高雄市明誠中學 高三數學複習測驗 日期：95.10.23					
範圍	Book2 Chap 2 三角函數(2)	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(B) 平面上有 A, B, C 三點。已知 B, C 之間的距離是 200 公尺，B, A 之間的距離是 1500 公尺，$\angle ACB$ 等於 $60°$。請問 A, C 之間距離的最佳近似值是哪一個選項？ (A)1500 公尺 (B)1600 公尺 (C)1700 公尺 (D)1800 公尺

解析：令 $\overline{AC}=x,\ \cos 60^\circ=\dfrac{4+x^2-225}{2\cdot 2\cdot x}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore x^2-2x-221=0,\ x=1+\sqrt{222}=15.90$　　$\therefore \overline{AC}$ 約為 1600 公尺

2、(C) 設 $\angle A$ 為銳角，$(3\cot A-2)(4\cot A-5)=0$，則 $\cot A=$ (A)$\dfrac{2}{3}$ (B)$\dfrac{5}{4}$ (C)$\dfrac{2}{3}$或$\dfrac{5}{4}$ (D)$\dfrac{2}{3}$且$\dfrac{5}{4}$ (E)無解

解析：$3\cot A-2=0\Rightarrow \cot A=\dfrac{2}{3}$　　$4\cot A-5=0\Rightarrow \cot A=\dfrac{5}{4}$

3、(E) 設 a, b, c 分別表示$\triangle ABC$ 中，$\angle A,\ \angle B,\ \angle C$ 之對邊邊長，下列各選項中的條件，何者恰可決定唯一一個$\triangle ABC$？ (A) $\angle A=135°,\ a=3,\ b=4\sqrt{2}$ (B) $\angle A=135°,\ a=4,\ b=4\sqrt{2}$ (C) $\angle A=135°,\ a=5,\ b=4\sqrt{2}$ (D) $\angle A=135°,\ a=4\sqrt{2},\ b=4\sqrt{2}$ (E) $\angle A=135°,\ a=7,\ b=4\sqrt{2}$

解析：$\because \angle A=135°$　$\therefore a$ 最大，又大角對大邊

4、(A) 求 $\sin 23°\cos 67°-\cos 23°\csc 67°+\cos^2 23°$ 之值為 (A)0 (B)1 (C)2 (D) $\sin 23°\cos 67°$ (E) $\cos^2 23°$

解析：$\sin^2 23°-1+\cos^2 23°=0$

5、(D) 設 $a=\sin 346°,\ b=\cos 288°,\ c=\tan 1000°$，則三數 a, b, c 之大小關係為 (A) $a>b>c$ (B) $a<b<c$ (C) $a>c>b$ (D) $c<a<b$ (E)以上皆非

解析：$\sin 346°=-\sin 14°$　$\cos 288°=\cos 72°$，

$\tan 1000°=-\cot 10°$　$\because -\cot 10°<-\sqrt{3}<-\sin 14°<0$，

$\therefore b>a>c$

6、(B) 若 $(4+3i)(\cos\theta+i\sin\theta)$ 為小於 0 的實數，則 θ 是第幾象限角？ (A)第一象限角 (B)第二象限角 (C)第三象限角 (D)第四象限角 (E)條件不足，無法判斷

解析：
$$\begin{aligned}(4+3i)(\cos\theta+i\sin\theta)&=4\cos\theta+4i\sin\theta+3i\cos\theta-3\sin\theta\\&=(4\cos\theta-3\sin\theta)+i(4\sin\theta+3\cos\theta)\end{aligned}$$

因為 $(4+3i)(\cos\theta+i\sin\theta)$ 為一小於 0 的實數，

所以 $\begin{cases}4\cos\theta-3\sin\theta<0\\4\sin\theta+3\cos\theta=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4\cos\theta-3\sin\theta<0\\\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}4\cos\theta-3\sin\theta<0\\\tan\theta=-\dfrac{3}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4\cos\theta-3\sin\theta<0\\\theta\text{在第二象限或第四象限}\end{cases}$

若 θ 為第二象限角，則 $\cos\theta<0$，$\sin\theta>0\Rightarrow 4\cos\theta-3\sin\theta<0$；

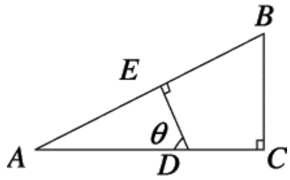
若θ爲第四象限角，則$\cos\theta>0$ ， $\sin\theta<0 \Rightarrow 4\cos\theta-3\sin\theta>0$；

取交集得知：θ爲第二象限角。

7、(B) 如圖，$\overline{AC}>\overline{BC},\ \angle C=90°,\ \ \overline{DE}\perp\overline{AB}$於 E，令$\angle ADE=\theta$，

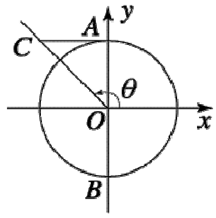
則下列何者正確？ (A) $\sin A=\sin\theta$ (B) $\cos B=\cos\theta$

