高雄市明誠中學 高三數學複習測驗 日期：95.12.18					
範圍	Book3 Chap1、2 向量	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(E) 設 Q 爲二平面 $4x-2y+z=5$ 與 $x-y-3=0$ 之鈍夾角，則 θ 的範圍爲

(A) $\theta=90°$ (B) $90°<\theta\le 120°$ (C) $120°<\theta\le 135°$ (D) $135°<\theta\le 150°$

(E) $150°<\theta<180°$

$\boxed{\text{解析}}$：$\cos\alpha=\dfrac{(4,-2,1)\cdot(1,-1,0)}{\sqrt{21}\sqrt{2}}=\dfrac{6}{\sqrt{42}}=\sqrt{\dfrac{6}{7}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{\dfrac{6}{7}}<1$ $\therefore 0°<\alpha<30°$，又 $\theta=\pi-\alpha$，$\because 150°<\pi-\alpha<180°$ $\therefore 150°<\theta<180°$

2、給定二直線 $\ell_1:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{2}$, $\ell_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$，令 ℓ_1, ℓ_2 的公垂線爲 ℓ，設 ℓ_1,ℓ_2 間的距離爲 d，則

(1) (　) d 爲 (A) 0 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) 3

(2) (　) ℓ 的方程式爲 (A) $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ (B) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ (C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$

(D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$

$\boxed{\text{答案}}$：(1) (D) (2) (C)

$\boxed{\text{解析}}$：(2) 設 $P(-2t-1,t,2t+3)$ 在 ℓ_1 上，$Q(2s,2s+1,s-1)$ 在 ℓ_2 上

$\overrightarrow{PQ}=(2s+2t+1,2s-t,s-2t-4)\Rightarrow \overrightarrow{PQ}\cdot(-2,1,2)=0,\ \overrightarrow{PQ}\cdot(2,2,1)=0$

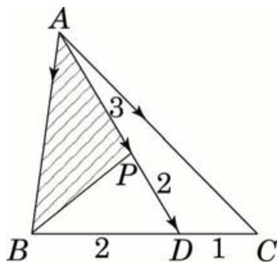
$\therefore -9t-9=0,\ t=-1,\ 9s=0$ $\therefore s=0$

$\therefore P(1,-1,1), Q(0,1,-1)$ $\therefore \ell:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$，且 $\overline{PQ}=3$

3、(C) 設 ABC 爲坐標平面上一三角形，P 爲平面上一點且 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，則

$\dfrac{\triangle ABP\text{面積}}{\triangle ABC\text{面積}}$ 等於 (A) $\dfrac{1}{5}$ (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{2}{5}$ (D) $\dfrac{1}{2}$ (E) $\dfrac{2}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：



令 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AP}$ 則由已知得：$\overrightarrow{AD}=t(\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC})=\dfrac{t}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2t}{5}\overrightarrow{AC}$

因爲 B,D,C 三點共線，所以 $\dfrac{t}{5}+\dfrac{2t}{5}=1\Rightarrow t=\dfrac{5}{3}$

即 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{5}{3}\overrightarrow{AP}\Rightarrow \overrightarrow{AP}$ ：$\overrightarrow{AC}=3$ ：2，又 $\overrightarrow{BD}$ ：$\overrightarrow{DC}=2$ ：1，

則 $\dfrac{\triangle ABP\text{的面積}}{\triangle ABC\text{的面積}}=\dfrac{\frac{3}{5}\triangle ABD\text{的面積}}{\triangle ABC\text{的面積}}=\dfrac{\frac{3}{5}(\frac{2}{3}\triangle ABC\text{的面積})}{\triangle ABC\text{的面積}}=\dfrac{\frac{2}{5}\triangle ABC\text{的面積}}{\triangle ABC\text{的面積}}=\dfrac{2}{5}$

4、(E) G 爲 $\triangle ABC$ 的重心，且 $|\overrightarrow{GA}|=2$，$|\overrightarrow{GB}|=3$，$|\overrightarrow{GC}|=4$，若 $\overrightarrow{GB}$，$\overrightarrow{GC}$ 之夾角爲 θ，則

(A) $0°<\theta\le 90°$ (B) $90°<\theta\le 120°$ (C) $120°<\theta\le 135°$ (D) $135°<\theta\le 150°$

