高雄市明誠中學 高三數學複習測驗 日期：95.10.23					
範圍	Book2 Chap 1 指數對數(2)	班級 座號	普三 班	姓名	

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(B)設 $y=2^x$ 與二直線 $y=1, y=4$ 的交點為 P 與 Q，則 $\overline{PQ}$ 的長等於 (A)3 (B)$\sqrt{13}$ (C)2 (D)8

解析：$2^x=1\Rightarrow x=0$，P 點坐標為 $(0,1)$；$2^4=1\Rightarrow x=2$，Q 點坐標為 $(2,4)$

$\overline{PQ}=\sqrt{(2-0)^2+(4-1)^2}=\sqrt{13}$

2、(BE)(複選)下列敘述何者正確？

(A) $y=2^x$ 與 $y=2^{-x}$ 的圖形對稱於x軸

(B) $y=2^x$ 與 $y=\log_2 x$ 的圖形對稱於直線 $y=x$

(C) $y=\log_2 x$ 與 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形對稱於y軸

(D) $y=2^x$ 與 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 相交於一點

(E) $y=2^{-x}$ 與 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形對稱於直線 $y=x$

解析：(A)應對稱於 y 軸 (B) $y=\log_2 x\Rightarrow x=2^y$，兩圖形對稱於直線 $y=x$ 故正確。

(C)應對稱於 x 軸 (D)不相交 (E)與(B)同

3、(E) $\log x=-1.2345$，則下列何者為真 (A) $\log x$ 的首數為-1 (B) $\log x$ 的尾數為 0.2345 (C)小數 x 從小數點向右第 1 位出現非 0 之數字 (D)小數 x 從小數點向右第一個出現非 0 之數字為 1 (E) $\frac{1}{100}<x<\frac{1}{10}$

解析：$\log x=-1.2345=-2+0.7655$

$\therefore$首數為-2，尾數為 0.7655，小數點後第二位出現非 0 之數字 k

$\because \log 5=0.6990,\ \log 6=0.7781\quad \log 5<0.7655<\log 6\ \Rightarrow x=5.\cdots\times10^{-2}\quad \therefore k=5$

$\because -2<\log x<-1\quad \therefore \frac{1}{100}<x<\frac{1}{10}$

4、(D) 統計學家克利夫蘭對人體的眼睛詳細研究後發現：我們的眼睛看到圖形面積的大小與此圖形實際面積的0.7次方成正比。例如：大圖形是小圖形的3倍，眼睛感覺到的只有 $3^{0.7}$ (約2.16)倍。觀察某個國家地圖，感覺全國面積約為某縣面積的10倍，試問這國家的實際面積大約是該縣面積的幾倍？(已知 $\log 2\doteqdot 0.3010,\ \log 3\doteqdot 0.4771,\ \log 7\doteqdot 0.8451$)

(A)18 倍 (B)21 倍 (C)24 倍 (D)27 倍 (E)36 倍

解析：設這個國家的實際面積為該縣面積的 a 倍，則 $a^{0.7}=10$，兩邊取 log，

$\log a^{0.7}=1\Rightarrow 0.7\log a=1\Rightarrow \log a=\frac{1}{0.7}\doteqdot 1.4286$

$\Rightarrow a=10^{1.4286}=10\times10^{0.4286}\geq 10\times(10^{0.8451})^{\frac{1}{2}}=10\times\sqrt{7}$，故 a 最接近 27

5、(E) 在養分充足的情況下，細菌的數量會以指數函數的方式成長，假設細菌 A 的數量每兩個小時可以成長為兩倍，細菌 B 的數量每三個小時可以成長為三倍。若養分充足且一開始兩種細菌的數量相等，則大約幾小時後細菌 B 的數量除以細