(C) $\tan A=\tan B$ (D) $\cot A=\cot\theta$ (E) $\sec B=\sec A$



解析：$\angle\theta=\angle B,\ \ \angle B>\angle A$

8、(D) 如下圖，單位圓 O 與 y 軸交於 A, B 兩點。角θ的頂點爲原點，始邊在 x 軸的正向上，終邊爲$\overrightarrow{OC}$，直線$\overleftrightarrow{AC}$垂直於 y 軸且與角θ的終邊交於 C 點。則下列那一個函數值爲$\overline{AC}$ ？ (A)$|\sin\theta|$ (B)$|\cos\theta|$ (C)$|\tan\theta|$ (D)$|\cot\theta|$ (E)$|\sec\theta|$



解析：$\angle ACO=180°-\theta$

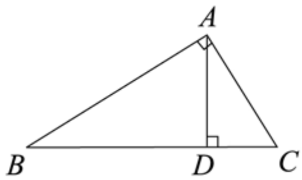
$\overline{AC}=\overline{OA}\cdot\cot\angle ACO=\overline{OA}\cdot\cot(180°-\theta)=1\cdot(-\cot\theta)$

$\therefore\ \overline{AC}=|\cot\theta|$

9、(E) 下列何者無意義？ (A) $\sin 360°$ (B) $\cos 90°$ (C) $\tan 0°$

(D) $\cot 270°$ (E) $\sec 450°$

解析：$\sec 450°=\dfrac{\sin 90°}{\cos 90°}$ 無意義



10、($\begin{matrix}\text{AB}\\\text{CD}\end{matrix}$)(複選)如圖所示，$\angle BAC=90°,\ \ \overline{AD}\perp\overline{BC}$ ，則下列何者正確？(A) $\overline{AD}=\overline{AB}\sin B$ (B) $\overline{BD}=\overline{AB}\cos B$

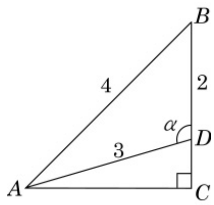
(C) $\overline{CD}=\overline{AC}\cos C$ (D) $\overline{AD}=\overline{BD}\tan B$ (E) $\overline{AC}=\overline{CD}\csc C$

解析：利用定義得知 (E) $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{CD}}=\sec C$ ，故答案爲(A)(B)(C)(D)。

二、填充題 (每題 10 分)

1、如圖已知，$\overline{AB}=4,\ \overline{AD}=3,\ \overline{BD}=2$ ，又$\overline{AC}$垂直$\overleftrightarrow{BD}$於 C，則

(1) $\cos(\angle ADB)=$______；(2) $\tan(\angle BAC)=$______ 。



答案：(1) $-\dfrac{1}{4}$ (2) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

解析：令$\angle ADB=\alpha$ $\therefore\ \cos\alpha=\dfrac{2^2+3^2-4^2}{2\times2\times3}=-\dfrac{1}{4}$ $\therefore\ \sin\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$\overline{AD}=3$ $\therefore\ \overline{AC}=\overline{AD}\cdot\sin(\pi-\alpha)=\overline{AD}\cdot\sin\alpha=\dfrac{3}{4}\sqrt{15}$

$\overline{CD}=\overline{AD}\cdot\cos(\pi-\alpha)=\overline{AD}\cdot(-\cos\alpha)=\dfrac{3}{4}$ $\therefore\ \tan(\angle BAC)=\dfrac{\frac{3}{4}+2}{\frac{3}{4}\sqrt{15}}=\dfrac{11}{45}\sqrt{15}$

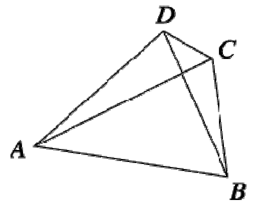
2、在$\triangle ABC$中，$\angle A=120°$，又$\overline{BC}=6$ ，則外接圓半徑 $R=$______，又知$\overline{AC}=2\sqrt{6}$ ，則$\angle C=$______ 。

答案：$2\sqrt{3}$，$15°$

解析：$\dfrac{6}{\sin 120°}=2R$ $\therefore\ R=2\sqrt{3}$，$\dfrac{2\sqrt{6}}{\sin B}=2R=4\sqrt{3}$

$\therefore\ \sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore\ \angle B=45°$或$135°$ (不合) $\therefore\ \angle C=15°$

3、如圖四邊形 $ABCD$，已知 $\angle DAC=15°,\ \angle CAB=30°,\ \angle ABD=60°,\ \angle DBC=15°$ 又 $\overline{AB}=10$，則 $\overline{CD}=$______，$\overline{AC}=$______。



$\boxed{答案}$：$10(2-\sqrt{3})$, 10

$\boxed{解析}$：$\because \angle DAC=\angle DBC=15°$ $\quad\therefore ABCD$ 四點共圓，過 $ABCD$ 作一圓

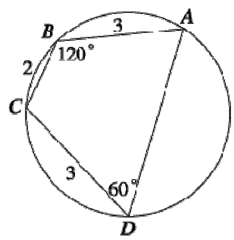
設半徑爲 R，

$\angle ADB=180°-(15°+30°+60°)=75°$

$\angle ABC=60°+15°=75°$

$\therefore \dfrac{\overline{AB}}{\sin 75°}=\dfrac{\overline{CD}}{\sin 15°}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin 75°}=2R$ $\qquad \therefore \overline{AC}=\overline{AB}=10,\ \overline{CD}=10(2-\sqrt{3})$

