<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高一數學平時測驗　　日期：96.10.03</td></tr>
<tr><td>範
圍</td><td>1-2　有理數(2)
1-3　直線(1)</td><td>班級
座號</td><td></td><td>姓
名</td><td></td></tr>
</table>

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(B) 設 a, b 都是無理數，c 為有理數，以下何者必為無理數？ (A) $a+b$ (B) $a+c$ (C) $a\cdot b$ (D) $a\cdot c$ (E) $a+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

解析：(A) $\sqrt{2}+(1-\sqrt{2})=1$ 為有理數。

(C) $\sqrt{2}\sqrt{2}=2$ 為有理數。

(D) $\sqrt{2}\times 0=0$ 為有理數。

(E)令 $a=1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$，則 $a+\sqrt{2}-\sqrt{3}=1$ 為有理數。

2、(C) 設 $a>b>0, x>y>0$，比較 $A=\dfrac{b}{a}, B=\dfrac{b+x}{a+x}, C=\dfrac{b+y}{a+y}$ 之大小時，其結果為

(A) $A>B>C$ (B) $A>C>B$ (C) $B>C>A$ (D) $B>A>C$ (E) $C>B>A$

解析：$\because a>b>0$　$\therefore \dfrac{b}{a}<1$　$\therefore \dfrac{b+x}{a+x}>\dfrac{b+y}{a+y}>\dfrac{b}{a}$　$\therefore B>C>A$(真分數越家越大)

二、填充題 (每題 10 分)

1、 設 $x\in\mathbb{N}$， $f(x)$ 表 $\sqrt{x}$ 的整數部分，則 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(49)=$______。

答案：210

解析：1 至 49 中完全平方數只有 1,4,9,16,25,36,49。

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(49)$=1+1+1+2+2+2+2+2+3+3+⋯

$=1\times3+2\times5+3\times7+4\times9+5\times11+6\times13+7\times1$

$=3+10+21+36+55+78+7=210$。

2、 $a,b\in\mathbb{Q}$，且 $(1-\sqrt{2})a+(4+5\sqrt{2})b=11+7\sqrt{2}$ 則 $a=$______ , $b=$______。

答案：3, 2

解析：$(a+4b)+\sqrt{2}(-a+5b)=11+7\sqrt{2}$

$\therefore a+4b=11,\ -a+5b=7 \therefore a=3, b=2$

3、 設 $\sqrt{17+2\sqrt{72}}$ 的整數部分為 a，小數部分為 b，則 $\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}=$______。

答案：$\dfrac{7-3\sqrt{2}}{2}$

解析：$\sqrt{17+2\sqrt{72}}=\sqrt{9}+\sqrt{8}=3+2\sqrt{2}$，整數部分為 5

$b=2\sqrt{2}-2$ $\therefore \dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}-2}+\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{7-3\sqrt{2}}{2}$

4、 令 $a=\sqrt{11-2\sqrt{18}}$ 已知 a 的整數部分為 n，小數部分為 α，求 $\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{\alpha}=$______。

答案：$\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$

解析：$a=\sqrt{11-2\sqrt{18}}=\sqrt{9}-\sqrt{2}=3-\sqrt{2}$，$a$ 的整數部分為 1，小數部分為 $2-\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}=1+\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$

5、 有一既約正分數，其分子與分母之和為 80，將其化為小數並用四捨五入法計算後得 0.7，則此既約分數為______。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{33}{47}$

$\boxed{解析}$：既約正分數就是最簡分數；設分子 a 分母 b， $a+b=80$ 且互質

$$0.65\le\frac{a}{b}<0.75\Rightarrow\quad 0.65b\le a<0.75b$$

$\therefore\quad 1.65b\le a+\text{b}<1.75b\Rightarrow 1.65b\le 80<1.75b$

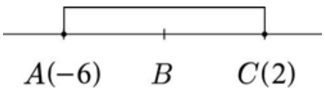
$\therefore 45.7\cdots<b<48.4\cdots\Rightarrow\begin{cases}b=46\\a=34\end{cases}$(不合), $\begin{cases}a=47\\b=33\end{cases}$, $\begin{cases}a=48\\b=32\end{cases}$(不合)