菌 A 的數量最接近 10？

(A)24 小時 (B)48 小時 (C)69 小時 (D)96 小時 (E)117 小時

解析：設開始兩種細菌的數量均為 x，

則 t 小時後細菌 A 的數量為 $x\cdot 2^{\frac{t}{2}}$，細菌 B 的數量為 $x\cdot 3^{\frac{t}{3}}$。

$\Rightarrow \dfrac{x\cdot 3^{\frac{t}{3}}}{x\cdot 2^{\frac{t}{2}}}=10 \Rightarrow 3^{\frac{t}{3}}=10\cdot 2^{\frac{t}{2}} \Rightarrow \log 3^{\frac{t}{3}}=\log 10\cdot 2^{\frac{t}{2}} \Rightarrow \dfrac{t}{3}\log 3=\log 10+\dfrac{t}{2}\log 2$

$\Rightarrow t(\dfrac{1}{3}\log 3-\dfrac{1}{2}\log 2)=1 \Rightarrow t=\dfrac{1}{\frac{1}{3}\times 0.4771-\frac{1}{2}\times 0.3010}\approx 117.2$，故應選(E)。

6、(C) 地震規模的大小通常用芮氏等級來表示。已知芮氏等級每增加 1 級，地震震幅強度約增加為原來的 10 倍，能量釋放強度則約增加為原來的 32 倍。現假設有兩次地震，所釋放的能量約相差 100,000 倍，依上述性質則地震震幅強度約相差幾倍？請選出最接近的答案。 (A)10 倍 (B)100 倍 (C)1000 倍 (D)10000 倍

解析：$100000=32^{x} \Rightarrow \log 100000=\log 32^{x}$

$\Rightarrow 5=x\log 32=x\log 2^{5}=5x\log 2$

$\Rightarrow 1=x\log 2$

$\Rightarrow x=\dfrac{1}{\log 2}=\dfrac{1}{0.3010}\approx 3.32$

此兩次約差 3.32 級，地震震幅強度約差 $10^{3.32}\approx 10^{3}=1000$ 倍，故應選(C)。

7、(D) 根據統計資料，在 A 小鎮當某件訊息發布後，t 小時之內聽到該訊息的人口是全鎮人口的 $100(1-2^{-kt})\%$，其中 k 是某個大於 0 的常數。今有某訊息，假設在發布後 3 小時之內已經有 70%的人口聽到該訊息。又設最快要 T 小時後，有 99%的人口已聽到該訊息，則 T 最接近下列哪一個選項？

(A)5 小時 (B) $7\dfrac{1}{2}$ 小時 (C)9 小時 (D) $11\dfrac{1}{2}$ 小時 (E)13 小時

解析：t 小時之內聽到該訊息的人口是全鎮人口的 $100(1-2^{-kt})\%$，

3 小時之內已經有 70%的人口聽到該訊息，$100(1-2^{-3k})=70$

$\Rightarrow 1-2^{-3k}=\dfrac{7}{10} \Rightarrow 2^{-3k}=\dfrac{3}{10} \Rightarrow 2^{-k}=(\dfrac{3}{10})^{\frac{1}{3}}$

取 $\log \Rightarrow -3k\log 2=\log 3-1 \Rightarrow k=\dfrac{1-\log 3}{3\log 2}$

T 小時後，$100(1-2^{-kT})\ge 99$，故 $1-2^{-kT}\ge \dfrac{99}{100} \Rightarrow 2^{-kT}\le \dfrac{1}{100}$

$\Rightarrow [(\dfrac{3}{10})^{\frac{1}{3}}]^{T}\le \dfrac{1}{100}$，取 $\log \Rightarrow \dfrac{T}{3}(\log 3-1)\le -2 \Rightarrow T\ge \dfrac{6}{1-\log 3}\approx 11\dfrac{1}{2}$

二、填充題 (每題 10 分)

1、解 $\log_3(\log_2 x)-2\log_9(\log_4 10)=1$，則 $x=$______。

答案：$\sqrt[3]{10}$

解析：$\log_3(\log_2 x)-2\log_9(\log_4 10)=1 \Rightarrow \log_3(\log_2 x)-\dfrac{2}{2}\log_3(\log_4 10)=1 \Rightarrow \log_3(\dfrac{\log_2 x}{\log_4 10})=1$

$\therefore \dfrac{\log_2 x}{\log_4 10}=3 \Rightarrow \log_2 x = 3\log_4 10 \Rightarrow \log_2 x=\dfrac{3}{2}\log_2 10$，

