高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：96.10.01					
範圍	1-2 有理數(1)	班級		姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(D) 設 $a, b\in\mathbb{R}$且 $a<b$，令甲$=\dfrac{a+2b}{3}$, 乙$=\dfrac{3a+b}{4}$, 丙$=\dfrac{a+5b}{6}$,則甲、乙、丙之大小順序為 (A)甲 > 乙 > 丙 (B)乙 > 甲 > 丙 (C)乙 > 丙 > 甲 (D)丙 > 甲 > 乙 (E)丙 > 乙 > 甲

解析：利用分點公式

$\because a<b$, 甲$=\dfrac{8a+16b}{24}$, 乙$=\dfrac{18a+6b}{24}$, 丙$=\dfrac{4a+20b}{24}\Rightarrow$丙$>$甲$>$乙。

2、(D) a, b, c 為整數且 $5|a+2|+2|b|+|c-1|=4$ 則合於條件之數對(a, b, c)共有多少組？

(A)3 (B)4 (C)6 (D)8 (E)12

解析：

$$5|a+2|+2|b|+|c-1|=4\Rightarrow 0+0+4=4,\quad 0+2+2=4,\quad 0+4+0=4,$$

$|a+2|=0\Rightarrow a+2=0, a=-2$

$|b|=0, |c-1|=4, c=5$ 或 $-3, b=0\Rightarrow 1\times2\times1=2$組

$|b|=1, |c-1|=2, c=3$ 或 $-1, b=\pm1\Rightarrow 1\times2\times2=4$組

$|b|=2, |c-1|=0, c=1, b=\pm2 \Rightarrow 1\times1\times2=2$組

共$2+4+2=8$組

3、(BCD)(複選)下列敘述何者正確？

(A) $0.3\overline{43}$不是有理數 (B) $0.\overline{34}>\dfrac{1}{3}$ (C) $0.\overline{34}>0.343$ (D) $0.\overline{34}<0.35$ (E) $0.\overline{34}>0.3\overline{43}$

解析：(A)（╳）：$0.3\overline{43}=\dfrac{340}{990}=\dfrac{34}{99}$為有理數。

(B)（○）：$0.\overline{34}=\dfrac{34}{99}>\dfrac{33}{99}=\dfrac{1}{3}$。

(C)（○）：$0.\overline{34}=0.3434\cdots>0.343$。

(D)（○）：$0.\overline{34}=0.3434\cdots<0.35$。

(E)（╳）：$0.\overline{34}=0.3434\cdots=0.3\overline{43}=0.34343\cdots$。

故答案為(B)(C)(D)。

4、(A) 下列敘述何者正確？（令$\mathbb{Q}'$表所有無理數所成集合）

(A)若$a\in\mathbb{Q}, b\in\mathbb{Q}'$，則$a+b\in\mathbb{Q}'$ (B)若$a\in\mathbb{Q}, b\in\mathbb{Q}'$，則$ab\in\mathbb{Q}'$

(C)若$a, b\in\mathbb{Q}'$，則$a+b\in\mathbb{Q}'$ (D)若$a, b\in\mathbb{Q}'$，則$\dfrac{a}{b}\in\mathbb{Q}'$

(E)若$a, b\in\mathbb{Q}'$，則$a-b\in\mathbb{Q}'$

解析：(A)（○）

(B)（╳）：例，$a=0, b=\sqrt{2}\Rightarrow a\times b=0\in\mathbb{Q}$。

(C)（╳）：例，$a=-\sqrt{2}, b=\sqrt{2}\Rightarrow a+b=0\in\mathbb{Q}$。

(D)（╳）：例，$a=\sqrt{2}, b=\sqrt{2} \Rightarrow \dfrac{a}{b}=1 \in \mathbb{Q}$。

(E)（╳）：例，$a=\sqrt{2}, b=\sqrt{2} \Rightarrow a-b=0 \in \mathbb{Q}$

故答案為(A)。

二、填充題（每題 10 分）

1、設 $a, b \in \mathbb{Q}$，若 $(1+\pi)a+2b(3-4\pi)=13-15\pi$ 則 $a=$______ , $b=$______。