(E) $150° < \theta < 180°$

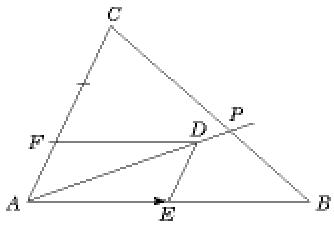
解析：$\because G$ 為重心　$\therefore \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$\therefore |\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}|^2=|-\overrightarrow{GA}|^2$　$\therefore |\overrightarrow{GB}|^2+2\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}+|\overrightarrow{GC}|^2=|\overrightarrow{GA}|^2$

$\therefore \overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}=-\dfrac{21}{2},\ \cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}}{|\overrightarrow{GB}||\overrightarrow{GC}|}=\dfrac{-\frac{21}{2}}{3\cdot 4}=-\dfrac{7}{8}<-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\therefore 150° < \theta < 180°$

5、(B)　A, B, C 為平面上不共線三點，令 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，設 $\overrightarrow{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 P，則 $\overline{AD}:\overline{AP}$ 之值為 (A) $\dfrac{2}{3}$　(B) $\dfrac{5}{6}$　(C) 1 (D) $\dfrac{6}{5}$　(E) $\dfrac{3}{2}$

解析：



$\because A, D, P$ 三點共線，$\therefore \overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AD}=\dfrac{k}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{k}{3}\overrightarrow{AC}$

$\because P, B, C$ 三點共線　$\therefore \dfrac{k}{2}+\dfrac{k}{3}=1$，$\therefore k=\dfrac{6}{5}$　$\therefore \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AP}}=\dfrac{5}{6}$

二、填充題(每題 10 分)

1、設平面 E 與平面 $x-2y+5z=2$ 及 $2x-3y+z=3$ 相交於一直線，又點 $A(-4,1,2)$ 在平面 E 上，則平面 E 的方程式為________。

答案：$8x-15y+31z-15=0$

解析：設平面 E 為 $k(x-2y+5z-2)+(2x-3y+z-3)=0$

$A(-4,1,2)$ 代入，$\therefore 2k-12=0$，$\therefore k=6$

$\therefore$ 平面 E 為 $8x-15y+31z-15=0$

2、設平面 E_1: $2x-4y+3z=11$，平面 E_2: $4x+ay+bz=5$，平面 E_3: $3x+y-cz=7$，若平面 $E_1 // E_2$，則 $a=$________, $b=$________；若平面 $E_2\perp E_3$，則 $c=$________。

答案：$-8; 6; \dfrac{2}{3}$

解析：$E_1 // E_2$　$\therefore \dfrac{2}{4}=\dfrac{-4}{a}=\dfrac{3}{b}$，$\therefore a=-8,\ b=6$

$E_2\perp E_3$　$\therefore E_3\perp E_1$　$\therefore (2,-4,3)\cdot(3,1,-c)=0,\ c=\dfrac{2}{3}$

3、設兩直線 $L_1: \dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y-1}{+2}=\dfrac{z}{4}, L_2: \dfrac{x+7}{5}=\dfrac{y-1}{6}=\dfrac{z-a}{8}$ 交於一點 P，則 P 點坐標為______________；又 $a=$________。

答案：$(-2,7,12); 4$

解析：$L_1: x=t-5,\ y=2t+1,\ z=4t \Rightarrow \dfrac{t-5+7}{5}=\dfrac{2t+1-1}{6}=\dfrac{4t-a}{8}$

$\therefore t=3$ 、 $a=4$，交點為 $(-2,7,12)$

4、設 $A(3, 4, 5), B(-1, 0, 1), C(1,-1, 1), D(2,-1, 0)$，求 A 到平面 BCD 之距離為________。

答案：$\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$

解析：

$\overrightarrow{BC}=(2,-1,0)$， $\overrightarrow{BD}=(3,-1,-1)$ ，

$\vec{n}=\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BD}=(\begin{vmatrix}-1 & 0\\ -1 & -1\end{vmatrix}：\begin{vmatrix}0 & 2\\ -1 & 3\end{vmatrix}：\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & -1\end{vmatrix})=(\,1：2：1\,)$

$\therefore E:(x+1)+2(y-0)+(z-1)=0\Rightarrow x+2y+z=0$

$\therefore d(A,\ \text{平面 } BCD)=\left|\dfrac{3+8+5}{\sqrt{1+4+1}}\right|=\dfrac{16}{\sqrt{6}}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$