$\therefore \log_2 x=\log_2 10^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x=10^{\frac{3}{2}}=\sqrt[3]{10}$

2、解 $x^{2\log x}=\dfrac{1000}{x}$，則 $x=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：$10,\ \dfrac{1}{10\sqrt{10}}$

$\boxed{\text{解析}}$：取 log $\Rightarrow \log(x^{2\log x})=\log(\dfrac{1000}{x})$

$\Rightarrow 2\log x\cdot\log x=\log 1000-\log x$

令 $\log x=t \quad \therefore 2t^2=3-t \Rightarrow 2t^2+t-3=0 \Rightarrow (2t+1)(t-1)=0$

$\therefore t=1$ 或 $-\dfrac{3}{2} \quad \therefore x=10$ 或 $\dfrac{1}{10\sqrt{10}}$

3、$5^{1+\log x}\cdot x^{\log 5}-11\cdot x^{\log 5}+2=0$，則 $x=$______或______。

$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{1}{10},\ 10^{\log_5 2}$

$\boxed{\text{解析}}$：設 $5^{\log x}=x^{\log 5}=t \quad \therefore 5t^2-11t+2=0 \quad \therefore t=\dfrac{1}{5}$ 或 2

$5^{\log x}=\dfrac{1}{5} \quad \therefore x=\dfrac{1}{10}$

$5^{\log x}=2 \quad \therefore \log x=\log_5 2 \quad \therefore x=10^{\log_5 2}$

4、已知 $\log 4.37=0.6405,\ \log 4.38=0.6415$，若 $\log x=-2.3588$，則 x 之值為__________。

$\boxed{\text{答案}}$：4.377×10^{-3}

$\boxed{\text{解析}}$：$\log 4.370=0.6405$

$\log 4.37x=0.6412$

$\log 4.380=0.6415$

$\dfrac{x}{10}=\dfrac{7}{10} \quad \because x=7$

$\log x=-3+0.6412=-3+\log 4.377=\log 4.377\times 10^{-3}$，$\therefore x=4.377\times 10^{-3}$

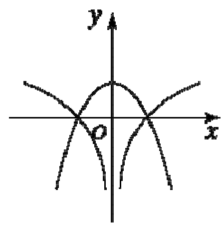
5、設 $\log A$ 的首數為 a(a 為奇數)，尾數為 α，則 $\log\sqrt{A}$ 的首數=_______，尾數 =_______。

$\boxed{\text{答案}}$：$\dfrac{a-1}{2};\ \dfrac{\alpha+1}{2}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\log A=a+\alpha$，$\log\sqrt{A}=\dfrac{1}{2}\log A=\dfrac{1}{2}(a+\alpha)=\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{2}\alpha$

$\because a$ 為奇數 $\quad \therefore \log\sqrt{A}=\underbrace{(\dfrac{1}{2}a-\dfrac{1}{2})}_{\text{首數}}+\underbrace{(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\alpha)}_{\text{尾數}}$

6、方程式 $x^2+\log|x|=1$ 有______個實數解。



$\boxed{\text{答案}}$：2

$\boxed{\text{解析}}$：

$\begin{cases} y=\log|x| \\ y=1-x^2 \end{cases}$ 圖形恰有二個交點 $\quad \therefore$ 方程式有二個實數解

7、某人於十年間，每年年初須付保險費 12000 元，若依 4%複利計算，十年後，此項保險費總數爲______元。($\log 1.04 = 0.0170,\ \log 1.479 = 0.170$)

$\boxed{答案}$：149448

$\boxed{解析}$：$12000[(1.04)^{10} + (1.04)^{9} + \cdots + (1.04)^{1}] = 12000 \cdot \dfrac{(1.04)[(1.04)^{10} - 1]}{1.04 - 1}$

$= 12000 \cdot 26 \cdot [1.479 - 1] = 149448$

8、(1)設 $x \in \mathbb{R}$，令 $t = 2^{x} + 2^{-x}$ ，則 t 的範圍爲______。

(2)設 $y = f(x) = (4^{x} + 4^{-x}) - 3(2^{x} + 2^{-x}) + 1$ 之最小値爲______。

$\boxed{答案}$：(1) $t \ge 2$　(2) -3

$\boxed{解析}$：(1) $t = 2^{x} + 2^{-x}$, $\dfrac{2^{x} + \dfrac{1}{2^{x}}}{2} \ge \sqrt{2^{x} \cdot \dfrac{1}{2^{x}}} = 1$　$\therefore t \ge 2$