4、圓內接四邊形 $ABCD$，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=2$，$\overline{CD}=3$，$\angle ABC=120°$，則 $\overline{AD}=$ ________



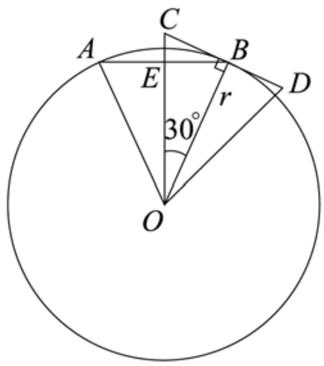
$\boxed{解析}$：$\overline{AC}^2=3^2+2^2-2\times 3\times 2\times\cos 120°=19$ $\quad\therefore \overline{AC}=\sqrt{19}$

又 $\angle ADC=60°$，設 $\overline{AD}=x$

$\therefore \overline{AC}^2=3^2+x^2-2\times 3\cdot x\cdot\cos 60°$

$x^2-3x-10=0$，$(x-5)(x+2)=0$ $\quad\therefore x=5$ 或 -2 $\quad\therefore \overline{AD}=5$

5、圓外切正六邊形與內接正六邊形面積之比爲______。



$\boxed{答案}$：4：3

$\boxed{解析}$：$\triangle OCD$ 與 $\triangle OAB$ 分別爲圓外切正六邊形與圓內接正六邊形的 $\dfrac{1}{6}$ 部分面積，

$\therefore \angle COB=30°,\ \overline{BC}=\dfrac{r}{\sqrt{3}},\ \overline{BE}=\dfrac{1}{2}r,\ \overline{OE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}r$

$\therefore$圓外切正六邊形面積：圓內接正六邊形面積

$=6\triangle OCD：6\triangle OAB=(6\cdot\dfrac{2r}{\sqrt{3}}\times r\cdot\dfrac{1}{2})：(6\times\dfrac{1}{2}\cdot r\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}r)=4：3$

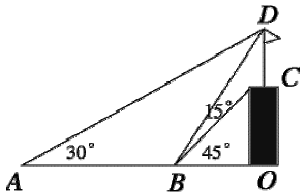
6、化成角度爲 θ 的三角函數：

(1) $\cos(270°+\theta)=$______。(2) $\cot(900°-\theta)=$______。

(3) $\sin(\theta-450°)=$______。(4) $\tan(3600°-\theta)=$______。

$\boxed{答案}$：(1) $\sin\theta$ (2) $-\cot\theta$ (3) $-\cos\theta$ (4) $-\tan\theta$

7、屋頂上豎立一旗桿。今在地面上一點 A 處，測得旗桿頂之仰角爲 30°，向屋子走近 2 公尺到達 B 點後，測得旗桿頂之仰角爲 60°，屋頂之仰角爲 45°，試求旗桿之長。



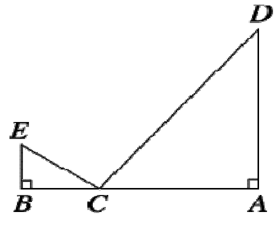
$\boxed{答案}$：$\sqrt{3}-1$ 公尺

$\boxed{解析}$：設旗桿長 h 公尺，屋子高 k 公尺 $\therefore \overline{OC}=\overline{BO}=k$

$\therefore \overline{DC}=\sqrt{3}k-k=h$

$\sqrt{3}(\sqrt{3}k)=2+k$ $\quad\therefore k=1$ $\qquad\therefore h=\sqrt{3}-1$ 公尺

8、如圖，$\overline{AC}=2\overline{BC},\ \overline{AD}\perp\overline{AB},\ \overline{EB}\perp\overline{AB},\ \angle ECB=30°,\ \angle DCA=60°$，則 $\overline{AD}:\overline{EB}=$______。

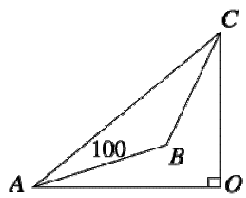


$\boxed{答案}$：$6:1$

$\boxed{解析}$：設 $\overline{BC}=h,\ \overline{AC}=2h \quad \therefore \overline{BE}=h\tan 30^\circ=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$

$\overline{AD}=2h\cdot\tan 60^\circ=2\sqrt{3}h \quad \therefore \overline{AD}:\overline{EB}=6:1$

9、如圖 $\angle CAO=60^\circ,\ \angle BAO=15^\circ,\ \overline{AB}=100,\ \angle ABC=120^\circ$，則 $\overline{BC}=$______，又 $\overline{OC}=$_____。



$\boxed{答案}$：$100(\sqrt{3}+1)$，$75(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

$\boxed{解析}$：$\because \angle CAO=60^\circ,\ \angle BAO=15^\circ \quad \therefore \angle CAB=45^\circ$

又 $\angle ABC=120^\circ,\ \overline{AB}=100 \quad \therefore \dfrac{\overline{BC}}{\sin 45^\circ}=\dfrac{100}{\sin 15^\circ}$

$\therefore \overline{BC}=100(\sqrt{3}+1)$，$\overline{AC}=\dfrac{100\times\sin 120^\circ}{\sin 15^\circ}=50(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$