5、設 $A(-2,1,4), B(4,3,2)$，則 $\overline{AB}$ 的垂直平分面方程式爲_________。

答案：$3x+y-z=2$

解析：$\overline{AB}$ 之中點$(1,2,3)$ $\overrightarrow{AB}=(6,2,-2)\,//\,\vec{n}$ $\therefore$平面爲：$3x+y-z=2$

6、過 $A(1, 0, 2), B(0,-2, 3), C(1,-5,-3)$三點之平面方程式爲________。

答案：$3x-y+z=5$

解析：令 $\vec{n}=(a, b, c)$, $\overrightarrow{AB}=(-1,-2,1)$, $\overrightarrow{AC}=(0,-5,-5)=5(0,-1,-1)$

$\therefore\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-a-2b+c=0\\ -b-c=0\end{cases}$,

$\therefore a：b：c=\begin{vmatrix}-2 & 1\\ -1 & -1\end{vmatrix}：\begin{vmatrix}1 & -1\\ -1 & 0\end{vmatrix}：\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=3：(-1)：1$

$\therefore E:3x-y+z=k$ ，將 $A(1, 0, 2)$代入，$\therefore k=3-0+2=5$,$\therefore E:3x-y+z=5$

7、若 A 爲$5x-y-2z=3$平面上的一點，又點 $P(3,1,-2)$爲平面外一點，則$\overline{AP}$ 距離之最小值爲________，又此時 A 點坐標爲________。

答案：$\dfrac{\sqrt{30}}{2};(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2},-1)$

解析：$\overline{AP}=\dfrac{15}{\sqrt{30}}=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$ ，$t=5\times3-1-2\times(-2)-3=15$

P 到平面之投影 A 點爲$(3,1,-2)-\dfrac{(15)}{5^2+(-1)^2+1^2}(5,-1,-2)=(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2},-1)$

8、若二直線$L_1:\dfrac{2x}{3}=3y+1=\dfrac{1-z}{4}$與$L_2:\dfrac{x-8}{a}=\dfrac{y-4}{b}=\dfrac{z+14}{c}$平行，則$a:b:c=$________。(以簡單整數比做答)

答案：$9：2：(-24)$

解析：$L_1:\dfrac{x}{\frac{3}{2}}=\dfrac{y+\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}=\dfrac{z-1}{-4}$ ；$\therefore a:b:c=(\dfrac{3}{2}):\dfrac{1}{3}:(-4)=9:2:(-24)$

9、設直線 L 過 $A(1,-5,-2), B(-2,-5,-3)$兩點，若點 $P(3,3,2)$，則$\overrightarrow{AP}$ 在$\overrightarrow{AB}$ 上之正射影爲________，P 對直線 L 之投影點爲_________；P 對直線 L 之對稱點爲________。

答案：$(3,0,1)$; $(4,-5,-1)$; $(5,-13,-4)$

解析：

$$\overrightarrow{AP}=(2,8,4),\ \overrightarrow{AB}=(-3,0,-1)$$

$$\left(\frac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|^2}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\frac{-10}{10}\right)\overrightarrow{AB}=(3,0,1)$$

$\therefore$設 $\overrightarrow{AD}=(3,0,1)$，則 D 為 P 對 L 之投影點 $D(4,-5,-1)$

P 對 L 之對稱點為 P'，則 $\overrightarrow{PP'}$ 之中點為 D，$P'(5,-13,-4)$

10、設點 $A(3,1,-1)$，平面 E: $x-2y+z=4$，則 A 在平面 E 上之投影點為________，對稱點為________。

答案：$(\frac{11}{3},\frac{-1}{3},-\frac{1}{3})$；$(\frac{13}{3},\frac{-5}{3},\frac{1}{3})$

解析：$t=3-2-1-4=-4$

投影點 $(3,1,-1)-\dfrac{(-4)}{1^2+(-2)^2+1^2}(1,-2,1)=(\dfrac{11}{3},\dfrac{-1}{3},\dfrac{-1}{3})$

對稱點 $(3,1,-1)-2\times\dfrac{(-4)}{1^2+(-2)^2+1^2}(1,-2,1)=(\dfrac{13}{3},-\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3})$

11、設 $E_1: x+ky+z-12=0$, $E_2: x+y+kz=5$，求

(1)若 $E_1\perp E_2$ 時，則 $k=$______。(2)若 E_1 與 E_2 之夾角為 60°時，求 $k=$______。

答案：(1) $-\frac{1}{2}$　(2) 0 或 4 或-2

解析：(1)$\because E_1\perp E_2$, $\therefore \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=1+k+k=0$, $\therefore k=-\dfrac{1}{2}$