(2) 因爲 $(2^{x} + 2^{-x})^{2} = 4^{x} + 2 + 4^{-x}$

$y = (t^{2} - 2) - 3t + 1 = t^{2} - 3t - 1 = (t - \dfrac{3}{2})^{2} - \dfrac{13}{4}$，但 $t \ge 2$　$\therefore y$ 之最小値爲 -3

9、解不等式 $\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \log_{5} x \ge -1$ ，則 x 的範圍爲______。

$\boxed{答案}$：$\sqrt[8]{5} \le x < 5$

$\boxed{解析}$：$0 < \log_{\frac{1}{2}} \log_{5} x \le 3$, $1 > \log_{5} x \ge (\dfrac{1}{2})^{3}$ ，$5 > x \ge 5^{\frac{1}{8}}$　$\therefore \sqrt[8]{5} \le x < 5$

10、某甲在股票市場裡買進賣出頻繁，假設每星期結算都損失該星期初資金的 1%，而第 n 星期結束後資金總損失已超過原始資金的一半，則 n 最小爲______。

（已知 $\log_{10} 2 = 0.3010,\ \ \log_{10} 3 = 0.4771,\ \ \log_{10} 11 = 1.0414$ ）

$\boxed{答案}$：69

$\boxed{解析}$：設原資金爲 x 元

$x \cdot (1 - 0.01)^{n} \le \dfrac{1}{2} x$

$\therefore (\dfrac{99}{100})^{n} \le \dfrac{1}{2}$　　(同取log)

$\therefore n(\log 99 - 2) \le -\log 2$

$\therefore n(2 - 2\log 3 - \log 11) \ge \log 2$

$\therefore n \cdot 0.0044 \ge 0.301$

$\therefore n \ge 68.4\cdots,\ \ \therefore n = 69$

11、解不等式 $\log_{0.5} x + 8\log_{x} \dfrac{1}{2} \ge 9$ ，則 x 的範圍爲______或______。

$\boxed{答案}$：$0 < x \le \dfrac{1}{256},\ \ \dfrac{1}{2} \le x \le 1$

$\boxed{解析}$：令 $t = \log_{0.5} x$　$\therefore \log_{x} \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{t},\ \ t + \dfrac{8}{t} \ge 9$

$\therefore t(t-1)(t-8) \ge 0$　$\therefore t \ge 8$ 或 $0 \le t \le 1 \Rightarrow \log_{0.5} x \ge 8$ 或 $0 \le \log_{0.5} x \le 1$

$\therefore 0 < x \le \dfrac{1}{256},\ \ \dfrac{1}{2} \le x \le 1$

12、設 $n\in\mathbb{N}$，$(n+1)^n$ 為 8 位數，則 $n=$______。

$\boxed{答案}$：8

$\boxed{解析}$：$7\le\log(n+1)^n<8$ $\quad\therefore 7\le n\log(n+1)<8$

$\because n\in\mathbb{N}$ $\quad\therefore 7\times\log 8<7$ (不合)，$8\times\log 9=7.6336$，$9\times\log 10=9$ (不合) $\quad\therefore n=8$

13、若 $2^{\log x}=3^{\log 2}$，則 $x=$______。

$\boxed{答案}$：3

$\boxed{解析}$：設 $2^{\log x}=3^{\log 2}$

$\therefore\log(2^{\log x})=\log(3^{\log 2})$

$\therefore\log x\cdot\log 2=\log 2\cdot\log 3$

$\therefore\log x=\log 3\Rightarrow x=3$

14、某食品實驗室混合甲、乙兩種菌類製成一種新食品。調查發現乙菌個數是甲菌個數的千倍以上時，新食品才受觀迎。又知道甲菌一日後增加一倍，乙菌增加三倍（成為原來的四倍）。現在取同數量的甲、乙兩種菌，讓它們同時繁殖。試問至少第______天後混合甲、乙兩種菌類才能製成受觀迎的食品。（已知 $\log 2=0.3010$）