$\therefore \overline{OC}=\overline{AC}\cdot\sin 60^\circ=75(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

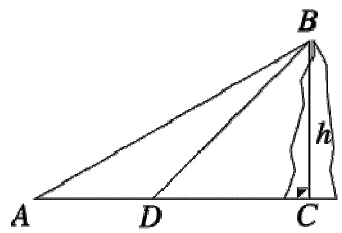
10、$\triangle ABC$ 中，M 爲 $\overline{BC}$ 之中點，且 $\overline{BC}=6,\ \overline{AC}=3,\ \overline{AB}=5$，則 $\overline{AM}=$______，$\cos(\angle AMB)=$______。

$\boxed{答案}$：$2\sqrt{2}$，$-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$\boxed{解析}$：$\because \overline{AM}$ 爲中線，設 $\overline{AM}=x$，$\therefore (2x)^2+6^2=2(3^2+5^2)$

$\therefore x=\pm 2\sqrt{2}$ (負不合) $\quad \therefore \overline{AM}=2\sqrt{2}$，$\cos(\angle AMB)=\dfrac{3^2+(2\sqrt{2})^2-5^2}{2\times 3\times 2\sqrt{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

11、如圖欲測量山高 h，先自山腳外一點 A，測出山的仰角爲 30°，向山走 30 公尺後到達 D，再測出其仰角爲 45°，則山的高度爲______公尺。



$\boxed{答案}$：$15(\sqrt{3}+1)$

$\boxed{解析}$：設山高爲 h 公尺 $\quad \therefore \overline{CD}=h,\ \overline{AC}=\sqrt{3}h$

$\therefore 30=\sqrt{3}h-h \quad \therefore h=15(\sqrt{3}+1)$

12、求 1732° 之最小正同界角爲______，與最大負同界角爲______。

$\boxed{答案}$：292°，-68°

13、在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=a,\ \overline{CA}=b,\ \overline{AB}=c$。若 $a-2b+c=0,\ 3a+b-5c=0$，試求 $\sin A:\sin B:\sin C,\ \ \cos A:\cos B:\cos C$。

$\boxed{答案}$：(1) $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=9:8:7$ (2) $\cos A:\cos B:\cos C=6:11:14$

$\boxed{解析}$：已知 $\begin{cases} a-2b+c=0\cdots\cdots ① \\ 3a+b-5c=0\cdots\cdots ② \end{cases}$

①＋② $\times 2$，得 $7a-9c=0\Rightarrow 7a=9c$，令 $a=9k,\ c=7k$，代入②中，得 $b=8k$

$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=9:8:7$

$$\cos A:\cos B:\cos C=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}:\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}:\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$
$$=a(b^2+c^2-a^2):b(c^2+a^2-b^2):c(a^2+b^2-c^2)$$
$$=(9k\cdot 32k^2):(8k\cdot 66k^2):(7k\cdot 96k^2)=6:11:14$$

14、設 $P(-4,3)$ 爲直角坐標系上一點，O 爲原點，$\overline{OP}$ 與 x 軸正向夾角爲 θ，求

$\dfrac{4\tan\theta+5\cos\theta}{3\cot\theta+1}=$＿＿＿＿＿＿。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{7}{3}$

$\boxed{解析}$：$r=\overline{OP}=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$

$\tan\theta=\dfrac{y}{x}=\dfrac{3}{-4};\ \cos\theta=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-4}{5};\ \cot\theta=\dfrac{x}{y}=\dfrac{-4}{3}$

$\dfrac{4\tan\theta+5\cos\theta}{3\cot\theta+1}=\dfrac{4\times(-\frac{3}{4})+5\times(-\frac{4}{5})}{3\times(-\frac{4}{3})}=\dfrac{7}{3}$

15、試求下列各值：

(1) $\sin 855^\circ+\tan 780^\circ-\sec 330^\circ+\cos 180^\circ=$＿＿＿。

(2) $\tan 675^\circ\times\sin 1290^\circ-\csc 300^\circ\times\sin 270^\circ=$＿＿＿。

$\boxed{答案}$：(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}-1$　(2) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\boxed{解析}$：(1) $\sin 135^\circ+\tan 60^\circ-\sec 30^\circ+(-1)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}-1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}-1$

(2) $(-\tan 45^\circ)\times(-\sin 30^\circ)-(-\csc 60^\circ)\times(-1)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

16、設θ為銳角，$\sin\theta$, $\cos\theta$為$x^2-(6k-1)x+k=0$的二根，則$k=$＿＿＿。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{7}{18}$

$\boxed{解析}$：$\sin\theta+\cos\theta=6k-1,\ \sin\theta\cos\theta=k$，$\therefore (6k-1)^2=1+2k$　$\therefore k=0$ (不合)或$\dfrac{7}{18}$

17、一人在山麓測得山頂之仰角為30°，由此處上山有一直線斜坡路，與地面的斜度是15°，此人沿此坡走 50 公尺，又測得山頂之仰角為60°，則山高為＿＿＿公尺。

$\boxed{答案}$：$25\sqrt{2}$

$\boxed{解析}$：設山高為$h+50\sin 15^\circ$

$\therefore \sqrt{3}(h+50\sin 15^\circ)=\dfrac{h}{\sqrt{3}}+50\cos 15^\circ$　$\therefore h=\dfrac{25}{2}(3\sqrt{2}-\sqrt{6})$　$\therefore$山高為$25\sqrt{2}$公尺。

