 + 10d = 11 \Rightarrow a_{11} = 11$

3、(ACE) 下列敘述何者正確？

(A)若$<a_n>, <b_n>$爲等差數列，則$<a_n + b_n>$爲等差數列

(B)若$<a_n>, <b_n>$爲等比數列，則$<a_n + b_n>$爲等比數列

(C)若$<a_n>$是等比數列，則$<a_n>$的偶數項也是一個等比數列

(D)若$<a_n>$是等差數列，則$<S_n>$也是等差數列 $(S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$

(E)若$<S_n>$是等差數列，則$<a_n>$從第二項開始也成等差數列

解析：

(C) 等比數列$<a_n>: 1, 2, 4, 8, 16, ...$

等比數列$<b_n>$:2,2,2,2,2,…….

但$<a_n + b_n>$:3,4,6,10,18….. 不爲等比

(D) 設$<a_n>$是等差數列：1,2,3,4,………

$<S_n>: S_1, S_2, S_3, \cdots\cdots, S_n \Rightarrow 1, 3, 6, 10, ...$不爲等差

(E) $<S_n>: S_1, S_2, S_3, \cdots\cdots, S_n$是等差數列$\Rightarrow S_2 - S_1 = S_3 - S_2 = S_4 - S_3 = \cdots\cdots = S_n - S_{n-1}$

即$a_2 = a_3 = a_4 = \cdots = a_n \Rightarrow$ $<a_n>$從第二項開始也成等差數列

二、填充題 (每題 10 分)

1、 若小芬於今年初存入 100000 元，年利率爲 5%，以複利計算且每年計息一次，則 10 年期滿後，她可領回_______元。($1.05^{10} \doteqdot 1.63$)

答案：163000

解析：

本利和$= 100000 \times (1+5\%)^{10} = 100000 \times 1.05^{10} = 163000$（元）。

2、 一等差數列的首 10 項之和爲 9，首 15 項之和爲 15，試求首 20 項之和爲______。

答案：22

解析：

等差數列每 5 項和 仍為等差數列

設前 5 項和 A，次 5 項 $A+D$，再 5 項 $A+2D$，後 5 項 $A+3D$

$\therefore \begin{cases} A+(A+D)=9 \\ A+(A+D)+(A+2D)=15 \end{cases} \Rightarrow A=4,\ D=1$，首 20 項之和 $=4+5+6+7=22$。

3、 $1, a, b, 15$ 四數中，前三數成等比，後三數成等差，則數對 $(a, b)=$______或______。

$\boxed{答案}$：$(-\frac{5}{2},\ \frac{25}{4}),\ (3,\ 9)$

$\boxed{解析}$：

$\begin{cases} a^2=b \\ 2b=a+15 \end{cases} \Rightarrow a^2=\frac{a+15}{2}$，$(2a+5)(a-3)=0$，$\therefore a=-\frac{5}{2},\ 3$，故$b=\frac{25}{4},\ 9$

即$(-\frac{5}{2},\ \frac{25}{4})$或$(3,\ 9)$。

4、 有一數列按照某一規律排列，如右：$-\frac{1}{3},\frac{3}{9},-\frac{5}{27},\frac{7}{81}$，依此規則求一般項$a_n=$______(以 n 表示之)。

$\boxed{答案}$：$(-1)^n\times\frac{2n-1}{3^n}$

$\boxed{解析}$：

找規則

5、 一等比數列$\frac{1}{8},\frac{1}{16},\frac{1}{32},\cdots$求其第 20 項為______

$\boxed{答案}$：$(\frac{1}{2})^{22}$

$\boxed{解析}$：

$a_{20}=\frac{1}{8}\times(\frac{1}{2})^{19}=(\frac{1}{2})^{22}$

6、 一等差數列為 $47, 44, 41,\cdots$，求其第 20 項為______。

$\boxed{答案}$：-10

$\boxed{解析}$：

$a=47,\ d=-3,\ \Rightarrow a_{20}=47+19\times(-3)=-10,$

7、 某公司民國 87 年營業額為 4 億元，民國 88 年營業額為 6 億元，該年的成長率為 50%。89, 90, 91 三年的成長率皆相同，且民國 91 年的營業額為 48 億元。則該公司 91 年的成長率為________%。

$\boxed{答案}$：100

$\boxed{解析}$：

設 89, 90, 91 三年的成長率皆為 r，

則 89 年之營業額爲 $6\times(1+r)$

90 年之營業額爲 $6\times(1+r)\times(1+r)$

91 年之營業額爲 $6\times(1+r)\times(1+r)\times(1+r)=48$

$\therefore (1+r)^3=8\Rightarrow 1+r=2$，$\therefore r=1=100\%$。

8、 一等差數列 $a_7=3,\ a_{11}=19$，則公差 $=$ ______。

$\boxed{答案}$：4

$\boxed{解析}$：

$$a_{11}=a_7+(11-7)d\Rightarrow d=\frac{19-3}{4}=4$$

9、 設 a,b,c,d 四正數成等比數列，若 $a+b=8$, $c+d=72$，則公比爲______。

$\boxed{答案}$：3

$\boxed{解析}$：

設公比爲 r

$$\because \begin{cases} a+b=8 \\ c+d=72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+ar=8 \\ ar^2+ar^3=72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1+r)=8\cdots\cdots① \\ ar^2(1+r)=72\cdots\cdots② \end{cases}$$