$\boxed{答案}$：10

$\boxed{解析}$：設甲、乙的個數為 x 個

$\therefore x\cdot 4^n\ge 1000\cdot x\cdot 2^n\Rightarrow 2^n\ge 1000$

$\therefore n\cdot\log 2\ge\log 1000=3$

$\therefore n\ge 9.96$，$\therefore n=10$

15、解方程式 $(\log 5x)(\log 4x)=2$，得其兩根為 α,β，則 $\alpha\beta=$______。

$\boxed{答案}$：$\dfrac{1}{20}$

$\boxed{解析}$：令 $t=\log x$ $\quad\therefore(t+\log 5)(t+\log 4)=2$ 兩根為 $t_1=\log\alpha$，$t_2=\log\beta$

即 $t^2+(\log 4+\log 5)+(\log 4\cdot\log 5)-2=0$，$\therefore t_1+t_2=\log\alpha+\log\beta=\log\alpha\beta$

又 $t_1+t_2=-(\log 4+\log 5)=-\log 20=\log\dfrac{1}{20}$ $\quad\therefore\alpha\beta=\dfrac{1}{20}$

16、行政院長提出知識經濟，喊出 10 年內要讓台灣 double (加倍)，一般小市民希望第 11 年開始的薪水加倍。如果每年調薪 $a\,\%$，其中 a 為整數，欲達成小市民的希望，那麼 a 的最小值為_______。(參考數值：$\log 2\doteqdot 0.3010$)

$x=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log(1+0.01x)\doteqdot$	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374

$\boxed{答案}$：8

$\boxed{解析}$：設原有薪水 x 元，第 11 年開始薪水加倍 $\therefore x\cdot(1+a\%)^{10}>2x$

$\Rightarrow(1.0a)^{10}>2\Rightarrow 10\cdot\log 1.0a>\log 2\Rightarrow\log 1.0a>0.03010$

由表中可得 $\log(1+0.08)=0.0334$ $\therefore a$ 最小值取 8。

17、設正數 a, b, x, y 均不為 1，若 $\log_a x+\log_b y=2$，$\log_x a+\log_y b=-2$，則 $(\log_a x)^2+(\log_b y)^2=$______。

$\boxed{答案}$：6

解析：令 $\log_a x = A$, $\log_b y = B$ $\quad\therefore A+B=2$, $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=-2$ $\quad$故 $AB=-1$ $\quad A^2+B^2=6$

18、若 $(\frac{5^{10}}{7^{30}})$ 以小數表示時，小數點後第 m 位開始出現不爲 0 的數字 a，則 $m=$______，$a=$______。

答案：19, 4

解析：$\log(\frac{5^{10}}{7^{30}})=-18.363=-19+0.637$，$\therefore m=19$, $\log 4<0.637<\log 5$ $\quad\therefore a=4$

19、一存款按年利率 20%複利計算，每年爲一期，則至少要______年(取整數年數)，其本利和才會超過本金的 3 倍。

答案：7

解析：本金爲 P, $P(1+20\%)^n>3P$ $\quad\therefore n\log 1.2>\log 3$ $\quad\therefore n>6.03...$，至少要 7 年

20、(1)求 $\log\frac{1}{250}=$______。(2)若 $\frac{1}{300}<(\frac{7}{8})^n<\frac{1}{250}$，則自然數 n 之值爲______。

答案：(1) -2.398 $\quad$ (2) 42

解析：(1) $\log\frac{1}{250}=\log\frac{4}{1000}=2\log 2-3=-2.398$

(2) $\log\frac{1}{300}=\log(\frac{1}{100}\cdot\frac{1}{3})=\log\frac{1}{100}+\log\frac{1}{3}=-2-\log 3=-2.4771$

$\log\frac{7}{8}=\log 7-\log 8=-0.0579$

$\therefore -2.4771<n\times(-0.0579)<-2.398$ $\quad\therefore 42.7>n>41.4$ $\quad\therefore n=42$