18、設$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{6}{5}$，則$\dfrac{\sin\theta}{1-\cot\theta}+\dfrac{\cos\theta}{1-\tan\theta}=$＿＿＿。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{6}{5}$

$\boxed{解析}$：$\dfrac{\sin\theta}{1-\cot\theta}+\dfrac{\cos\theta}{1-\tan\theta}=\dfrac{\sin^2\theta}{\sin\theta-\cos\theta}+\dfrac{\cos^2\theta}{\cos\theta-\sin\theta}=\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{6}{5}$

19、設a, b, c分別表示$\triangle ABC$中，$\angle A, \angle B, \angle C$之對邊邊長，設$\triangle ABC$中，$a=5,\ b=6,\ c=7$，求$(b+c)\cos A+(c+a)\cos B+(a+b)\cos C=$＿＿＿。

$\boxed{答案}$：18

$\boxed{解析}$：投影定理：$b\cos A+a\cos B=c$　$c\cos B+b\cos C=a$　$a\cos C+c\cos A=b$

$\therefore (b+c)\cos A+(c+a)\cos B+(a+b)\cos C=a+b+c=18$

20、 $\cos 47°20' = 0.7373,\ \cos 47°30' = 0.7353$ ，若 $\sin\theta = -0.7359$ 且 $180° < \theta < 270°$ ，則 $\theta =$ ________ 。

答案： $222°33'$

解析：

θ	$\cos\theta$
$47°20'$	0.7373
x	0.7359
$47°30'$	0.7353

$\dfrac{x - 47°20'}{10'} = \dfrac{-0.0014}{-0.0020} \Rightarrow x = 47°27'$ ， $\therefore \sin\theta = -0.7359 = -\cos 47°27'$

且 $180° < \theta < 270°$ ， $\therefore \theta = 270° - 47°27' = 222°33'$

21、設 $x^2 + (\tan\theta + \cot\theta)x + 1 = 0$ 有一根爲 $2-\sqrt{5}$，則 $\sin\theta\cos\theta =$ ______，又另一根爲______。

答案： $\dfrac{\sqrt{5}}{10},\ -(2+\sqrt{5})$

解析：有一根爲 $2-\sqrt{5}$ ，另一根爲 β $\therefore (2-\sqrt{5})\beta = 1$ $\therefore \beta = -(2+\sqrt{5})$

$\therefore -(\tan\theta + \cot\theta) = 2 - \sqrt{5} + \beta = -2\sqrt{5}$ $\therefore \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \tan\theta + \cot\theta = 2\sqrt{5}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{2\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{10}$

22、設 $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{7}{5}$ ，且 $0° < \theta < 45°$,則(1) $\sin\theta\cos\theta =$ ______, (2) $\sin\theta - \cos\theta =$ ______, (3) $\tan\theta + \cot\theta =$ ______, (4) $\sin^3\theta + \cos^3\theta =$ ______ 。

答案：(1) $\dfrac{12}{25}$ (2) $-\dfrac{1}{5}$ (3) $\dfrac{25}{12}$ (4) $\dfrac{91}{125}$

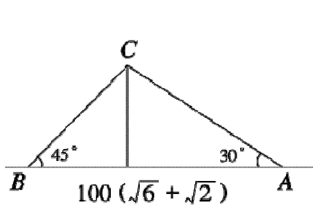
解析： $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{7}{5}$ $\therefore 2\sin\theta\cdot\cos\theta = \dfrac{49}{25} - 1$ $\therefore \sin\theta\cdot\cos\theta = \dfrac{12}{25},\ (\sin\theta - \cos\theta)^2 = \dfrac{1}{25}$

$\because 0° < \theta < 45°$ $\therefore \sin\theta < \cos\theta$ $\therefore \sin\theta - \cos\theta = -\dfrac{1}{5}$

$\tan\theta + \cot\theta = \dfrac{1}{\sin\theta\cdot\cos\theta} = \dfrac{25}{12}$ ；

$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(1 - \sin\theta\cos\theta) = \dfrac{7}{5}\times\dfrac{13}{25} = \dfrac{91}{125}$

23、有一人在一塔的正東 A 處，測得塔頂 C 的仰角爲 $30°$ ，他走到塔的正西 B 處，再測得塔頂的仰角爲 $45°$，若 A, B 的距離爲 $100(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ 公尺，則塔高爲______公尺。



答案： $100\sqrt{2}$

解析：設塔高 h 公尺，

$h\cdot\cot 45° + h\cdot\cot 30° = 100(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ $\therefore h = 100\sqrt{2}$

24、在 xy 平面上，以 x 軸之正向爲始邊作一廣義角 θ ，其終邊上有一點爲 $p(4,-4\sqrt{3})$ ，則 $\sin\theta =$ ______ ，若 $0 \le \theta \le 360°$ ，則 $\theta =$ ______ 。