$\frac{②}{①}$ $r^2=\frac{72}{8}=9$，$\because$四數爲正數，$\therefore r=3$。

10、$<a_n>$爲等差數列，$a_2=-8$, $a_6=4$，則此數列之第__________項爲 10。

$\boxed{答案}$：8

$\boxed{解析}$：

$a_6=a_2+(6-2)d \Leftrightarrow 4=-8+4d\Rightarrow d=3$

$a_n=a_6+(n-6)d \Leftrightarrow 10=4+(n-6)\times 3\Rightarrow n=8$

11、有兩個等差數列 $<a_n> = <0,\ 7,\ 14,\ 21,\cdots,\ 994>$, $<b_n> = <1,\ 5,\ 9,\ 13,\cdots,\ 1001>$ 由這兩個數列中取出全部共同項，由小而大依序排列，得另一數列 $<c_n>$ 共有 k 項，則 (1)求 c_1 之值爲______，(2) $k=$ ______。

$\boxed{答案}$：(1)21　　(2) 35

$\boxed{解析}$：

$<a_n> = <0,\ 7,\ 14,\ 21,\cdots,\ 994>$,

$<b_n> = <1,\ 5,\ 9,\ 13,17,21,\cdots,\ 1001>$

$\Rightarrow$最小共同項 $c_1=21$，且 $<c_n>$ 的公差爲 $[7,4]=28$，

$\therefore$末項 $937=21+(k-1)\times 28\Rightarrow k=35$

12、設 $<a_n>$ 爲等差數列，若 $S_n=10$, $S_{3n}=42$，求 $S_{2n}=$ ______。

$\boxed{答案}$：24

$\boxed{解析}$：

$\because$每 n 項和成等差數列，即 $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}$ 成等差數列

設 $S_{2n}=x$，$\therefore 10, x-10, 42-x$ 成等差數列；$\therefore 2(x-10)=10+42-x$，$\therefore x=24$。

13、等差數列，首項爲 130，公差 -6，第 n 項起始爲負數，則 $n=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：23

$\boxed{\text{解析}}$：

$$a=130,\ d=-6,\ a_n=130+(n-1)(-6)<0\Rightarrow(n-1)(-6)<130$$

$$6(n-1)>130,\ n-1>\frac{130}{6},\ n>\frac{136}{6}=22\frac{2}{3}\quad\Rightarrow n=23$$

14、一等差數列第四項是 25，第十項是 61，求第十五項爲______。

$\boxed{\text{答案}}$：91

$\boxed{\text{解析}}$：

$a_4=a_1+3d=25\cdots\cdots$①

$a_{10}=a_1+9d=61\cdots\cdots$②

②–①　$6d=36$，$\therefore d=6$，代入 ①，$a_1=25-3\times6=7$

故 $a_{15}=a_1+14d=7+14\times6=7+84=91$。

15、在 4 與 64 之間插入 a, b, c 三數，使 $4, a, b$ 成等比數列；$b, c, 64$ 亦成等比數列，且 a, b, c 成等差數列，則 $(a,b,c)=$____________。

$\boxed{\text{答案}}$：(10, 25, 40) 或 $(-6,9,24)$

$\boxed{\text{解析}}$：(Sol 一：)

設 $4, a, b$ 等比數列之公比 $r\Rightarrow a=4r, b=4r^2\quad(r\neq0)$

且設 $b, c, 64$ 等比數列之公比 $k\Rightarrow c=4r^2k, 64=4r^2k^2\Rightarrow rk=\pm4$

又 a, b, c 成等差數列 $2b=a+c\Rightarrow8r^2=4r+4r^2k$，即 $2r=1+rk\Rightarrow\begin{cases}r=\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\\ k=\frac{8}{5},\ \frac{8}{3}\end{cases}$ 代回

$\Rightarrow(a,b,c)=(10,25,40);(-6,9,24)$

(Sol 二：)

$4, a, b$ 等比數列 $\Rightarrow a^2=4b\Rightarrow b=\frac{a^2}{2}$ …..❶

$b, c, 64$ 等比數列 $\Rightarrow c^2=64b=16a^2\Rightarrow c=\pm4a$ ……..❷

a, b, c 成等差數列 $2b=a+c$ ……..❸

(1)由❷當 $c=4a$ 代入❸ $\Rightarrow2\cdot\frac{a^2}{2}=a+4a\Rightarrow\begin{cases}a=10\\b=25\\c=40\end{cases}$

(2)由❷當 $c=-4a$ 代入❸ $\Rightarrow2\cdot\frac{a^2}{2}=a-4a\Rightarrow\begin{cases}a=-6\\b=9\\c=24\end{cases}$

$\Rightarrow(a,b,c)=(10,25,40);(-6,9,24)$