21、解不等式

(1)若 $(0.5)^{x^2-2x}>0.125$，則其解爲______。(2)若 $3^{2x+1}\le 3^x+2$，則其解爲______。

答案：(1) $-1<x<3$ $\quad$ (2) $x\le 0$

解析：(1) $(0.5)^{x^2-2x}>(0.5)^3$ $\quad\therefore x^2-2x<3$, $(x-3)(x+1)<0$ $\quad$即 $-1<x<3$

(2) $3\cdot(3^x)^2\le 3^x+2$，令 $t=3^x$，得 $3t^2-t-2\le 0$, $(3t+2)(t-1)\le 0$ $\quad\therefore -\frac{2}{3}\le t\le 1$

又 $t>0$ $\quad\therefore 0<3^x\le 1$ $\quad\therefore x\le 0$

22、已知 $\log 2=0.3010$，則滿足不等式 $(1.25)^n>10^7$ 的最小正整數 n 其值爲______。

答案：73

解析：$(1.25)^n>10^7\Rightarrow(\frac{5}{4})^n>10^7\Rightarrow n\log\frac{10}{8}>7$, $n>72.1$，因此 $n=73$

23、設 $a=\log_2 3$, $b=\log_3 7$，則以 a, b 表示

(1) $\log_6\frac{24}{7}=$______。(2) $\log_3 2+\log_{\sqrt{3}}2^2+\log_{\sqrt[3]{3}}2^3+\cdots+\log_{\sqrt[8]{3}}2^8=$______。

答案：(1) $\frac{a+3-ab}{a+1}$ $\quad$ (2) $\frac{204}{a}$

解析：(1) $a=\log_2 3\Rightarrow\log_3 2=\frac{1}{a}$,

$$\log_6\frac{24}{7}=\frac{\log_3\frac{24}{7}}{\log_3 6}=\frac{\log_3\frac{3\times 2^3}{7}}{\log_3(3\times 2)}=\frac{1+3\log_3 2-\log_3 7}{1+\log_3 2}=\frac{1+\frac{3}{a}-b}{1+\frac{1}{a}}=\frac{a+3-ab}{a+1}$$

(2) $\log_3 2+\frac{2}{\frac{1}{2}}\log_3 2+\frac{3}{\frac{1}{3}}\log_3 2+\cdots+\frac{8}{\frac{1}{8}}\log_3 2=204\log_3 2=\frac{204}{a}$

24、若11^{40}爲 42 位數，且13^{60}爲 67 位數，則143^{10}爲______位數。

答案：22

解析：$41\le 40\cdot\log 11<42$，$10.25\le 10\cdot\log 11<10.5$

$66\le 60\cdot\log 13<67$，$11\le 10\cdot\log 13<11.1\overline{6}$

二式相加 $21.25\le 10\cdot\log 143<21.\overline{6}$ $\therefore 143^{10}$爲 22 位數

25、設$10<x<1000$，且 $\log x$ 與$\log\frac{1}{x}$的尾數相同，則$x=$__________。

答案：$10^{\frac{3}{2}}$或10^2或$10^{\frac{5}{2}}$

解析：$\because\log x$ 與$\log\frac{1}{x}$的尾數相同，$\therefore\log x-\log\frac{1}{x}=2\log x\in\mathbb{Z}$

$\because 10<x<1000\Rightarrow 1<\log x<3$，$\therefore 2<2\log x<6$ 且 $2\log x\in\mathbb{Z}$

$\therefore 2\log x=3$ 或 4 或 $5\Rightarrow\log x=\frac{3}{2}$ 或 2 或 $\frac{5}{2}$，$\therefore x=10^{\frac{3}{2}}$ 或 10^2 或 $10^{\frac{5}{2}}$

26、 $\log x^2$之尾數與$\log\frac{1}{x}$之尾數和爲$\frac{5}{4}$，則$\log x$之尾數爲______。

答案：$\frac{1}{4}$

解析：設$\log x=n+\alpha$，其中α爲尾數 $\therefore\log\frac{1}{x}=-(n+\alpha)$，$\log x^2=2n+2\alpha$