答案：1, 2

解析：$(a+6b)+(a-8b)\pi=13-15\pi$

$\therefore a+6b=13, a-8b=-15$，$\therefore a=1, b=2$

2、設 $x, y \in \mathbb{Z}$ 且 $(2x+y)+(x-y+2)\sqrt{5}=8$，求 $x+y=$______。

答案：6

解析：原式$\Rightarrow (2x+y-8)+(x-y+2)\sqrt{5}=0$, $x, y \in \mathbb{Z}$

$\therefore \begin{cases} 2x+y-8=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$，$\therefore x+y=2+4=6$。

3、若 $-2 \le a \le 3,\ 1 \le b \le 4$，則 ab 的範圍______。

答案：$-8 \le ab \le 12$

解析：

$-2 \le a \le 3,\ 1 \le b \le 4,$

比較 4 個極端值：$-2,-8,3,12 \Rightarrow -8 \le ab \le 12$

4、不等式$|2x-1|<5$的解為______。

答案：$-2<x<3$

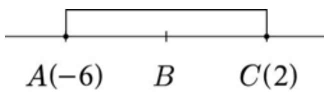
解析：

$-5<2x-1<5 \Rightarrow\ -2<x<3$

5、設 $a, b \in \mathbb{R}$，若$|ax-4| \le b$之解為$-6 \le x \le 2$，求數對$(a,b)=$______。

答案：$(-2,8)$

解析：



令 $A(-6)$, $C(2)$，故 A,C 之中點 $B(\dfrac{-6+2}{2})=B(-2)$。A,C 之距離之半 $\dfrac{2-(-6)}{2}=4$

$\therefore -6 \le x \le 2 \Leftrightarrow |x+2| \le 4$

同乘$|-2|$ $\Leftrightarrow |-2x-4| \le 8$

即 $a=-2$, $b=8$，故 $(a,b)=(-2,8)$。

6、令 $a=\sqrt{11-2\sqrt{18}}$ 已知 a 的整數部分爲 n，小數部分爲 α，求 $\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{\alpha}=$______。

答案：$\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$

解析：$a=\sqrt{11-2\sqrt{18}}=\sqrt{9}-\sqrt{2}=3-\sqrt{2}=1.\cdots$，

a 的整數部分 $n=1$，小數部分 $\alpha=(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}$

$\therefore\ \dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}=1+\dfrac{2+\sqrt{2}}{4-2}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$

7、設 $\alpha=\sqrt{3}-1$，若 $\alpha^2+a\alpha+b=0$，其中 $a,b\in\mathbb{Z}$，則 $a=$______, $b=$______。

答案：$2,\ -2$

解析：$\alpha=\sqrt{3}-1$ 代入 $\alpha^2+a\alpha+b=0$

$(\sqrt{3}-1)^2+a(\sqrt{3}-1)+b=0$，

$(3+1-a+b)+\sqrt{3}(-2+a)=0$，

$a,b\in\mathbb{Z}\therefore a=2,b=-2$

8、將 $3.12\overline{78}$ 化爲分數時，其值 =______________。(約分至最簡分數)

答案：$3\dfrac{211}{1650}$ 或 $\dfrac{5161}{1650}$

解析：$3.12\overline{78}=3+\dfrac{1278-12}{9900}=3\dfrac{211}{1650}=\dfrac{5161}{1650}$

9、若 $a=\dfrac{47}{59},b=\dfrac{31}{43},c=\dfrac{17}{29}$，則 a,b,c 之大小關係爲______________

答案：$a>b>c$

解析：$\because a$，b，c 中分子、分母皆差 12，

$a=\dfrac{47}{59}=1-\dfrac{12}{59}$,

$b=\dfrac{31}{43}=1-\dfrac{12}{43}$,

$c=\dfrac{17}{29}=1-\dfrac{12}{29}$

$\therefore$ 當此真分數分子與分母愈大時，其值愈大。故 $a>b>c$。

10、設 $a,b,c\in\mathbb{Z}$ 且 $3|a+5|+4|b-1|+|c-3|=2$，求數對 $(a,b,c)=$________或________。

答案：$(-5,1,1)$；$(-5,1,5)$

解析：$\because a,b,c\in\mathbb{Z},\therefore |a+5|,|b-1|,|c-3|\in\mathbb{N}\cup\{0\}$

$3|a+5|+4|b-1|+|c-3|=2\Rightarrow 0+0+2=2$

$\therefore\begin{cases}|a+5|=0\\|b-1|=0\\|c-3|=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-5\\b=1\\c=1\text{或}5\end{cases}$，$\therefore (a,b,c)=(-5,1,1)$ 或 $(-5,1,5)$。