(2)$\cos 60^{\circ}=\dfrac{1}{2}=\left|\dfrac{1+k+k}{\sqrt{1+k^2+1}\cdot\sqrt{1+1+k^2}}\right|\Rightarrow k^2+2=\pm2(1+2k)$

$\therefore k^2-4k=0$ 或 $k^2+4k+4=0$，$\therefore k=0$ 或 4 或-2。

12、設直線 $L_1:\dfrac{2x+1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{1}$，直線 $L_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{2}$，則直線$L_1$與直線$L_2$之交點為________，又由直線$L_1$與直線$L_2$所決定的平面方程式為________。

答案：$(\frac{3}{2},2,-2)$；$6x-7y-17z=29$

解析：$L_2: x=t+2,\ y=-4t,\ z=2t-1,\ \dfrac{2(t+2)+1}{4}=\dfrac{-4t-1}{1}=\dfrac{2t-1+3}{1},\ t=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore$交點為 $(\dfrac{3}{2},2,-2)$，$\vec{n}=(4,1,1)\times(1,-4,2)=(6,-7,-17)$

$\therefore$平面方程式為 $6(x-2)-7(y-0)-17(z+1)=0\Rightarrow 6x-7y-17z=29$

13、若空間中有三點 $A(3,1,0)$, $B(1,5,2)$, $C(5,2,1)$，則平面 ABC 的方程式為____________，又△ABC 的面積為___________，若點 $D(1,0,a)$落在平面 ABC 上，則 $a=$_________。

答案：$x+3y-5z=6$；$\sqrt{35}$；-1

$\boxed{解析}$：$\overrightarrow{AB}=(-2,4,2),\ \overrightarrow{AC}=(2,1,1),\ \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(2,6,-10)=2(1,3,-5)$

$\therefore$平面 ABC 爲 $(x-3)+3(y-1)-5(z-0)=0\Rightarrow x+3y-5z=6$,

$\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\dfrac{2}{2\sqrt{6}\sqrt{6}}=\dfrac{1}{6}$，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{35}}{6}$

$\therefore\triangle ABC$ 面積$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{35}}{6}=\sqrt{35}$，$1-5a=6\quad\therefore a=-1$

14、設 $\vec{a}=(2,-5,4),\ \vec{b}=(2,-2,1)$，當 $|\vec{a}+t\vec{b}|$ 最小時，$t=$________；又其最小值爲________。

$\boxed{答案}$：-2; 3

$\boxed{解析}$：若 $|\vec{a}+t\vec{b}|$ 最小時，$(\vec{a}+t\vec{b})\cdot\vec{b}=0$，$18+9t=0$，$\therefore t=-2$

其 $|\vec{a}+t\vec{b}|$ 之最小值爲 $|(2,-5,4)-2(2,-2,1)|=3$

15、設 $P(3,1,4),Q(1,0,2),R(-1,2,3)$，求 $\overrightarrow{PR}$ 在 $\overrightarrow{PQ}$ 上之投影量爲______；又正射影爲__________。

$\boxed{答案}$：3； $(-2,-1,-2)$

$\boxed{解析}$：$\overrightarrow{PR}=(-4,1,-1)$，$\overrightarrow{PQ}=(-2,-1,-2)$

$\therefore$投影量$=|\overrightarrow{PR}|\cdot\cos\theta=\sqrt{18}\times\dfrac{9}{\sqrt{18}\cdot\sqrt{9}}=3$

正射影$=(\dfrac{\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|^2})\cdot\overrightarrow{PQ}=\dfrac{9}{9}\cdot(-2,\ -1,\ -2)=(-2,-1,-2)$。

16、設 $\vec{x}=(k-2,3,1),\ \vec{y}=(6,2k+1,3)$，

(1)若 $\vec{x}//\vec{y}$，則 $k=$______________，(2)若 $\vec{x}\perp\vec{y}$，則 $k=$_____________。

$\boxed{答案}$：4; $\dfrac{1}{2}$

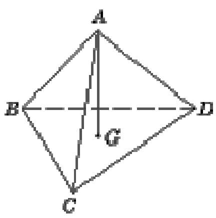
$\boxed{解析}$：$\vec{x}//\vec{y}\quad\therefore\dfrac{k-2}{6}=\dfrac{3}{2k+1}=\dfrac{1}{3},\ k=4$