	$\log\frac{1}{x}$尾數	$\log x^2$尾數	
$\alpha=0$	0	0	(不合)
$0<\alpha<\frac{1}{2}$	$1-\alpha$	2α	$1-\alpha+2\alpha=\frac{5}{4}$ $\therefore\alpha=\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}\le\alpha<1$	$1-\alpha$	$2\alpha-1$	$1-\alpha+2\alpha-1=\frac{5}{4}$ $\therefore\alpha=\frac{5}{4}$(不合)

$\therefore\log x$之尾數爲$\frac{1}{4}$

27、解方程式$2(4^x+4^{-x})-(2^x+2^{-x})-6=0$，則$x=$______。

答案：± 1

解析：

令$t=2^x+2^{-x}$ $\therefore t^2=4^x+4^{-x}+2$ $\therefore 2(t^2-2)-t-6=0$

$\therefore t=\frac{5}{2}$或$t=-2$(不合) ($\because 2^x+2^{-x}\ge 2$)

$2^x+2^{-x}=\dfrac{5}{2}$　令 $k=2^x$　$\therefore k+\dfrac{1}{k}=\dfrac{5}{2}$　$\therefore k=2$ 或 $\dfrac{1}{2}$

由 $2^x=2$，知 $x=1$；由 $2^x=\dfrac{1}{2}$，知 $x=-1$　故 $x=\pm1$

28、(1) $\log 1.125=$______。 (2)設 $S=1+(1.125)+(1.125)^2+\cdots+(1.125)^{10}$，則 $\log(S+8)=$______。

答案：(1) 0.0512　(2) 1.4662

解析：(1) $\log 1.125=\log\dfrac{9}{8}=2\log 3-3\log 2=0.0512$

(2) $S=\dfrac{(1.125)^{11}-1}{1.125-1}=8\times(1.125)^{11}-8$

$\log(S+8)=\log[8\times(1.125)^{11}]=\log 8+11\times 0.0512=1.4662$

29、解 $\log(3^x+3^{2-x})=1$，則 $x=$______或______。

答案：0 或 2

解析：$3^x+3^{2-x}=10$，令 $t=3^x$，$t+\dfrac{9}{t}=10\Rightarrow t^2-10t+9=0\Rightarrow(t-1)(t-9)=0$

$\therefore t=1$ 或 $t=9$　$\therefore x=0$ 或 2

30、已知 $\log 406=2.6085$，$\log 0.407=-0.3905$，若 $\log x=1.6093$，則 $x=$______。又 $\log 40630=$______。(註：$\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$，$\log 7=0.8451$)

答案：40.68, 4.6088

解析：$\log 406=2.6085$　$\therefore \log 4.06=0.6085$

$\log 0.407=-0.3905=-1+0.6095$　$\therefore \log 4.07=0.6095$

$\therefore$內插法知 $\log 4.068=0.6093$　$\therefore x=40.68$

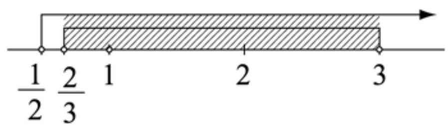
又 $\log 4.063=0.6088$　$\therefore \log 40630=4.6088$

31、$x\in\mathbb{R}$，若 $\log_{2x-1}(-3x^2+11x-6)$ 恆有意義，則 x 的範圍爲________。

答案：$\dfrac{2}{3}<x<3$ 且 $x\neq1$

解析：$\because \log_{2x-1}(-3x^2+11x-6)$ 恆有意義

$$\therefore\begin{cases}1\neq 2x-1>0\\-3x^2+11x-6>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1\neq x>\dfrac{1}{2}\cdots\cdots①\\\dfrac{2}{3}<x<3\cdots\cdots②\end{cases}$$



由①, ②得 $\dfrac{2}{3}<x<3, x\neq1$

32、$\log_2\log_3 x=5$，則 x 爲______位數。

答案：16

解析：$\log_3 x=32$，$x=3^{32}$，$\log 3^{32}=32\times 0.4771=15.2672$　$\therefore x$ 爲 16 位數