$\boxed{\text{答案}}$：$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $300°$

$\boxed{\text{解析}}$：$\sin\theta=\dfrac{-4\sqrt{3}}{8}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\theta=300°$

25、$\triangle ABC$ 中，若 $\log_3(a+b+c)+\log_3(b+c-a)=1+\log_3 b+\log_3 c$ ，則 $\angle A=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：$60°$

$\boxed{\text{解析}}$：$\log_3(a+b+c)(b+c-a)=\log_3 3\times b\times c$

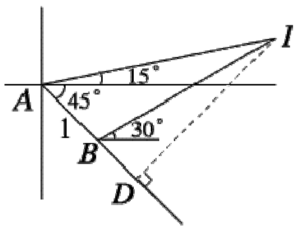
$\therefore (b+c)^2-a^2=3bc$ ，$\therefore b^2+c^2-a^2=bc$

$\therefore \cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \angle A=60°$

26、海中有一島其四周 3 浬處佈滿水雷，有一船艦在 A 點見島在其東$15°$北，該船艦由 A 由東南方行駛 1 浬，再次測得島在其東$30°$北，若船艦方向不變繼續前進，是否安全？答：______。

$\boxed{\text{答案}}$：船艦是安全的

$\boxed{\text{解析}}$：



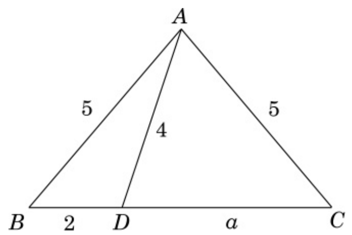
$\angle ABI=105°$, $\angle IAB=60°$

$\because \dfrac{1}{\sin 15°}=\dfrac{\overline{AI}}{\sin 105°}$ $\quad\therefore \overline{AI}=2+\sqrt{3}$

$\therefore$設 $\overline{ID}\perp\overline{AB}$ 於 D $\quad\therefore \overline{ID}=\overline{AI}\cdot\sin 60°=(\sqrt{3}+\dfrac{3}{2})\fallingdotseq 3.23>3$

$\therefore$船艦是安全的

27、如圖所示$\triangle ABC$ 中，D 爲邊 $\overline{BC}$ 上一點， 且 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$, $\overline{AD}=4$, $\overline{BD}=2$, $\overline{DC}=a$ ，則 $a=$________。



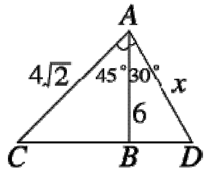
$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{9}{2}$

$\boxed{\text{解析}}$：由餘弦定律：

$\cos B=\dfrac{2^2+5^2-4^2}{2\cdot 2\cdot 5}=\dfrac{5^2+(2+a)^2-5^2}{2\cdot 5\cdot(2+a)}\Rightarrow\dfrac{13}{2}=\dfrac{a^2+4a+4}{2+a}$

$\therefore a=\dfrac{9}{2}$

28、如圖$\triangle ACD$，B 爲 $\overline{CD}$ 上一點，且 $\angle CAB=45°$, $\angle BAD=30°$, $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=4\sqrt{2}$ ，則$\triangle ABC$ 的面積=______，$\overline{AD}=$______。



$\boxed{\text{答案}}$：12, $\dfrac{24(2\sqrt{3}+1)}{11}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\triangle ABC$ 的面積$=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=12$

設 $\overline{AD}=x$ $\quad\therefore \dfrac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 6\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot 6x\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot x\cdot(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4})$ $\quad\therefore x=\dfrac{24(2\sqrt{3}+1)}{11}$

29、若 $\cos\theta-\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ ，則無窮等比級數

$1+\sin\theta\cos\theta+\sin^2\theta\cos^2\theta+\sin^3\theta\cos^3\theta+\cdots=$______。

答案：$\dfrac{9}{5}$

解析：$(\cos\theta-\sin\theta)^2=\dfrac{1}{9}\Rightarrow 1-2\sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{1}{9}$, $\therefore \sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{4}{9}$

$\therefore$原式$=\dfrac{1}{1-\sin\theta\cdot\cos\theta}=\dfrac{1}{\frac{5}{9}}=\dfrac{9}{5}$

30、利用三角函數表與內插法求

(1)設θ爲銳角，$\cot\theta=2.699$，則$\theta=$______。(2)$\sin 69°17'=$______。

角度	sin	cos	tan	cot	sec	Csc	
20° 00'	.3420	.9397	.3640	2.747	1.064	2.924	70° 00'
10'	.3448	.9387	.3673	2.723	1.065	2.901	50'
20'	.3475	.9733	.3706	2.699	1.066	2.878	40'
30'	.3502	.9367	.3739	2.675	1.068	2.855	30'
40'	.3529	.9356	.3772	2.651	1.069	2.833	20'
50'	.3557	.9346	.3805	2.628	1.070	2.812	10'
21° 00'	.3584	.9336	.3839	2.605	1.071	2.790	69° 00'
10'	.3611	.9325	.3872	2.583	1.072	2.769	50'
20'	.3638	.9315	.3906	2.560	1.074	2.749	40'
30'	.3665	.9304	.3939	2.539	1.075	2.729	30'
40'	.3692	.9293	.3973	2.517	1.076	2.709	20'
50'	.3719	.9283	.4006	2.496	1.077	2.689	10'
	cos	sin	cot	tan	csc	sec	角度