$\vec{x}\perp\vec{y}\quad\therefore\vec{x}\cdot\vec{y}=0,\ 6k-12+6k+3+3=0,\ k=\dfrac{1}{2}$

17、正四面體 $ABCD$，$\overline{AB}=2$，則正四面體的高爲_______，又其體積爲_______。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$; $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\boxed{解析}$：



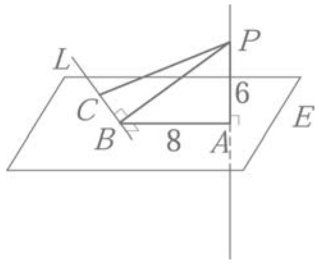
$\overline{AG}\perp$平面 BCD，G 爲$\triangle BCD$ 的重心

$\therefore\overline{BG}=\sqrt{3}\times\dfrac{2}{3},\ \overline{AB}=2\quad\therefore\overline{AG}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，

體積 $=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2\times\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

18、自平面 E 外一點 P 作 $\overline{PA}\perp E$，L 為 E 上的直線，作 $\overline{AB}\perp L$，C 為 L 上的一點，已知 $\overline{AP}=6,$ $\overline{AB}=8,\ \overline{BC}=24$，求 $\overline{PC}=$________。

$\boxed{\text{答案}}$：26



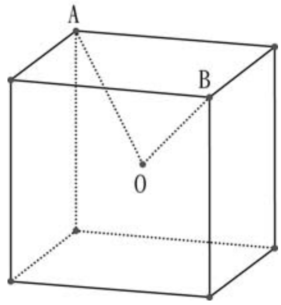
$\boxed{\text{解析}}$：

$\because \overline{PA}\perp E$ 且 $\overline{AB}\perp L$，$\therefore \overline{PB}\perp L$

$\therefore \overline{PB}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\because \overline{BC}=24$，$\therefore \overline{PC}=\sqrt{24^2+10^2}=26$

19、如圖所示設一正立方體的中心為 O，而 $A,\ B$ 為此正立方體同一面上的兩個對頂點，則 $\cos\angle AOB=$____。(以最簡分數表示)



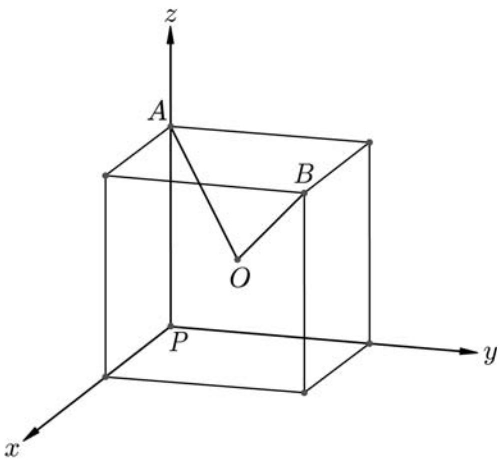
$\boxed{\text{答案}}$：$-\dfrac{1}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：建立坐標系，令正立方體之稜長為 2，取

$P=(0,0,0)$，$A=(0,0,2)$，$B=(2,2,2)$

如右下圖，則 $O=(1,1,1)\Rightarrow \overrightarrow{OA}=(-1,-1,1)$，$\overrightarrow{OB}=(1,1,1)$

$$\cos\angle AOB=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}|\,|\overrightarrow{OB}|}=\frac{-1-1+1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=-\frac{1}{3}$$



20、設 $|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=1,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=-\sqrt{3}$，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角為

____________；又 $(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=$________；

且 $|\vec{a}+2\vec{b}|=$______________。

$\boxed{\text{答案}}$：150°；$10-5\sqrt{3}$；$\sqrt{6}-\sqrt{2}$

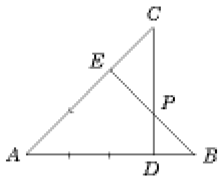
$\boxed{\text{解析}}$：$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\dfrac{-\sqrt{3}}{2\cdot 1}$，$\therefore \theta=150^\circ$

$$(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=3|\vec{a}|^2+5\vec{a}\cdot\vec{b}-2|\vec{b}|^2=12-5\sqrt{3}-2=10-5\sqrt{3}$$

$$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+4|\vec{b}|^2+4\vec{a}\,\vec{b}=8-4\sqrt{3}$$

$$\therefore |\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{8-4\sqrt{3}}=\sqrt{8-2\sqrt{12}}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$$