$\therefore b=47, a=33,$ 分數為 $\dfrac{33}{47}$ 。

6、 設 $a,b\in\mathbb{R}$ ，若 $|ax-4|\le b$ 之解為 $-6\le x\le 2$ ，求數對 $(a,b)=$______。

$\boxed{答案}$：$(-2,8)$

$\boxed{解析}$：



令 $A(-6)$, $C(2)$ ，故 A,C 之中點 $B(\dfrac{-6+2}{2})=B(-2)$ 。

$\therefore -6\le x\le 2\Leftrightarrow|x+2|\le 4$

$\Leftrightarrow\left|-\dfrac{1}{2}(-2x-4)\right|\le 4$

$\Leftrightarrow|-2x-4|\le 8$

得 $a=-2$, $b=8$ ，故 $(a,b)=(-2,8)$ 。

7、 滿足不等式 $4\le|3x-2|<11$ 的 x 值之範圍為 ______ 或 ______。

$\boxed{答案}$：$2\le x<\dfrac{13}{3}$, $-3<x<\dfrac{-2}{3}$

$\boxed{解析}$：$4\le|3x-2|<11$

$\therefore 4\le 3x-2<11$ 或 $-11<3x-2\le -4$

$\therefore 2\le x<\dfrac{13}{3}$ 或 $-3<x\le\dfrac{-2}{3}$

8、 (1)解方程式 $|x+5|+|x-2|=9$ 則其解為______。

(2)解不等式 $|x+5|+|x-2|\le 9$ 則其解為______。

(3)設 $f(x)=|x+5|+|x-2|$ 則 $f(x)$ 之最小值為______。

$\boxed{答案}$：(1) -6 (2) $-6\le x\le 3$ (3) 7

$\boxed{解析}$：(1) $x\ge 2$ 時 $2x+3=9\Rightarrow x=3$

$-5<x<2$ 時無解，

$x\le -5$ 時 $-5-x+2-x=9\Rightarrow x=-6$

(2) $x\ge 2$ 時 $x\le 3$

$-5<x<2$ 時 $7\le 9$ 恒成立 $\therefore -5<x<2\quad\Rightarrow -6\le x\le 3$

$x\le -5$ 時 $x\ge -6$

(3) $x\ge 2$ 時 $2x+3\ge 7$

$-5<x<2$ 時 $f(x)=7$

$x\le -5$ 時 $-3-2x\ge 7$

$\therefore f(x)\ge 7$ 最小值爲7

9、設 $a=\sqrt{7}-\sqrt{2}$，$b=2\sqrt{2}-1$，$c=\sqrt{6}-\sqrt{3}$，則三數之大小關係爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$b>a>c$

解析：$a>0,b>0,c>0$

$a^2=(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2=9-2\sqrt{14}$

$b^2=(2\sqrt{2}-1)^2=9-2\sqrt{8}$

$c^2=(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2=9-2\sqrt{18}$

$\sqrt{8}<\sqrt{14}<\sqrt{18}\Rightarrow b^2>a^2>c^2\Rightarrow b>a>c$

10、設 $x,y\in\mathbb{R}$ 且 $-2\le x\le 5$，$3\le y\le 9$，求下列各式之有效範圍：

(1) $x-y$ 的範圍爲＿＿＿＿＿＿。 (2) $\dfrac{x}{y}$ 的範圍爲＿＿＿＿＿＿。

答案：(1) $-11\le x-y\le 2$ (2) $-\dfrac{2}{3}\le\dfrac{x}{y}\le\dfrac{5}{3}$

解析：(1) $\because$ $-2\le x\le 5$，$3\le y\le 9$

$\Rightarrow -9\le -y\le -3$

$\therefore -11\le x-y\le 2$。

(2) $3\le y\le 9$ $\Rightarrow \dfrac{1}{3}>\dfrac{1}{y}>\dfrac{1}{9}$

比較 4 個極端值 $\Rightarrow -\dfrac{2}{3},-\dfrac{2}{9},\dfrac{5}{3},\dfrac{5}{9}$，則 $-\dfrac{2}{3}\le\dfrac{x}{y}\le\dfrac{5}{3}$。

11、設 a 爲實數，直線 L： $ax+7y+9=0$ 通過點(2, 1)，試求直線 L 的斜率爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$\dfrac{8}{7}$

解析：

(2,1) 代入 $ax+7y+9=0\Rightarrow 2a+7+9=0\Rightarrow a=-8$

直線 L： $-8x+7y+9=0\Rightarrow$ 斜率 $m=-\dfrac{-8}{7}=\dfrac{8}{7}$

12、已知 $A(2,\ -2)$, $B(8,\ 7)$ 兩點，試求 $\overline{AB}$ 的兩個三等分點之坐標＿＿＿＿＿；＿＿＿＿＿。

答案：分點公式

第一個三等分點爲 $(\dfrac{2\times 2+1\times 8}{3},\ \dfrac{2\times(-2)+1\times 7}{3})=(4,\ 1)$

第二個三等分點爲 $(\dfrac{1\times 2+2\times 8}{3},\ \dfrac{1\times(-2)+2\times 7}{3})=(6,\ 4)$

13、(1) L 爲過 (3,2) 且斜率 $-\dfrac{1}{2}$ 之直線，則 L 之方程式爲＿＿＿。

(2)直線 M 與 x 軸交於 (2,0) 與 y 軸交於 $(0,-3)$，則 M 之方程式爲＿＿＿。

答案：(1) $x+2y=7$ (2) 6

解析：(1) $y-2=-\dfrac{1}{2}(x-3)$ $\Rightarrow x+2y=7$

$(2)\ \frac{x}{2}+\frac{y}{-3}=1\ \therefore 3x-2y=6$

14、平行四邊形 $ABCD$，已知 $A(1,2),B(4,5),D(-2,1)$,則 C 點坐標爲______。

$\boxed{答案}$：(1,4)

$\boxed{解析}$：$\overline{BD}$ 中點爲(1,3) $\therefore \overline{AC}$ 中點亦爲(1,3) $\therefore C(1,4)$

15、試求 $A(-3,\ 9),\ \ B(5,\ -6)$ 的距離及 $C(7,\ 1),\ \ D(3,\ 9)$ 的距離。

$\boxed{答案}$：$\overline{AB}=17,\overline{CD}=4\sqrt{5}$

$\boxed{解析}$：

$A(-3,\ 9),\ \ B(5,\ -6)$ 的距離爲 $\sqrt{(5+3)^2+(-6-9)^2}=17$

$C(7,\ 1),\ \ D(3,\ 9)$ 的距離爲 $\sqrt{(3-7)^2+(9-1)^2}=4\sqrt{5}$