答案：(1) $20°20'$　(2) 0.9353

解析：(1) $\cot\theta=2.699$　$\therefore \theta=20°20'$

(2) $\sin 69°10'=0.9346$

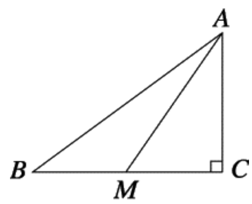
$\sin 69°17'=k$

$\sin 69°20'=0.9356$

$\therefore k=0.9353$

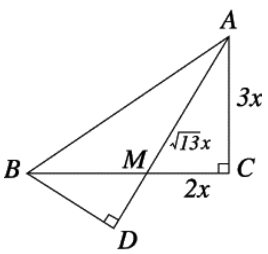
31、如圖三角形ABC，$\angle C=90°$，M爲$\overline{BC}$之中點，設$\theta=\angle BAC$，

已知$\sin\theta=\dfrac{4}{5}$，則$\tan(\angle BAM)=$______。



答案：$\dfrac{6}{17}$

解析：



$\because \sin\theta=\dfrac{4}{5}$　$\therefore \overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=5:4:3$

$\because M$爲$\overline{BC}$中點　$\therefore \overline{AC}:\overline{CM}=3:2$

延長$\overline{AM}$，過B作$\overline{BD}\perp\overline{AM}$於$D$　，$\therefore \dfrac{\overline{BM}}{\sqrt{13}}=\dfrac{\overline{BD}}{3}=\dfrac{\overline{DM}}{2}$

設$\overline{AC}=3x,\ \overline{CM}=2x$，$\overline{BM}=2x,\ \overline{BD}=\dfrac{6x}{\sqrt{13}},\ \overline{DM}=\dfrac{4x}{\sqrt{13}}$

$$\therefore \tan(\angle BAM) = \frac{\frac{6}{\sqrt{13}}x}{\sqrt{13}x + \frac{4x}{\sqrt{13}}} = \frac{6}{17}$$

32、在$\triangle ABC$中，a, b, c分別表$\angle A, \angle B, \angle C$的對邊長，若$(b+c):(c+a):(a+b)=4:5:6$，則$\sin A : \sin B : \sin C =$ ______ 。

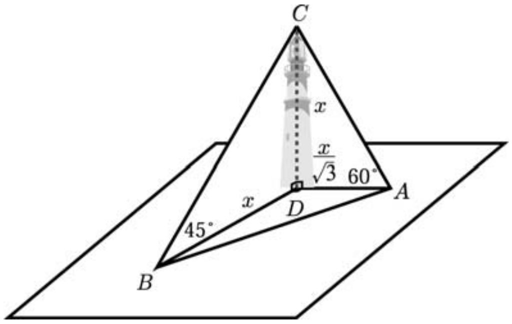
答案：$7:5:3$

解析：設$b+c=4k, c+a=5k, a+b=6k$，三式相加$\Rightarrow a+b+c=\frac{15k}{2}$

$$\therefore a=\frac{7k}{2}, b=\frac{5k}{2}, c=\frac{3k}{2} \Rightarrow a:b:c=7:5:3=\sin A:\sin B:\sin C$$

33、有一人在一塔的正東A處，測得塔頂的仰角爲$60°$。他走到塔的正南B處，再測得塔頂的仰角爲$45°$。若A，B的距離爲300公尺，試求塔高。

答案：如圖，設塔高$\overline{CD}=x$公尺，則$\overline{AD}=x\cot 60°=\frac{x}{\sqrt{3}}$(公尺)，$\overline{BD}=x\cot 45°=x$ (公尺)



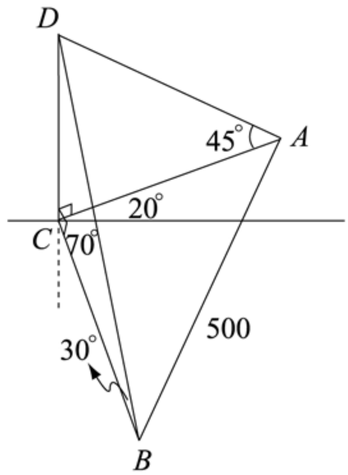
在直角三角形ABD中，$\overline{AD}^2+\overline{BD}^2=\overline{AB}^2$

即$(\frac{x}{\sqrt{3}})^2+x^2=300^2 \Rightarrow \frac{4}{3}x^2=300^2$

$$\Rightarrow x^2=\frac{3}{4}\cdot 300^2 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 300=150\sqrt{3}$$

答：塔高$150\sqrt{3}$公尺

34、地平面上，在塔之東$20°$北的A處和東$70°$南的B處，分別測得塔頂的仰角爲$45°$和$30°$。若A, B的距離是500公尺，則塔高多少？



答案：

令$\overline{CD}=x, \therefore \overline{AC}=x, \overline{BC}=\sqrt{3}x$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{x^2+(\sqrt{3}x)^2}=2x=500$

$\therefore x=250$（公尺），$\therefore$塔高$=x=250$（公尺）

35、(1)化簡$\frac{\sin(270°+\theta)\cdot\csc(-\theta)\cdot\tan(180°-\theta)}{\cos(90°-\theta)\cdot\sec(\theta-90°)}$。