33、某甲向銀行貸款 100 萬元，約定從次月開始，每月還給銀行 1 萬元，依月利率 0.6%複利計算，則某甲需要______年就可還清。

(答案以四捨五入計算成整數，而 $\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}1.006=0.0026$)

答案：$100\times(1.006)^n<1\times(1.006)^{n-1}+1\times(1.006)^{n-2}+\cdots+(1.006)^1+1$

$100\times(1.006)^n < \dfrac{1\times[(1.006)^n-1]}{1.006-1} \Rightarrow (0.6)\times(1.006)^n < (1.006)^n - 1$

$\therefore (1.006)^n > \dfrac{5}{2}$ $\therefore n > 153.07$，故 n 最小 154 個月≒12.83 年，因此需要 13 年。

34、某次實驗中培養細菌數目，1 日後增加 a 倍，且已知 3 日後細菌數爲10^6個，$4\dfrac{1}{2}$日後其細菌數爲8×10^6個，則(1) $a=$______，(2)5 日後細菌數爲______個，(3)原有細菌數爲______，(4)______日後，可使細菌數達到1.024×10^9個。

答案：(1) 3　(2) 1.6×10^7　(3) 5^6　(4) 8

解析：因 1 日後增加 a 倍，故總數增爲 $a+1$ 倍，

設原有細菌 k 個，則 $k\cdot(a+1)^3=10^6$ 且 $k\cdot(a+1)^{\frac{9}{2}}=8\times10^6$

二式相除故 $(a+1)^{\frac{3}{2}}=8$，$a+1=4$，$a=3$，$k=\dfrac{10^6}{4^3}=5^6$

5 日後細菌數爲 $5^6\times4^6=10^6\times4^2=1.6\times10^7$ 個，原有細菌數爲 5^6 個，

8 日後可到達 $5^6\times4^8=2^{10}\times(5\times2)^6=1.024\times10^9$ 個。

35、設 $n=3^{20}$，則(1) n 爲______位數，(2) $\sqrt{n}$ 爲______位數, (3) $\sqrt[9]{n}$ 的整數部分爲______位數。

答案：(1)10　(2)5　(3)2

解析：(1) $\log 3^{20}=20\cdot\log 3=20\times0.4771=9.542$　$\therefore n$ 爲 10 位數

(2) $\log\sqrt{3^{20}}=\log 3^{\frac{20}{2}}=10\cdot\log 3=4.771$　$\therefore \sqrt{n}$ 爲 5 位數

(3) $\log\sqrt[9]{3^{20}}=\log 3^{\frac{20}{9}}=\dfrac{20}{9}\times\log 3=1.0602$　$\therefore \sqrt[9]{n}$ 爲 2 位數

36、設 $\log A$ 的首數爲 a，尾數爲 $\alpha(\frac{1}{2}\le\alpha<1)$，則 $\log A^2$ 的首數=_______，尾數=_______。

答案：$2a+1$；$2\alpha-1$

解析：$\log A=a+\alpha$

$\log A^2=2\log A=2(a+\alpha)=2a+2\alpha$

$\because \dfrac{1}{2}\le\alpha<1\Rightarrow 1\le 2\alpha<2$，故 $\log A^2=(2a+1)+(2\alpha-1)$

37、設 $a, b\in\mathbb{N}$，且 $500<a<1000$，$100<b<1000$，若 $\log a$ 之尾數爲 $\log b$ 尾數的三倍，則 $a=$______，$b=$______。

答案：800, 200

解析：$\because \log a-3\log b\in\mathbb{Z}$，又 $2<\log b<3$　$\therefore$令 $\log b=2+\alpha$　$\log a=2+3\alpha$

$\therefore \log a-3\log b=-4\Rightarrow \log\dfrac{a}{b^3}=\log 10^{-4}$　$\therefore 10^4\cdot a=b^3$　$\therefore a=k^3\times10^2$

$500<k^3\times10^2<1000$　$\therefore k=2$，故 $a=800$，$b=200$

39、求方程式 $2x^2=2^{-|x|}$ 有______個相異實根。

答案：2

解析：$\begin{cases} y=2x^2 \\ y=2^{-|x|} \end{cases}$ 之圖形有 2 個相異實根。