21、如圖 $\triangle ACD$ 中 E 在 $\overline{AC}$ 上且 $2\overline{CE}=\overline{AE}$，$B$ 在 $\overline{AD}$ 延長線上且 $3\overline{BD}=\overline{AD}$，設 $\overline{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 P，則(1) $\overline{DP}:\overline{CP}=$______，(2) $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則數對 $(x,y)=$______。



$\boxed{答案}$：(1)$1:2$　(2)$(\frac{1}{2},\frac{1}{3})$

$\boxed{解析}$：由孟氏定理得知 $\frac{\overline{CE}}{\overline{EA}}\times\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}\times\frac{\overline{DP}}{\overline{PC}}=1$

(1)$\therefore \overline{DP}:\overline{CP}=1:2$

(2) $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，$(x,y)=(\frac{1}{2},\frac{1}{3})$

22、設 K 為$\triangle ABC$ 的外心，$\overline{BC}=3$，$\overline{CA}=2$，$\overline{AB}=4$，若 $\overrightarrow{AK}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，則

(1) $\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{AB}=$______，(2) $\alpha=$______。

$\boxed{答案}$：8; $\frac{28}{45}$

$\boxed{解析}$：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-\overline{BC}^2}{2}=\frac{16+4-9}{2}=\frac{11}{2}$,

$\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{\overline{AB}^2}{2}=\frac{16}{2}=8$，$\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{\overline{AC}^2}{2}=\frac{2^2}{2}=2$

$\because \overrightarrow{AK}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$，得 $8=16\alpha+\frac{11}{2}\beta$，

又 $\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}$，得 $2=\frac{11}{2}\alpha+4\beta$，解得 $\alpha=\frac{28}{45}$，$\beta=\frac{-16}{45}$

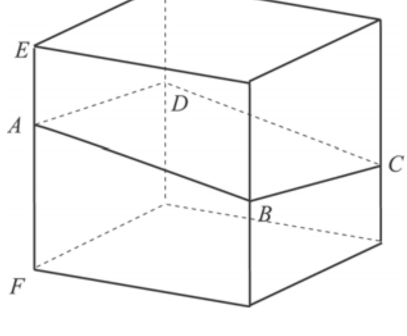
23、設$\triangle ABC$ 中，$A(-1,10)$, $B(4,-2)$, $C(-1,-2)$，若 I 為$\triangle ABC$ 的內心，則 I 點坐標為______。

$\boxed{答案}$：(1,0)

$\boxed{解析}$：$\overline{AB}=13$，$\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=12$，

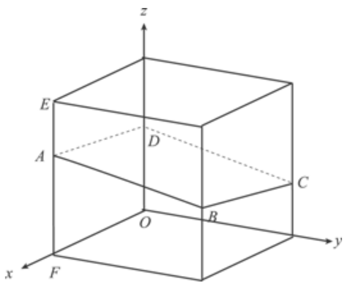
則內心坐標為 $(\frac{13(-1)+5(-1)+12(4)}{13+5+12},\frac{13(-2)+5(10)+12(-2)}{13+5+12})=(1,0)$

7、右圖為一正立方體，被一平面截出一個四邊形 $ABCD$，其中 B,D 分別為稜的中點，且 $\overline{EA}:\overline{AF}=1:2$。則 $\cos\angle DAB=$______。(化成最簡分數)



$\boxed{答案}$：$\frac{1}{37}$

$\boxed{解析}$：建立座標系，設邊長為 6，如下圖



$O(0, 0, 0), B(6, 6, 3), D(0, 0, 3), F(6, 0, 0), E(6, 0, 6)$

A 點坐標爲$(\frac{2\cdot6+1\cdot6}{1+2},\frac{2\cdot0+1\cdot0}{1+2},\frac{2\cdot6+1\cdot0}{1+2})=(6, 0, 4)$

$\therefore \overrightarrow{AB}=(0,6,-1)$，$\overrightarrow{AD}=(-6,0,-1)$，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AD}|\cdot\cos\angle DAB$

$\Rightarrow 1=\sqrt{37}\cdot\sqrt{37}\cdot\cos\angle DAB\Rightarrow\cos\angle DAB=\frac{1}{37}$