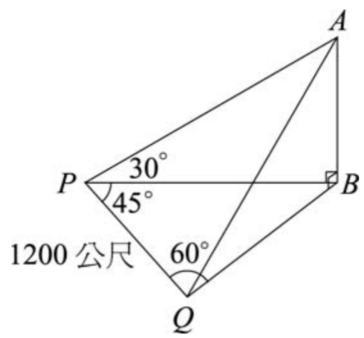
(2)若θ爲第四象限角且$\cos\theta=\frac{3}{4}$，求(1)之值。

答案：(1) $-\frac{\cos\theta\cdot\tan\theta}{\sin\theta}$ (2) -1

解析： (1)原式$=\frac{(-\cos\theta)\cdot(-\csc\theta)\cdot(-\tan\theta)}{\sin\theta\cdot\csc\theta}=-\frac{\cos\theta\cdot\tan\theta}{\sin\theta}$

(2)原式 $=-\frac{\cos\theta\cdot\tan\theta}{\sin\theta}=\frac{\frac{3}{4}\cdot(-\frac{\sqrt{7}}{3})}{(-\frac{\sqrt{7}}{4})}=-1$

36、兩觀測站P, Q相距1200公尺，飛機A在地面B點的正上方，在P測得A的仰角爲$30°$，$\angle BPQ=45°$，在Q測得



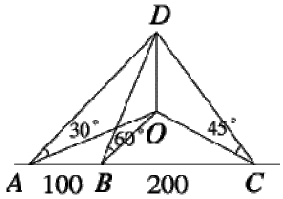
$\angle BQP=60°$，則飛機的高度為多少公尺？

$\boxed{答案}$：

令高度$=x$公尺，$\therefore \overline{PB}=\sqrt{3}x$；$\therefore \dfrac{\sqrt{3}x}{\sin 60°}=\dfrac{1200}{\sin 75°}$

$\therefore \sqrt{3}x\cdot(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4})=1200\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore x=\dfrac{2400}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=600(\sqrt{6}-\sqrt{2})$（公尺）

37、由地面上共線之三點 A, B, C，且 B 在 A, C 之間，測得不在沿線上的一座山之山頂之仰角依次為$30°$, $60°$, $45°$，若$\overline{AB}=100$公尺，$\overline{BC}=200$公尺，則山高為多少公尺？



$\boxed{答案}$：

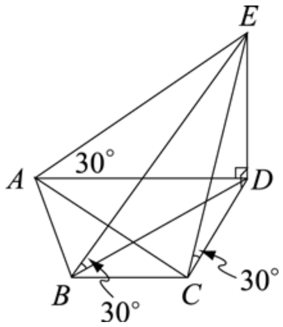
設山高$\overline{DO}=h$公尺

$\therefore \overline{AO}=\sqrt{3}h,\ \overline{BO}=\dfrac{h}{\sqrt{3}},\ \overline{CO}=h$

$\therefore \cos(\angle OBA)+\cos(\angle OBC)=0$

$\therefore \dfrac{100^2+(\frac{h}{\sqrt{3}})^2-(\sqrt{3}h)^2}{2\times100\times\frac{h}{\sqrt{3}}}+\dfrac{200^2+(\frac{h}{\sqrt{3}})^2-h^2}{2\times200\times\frac{h}{\sqrt{3}}}=0$，$h=100$，$\therefore$山高為 100 公尺

38、在平面上三點 A, B, C，測得一山頂的仰角均為$30°$，若$\angle BAC=30°$且$\overline{BC}=200$公尺，則山高是多少？



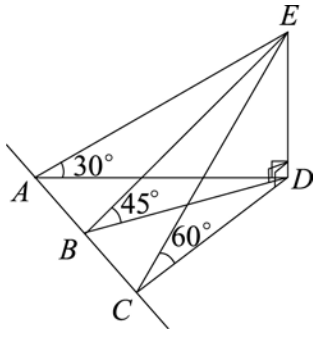
$\boxed{答案}$：

$\because$仰角皆為$30°$，$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$，$\therefore A, B, C$共圓

令$\overline{DE}=x,\ \overline{AD}=\sqrt{3}x,\ \therefore \dfrac{200}{\sin30°}=2\cdot(\sqrt{3}x)$，

$\therefore 200x=\sqrt{3}x,\ \therefore x=\dfrac{200}{\sqrt{3}}$，$\therefore$山高為$\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$公尺

39、由一直線上相異三點 A, B, C 測得一高塔的仰角分別為$30°, 45°, 60°$，若$\overline{AB}=\overline{BC}=600$公尺，則此高塔高度是多少？



$\boxed{答案}$：

令$\overline{DE}=\sqrt{3}x$，$\therefore \overline{AD}=3x,\ \overline{BD}=\sqrt{3}x,\ \overline{CD}=x$

利用中線長定理$\therefore (3x)^2+x^2=2[(\sqrt{3}x)^2+600^2]$，

$\therefore 4x^2=2\times600\times600$

$\therefore x=300\sqrt{2}$（負不合），$\therefore$塔高$=\sqrt{3}x=300\sqrt{6}$（公尺）