24、設△ABC 的三頂點爲 $A(6,20), B(13,3), C(-4,-4)$，則 $\angle A=$______。

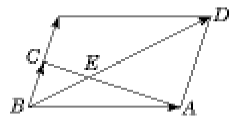
$\boxed{答案}$：$45°$

$\boxed{解析}$：$\overrightarrow{AB}=(7,-17)$，$\overrightarrow{AC}=(-10,-24)$，$\overline{AB}=13\sqrt{2}$，$\overline{AC}=26$

$\therefore\cos A=\frac{\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\frac{338}{13\sqrt{2}\times26}=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\therefore\angle A=45°$

25、設 A, B, C 爲平面上不共線的相異三點，且 $\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$，設 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 E，

$\overrightarrow{BE}=\alpha\overrightarrow{BA}+\beta\overrightarrow{BC}$，則 $\alpha=$______，$\beta=$______。



$\boxed{答案}$：$\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$

$\boxed{解析}$：

$\because\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 E　$\therefore\overrightarrow{BE}=k\overrightarrow{BD}=k(\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC})=k\overrightarrow{BA}+2k\overrightarrow{BC}$

$\because C\text{-}E\text{-}A$ 三點共線　$\therefore k+2k=1$　$\therefore k=\frac{1}{3}$

$\therefore\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$　$\therefore\alpha=\frac{1}{3}$, $\beta=\frac{2}{3}$

26、過 $P(0,-1)$且與直線 $L: 3x+4y-12=0$ 交成 $45°$之直線方程式爲________________。

$\boxed{答案}$：$x-7y-7=0$ 或 $7x+y-1=0$

$\boxed{解析}$：設直線 $y+1=m(x-0)\Rightarrow mx-y-1=0$

$\therefore\frac{|3m-4|}{\sqrt{m^2+1}\cdot\sqrt{3^2+4^2}}=\cos45°$

$|3m-4|=5\sqrt{m^2+1}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

$9m^2-24m+16=\frac{25}{2}(m^2+1)$，$7m^2+48m-7=0$，$\therefore m=\frac{1}{7}$ 或-7

$\therefore y=\frac{1}{7}x-1$ 或 $y=-7x-1$，即 $x-7y-7=0$ 或 $7x+y-1=0$。

27、已知點$A(2,5)$及一直線$L: 4x+3y+2=0$，試求

(1)A到L的距離爲______，(2)A在L上的正射影爲______，(3)A對於L的對稱點爲______。

答案：5; (-2,2); (-6,-1)

解析：(1)$d(A,L)=\dfrac{8+15+2}{5}=5$

(2)A在L上的正射影爲$(2,5)-5\cdot(\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5})=(-2,2)$

(3)對稱點$(2,5)-2\times5\times(\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5})=(-6,-1)$

28、設H爲$\triangle ABC$的垂心(即三高的交點)，其中$\overline{BC}=3$，$\overline{CA}=4$，$\overline{AB}=3$，若

$\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，則(1)$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=$______，(2)$\alpha=$______，$\beta=$______。

答案：8; $\dfrac{8}{10}$; $\dfrac{1}{10}$

解析：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{3^2+4^2-3^2}{2}=8$，$\because H$爲$\triangle ABC$的垂心　$\therefore\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8$

$\because\overrightarrow{AH}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$

$\therefore\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=\alpha|\overrightarrow{AB}|^2+\beta\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$，得$8=9\alpha+8\beta$

又$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}$，得$8=8\alpha+16\beta\Rightarrow\alpha=\dfrac{8}{10}$，$\beta=\dfrac{1}{10}$

29、$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，則(1)$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=$________。　(2)$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=$________。

答案：(1) 30　(2) -19

解析：(1)$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|\cdot\cos C=|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|\cdot\dfrac{|\overrightarrow{CA}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2}{2|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|}$

$$=\frac{1}{2}(|\overrightarrow{CA}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2)=\frac{1}{2}(7^2+6^2-5^2)=30$$

(2)$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{1}{2}(|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{AB}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2)=-\dfrac{1}{2}(49+25-36)=-19$

30、設$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=5$，$|\vec{c}|=6$，若$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，則$\vec{a}\cdot\vec{b}=$__________，

又$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$___________。

答案：-7; -43

解析：$|\vec{a}+\vec{b}|=|-\vec{c}|$，$|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=-7$，又$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2=|\vec{0}|^2\Rightarrow|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2+2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=0$

$\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{-|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2}{2}=-43$