高雄市明誠中學 高三數學複習測驗					日期：95.08.09
範圍	Book1 Chap2 數	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(C) 試問下列何者為質數？ (A)221 (B)91 (C)193 (D)187 (E)253

$\boxed{\text{解析}}$：$221 = 13\times17$

$91 = 7\times13$

$187 = 11\times17$

$253 = 11\times23$

2、(A) 設$1-i$為$x^2+ax+3-i=0$的一根，則a的值為何？ (A)-3 (B)-2 (C)$-1-i$ (D)2 (E)3

$\boxed{\text{解析}}$：$\because 1-i$為方程式的一解 $\therefore$代入方程式

$\Rightarrow (1-i)^2+a(1-i)+3-i=0$

$\Rightarrow 1-2i+i^2+a-ai+3-i=0$

$\Rightarrow (a+3)+(-a-3)i=0$

$\Rightarrow a+3=0 \quad \therefore a=-3$，故選(A)

3、(C) 令$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$則以下何者錯誤？ (A)$\omega^2=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ (B)$1+\omega+\omega^2=0$ (C)$\omega(\omega+1)=1$ (D)$\omega^3=1$ (E)$2\omega+\omega^2=-2-\omega^2$

$\boxed{\text{解析}}$：$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2},\omega^2=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2},\omega^3=1.\therefore 1+\omega+\omega^2=0$

(C)錯了$\because \omega(\omega+1)=\omega^2+\omega=-1$

4、(A) 設$P(x,y)$為坐標平面上一點，且滿足$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$，那麼$P$點的位置在哪裡？ (A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限 (E)x軸或y軸上

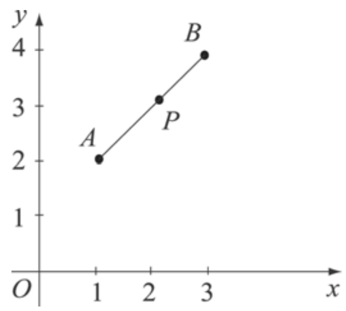
$\boxed{\text{解析}}$：令$A(1,2), B(3,4), P(x,y)$

則 $\overline{AP}=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$，

$\overline{BP}=\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$，$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$

題意為 $\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AB}$

$\therefore$ P必落在$\overline{AB}$之間，因此，P必在第一象限。



5、(A) 設$ab>0,\ ac<0$則直線$ax+by=c$不通過(A)第一 (B)第二 (C)第三 (D)第四 象限

$\boxed{\text{解析}}$：

$$ax+by=c \qquad \begin{array}{c|c|c} x & \frac{c}{a} & 0 \\ \hline y & 0 & \frac{c}{b} \end{array}$$

$\because ab>0,\ ac<0 \ \therefore \dfrac{c}{a}<0,\ \dfrac{c}{b}<0$不通過第一象限。

6、(E)　設八位數 3174a9b4 為 72 之倍數，則 a 之值可為 (A)1 (B)3 (C)5 (D)7 (E)9

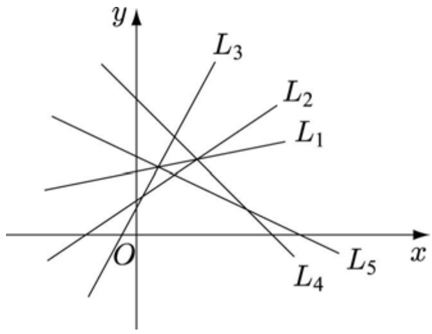
解析：$\because$3174a9b4 為 8 的倍數,$\therefore b=0$ 或 4 或 8

$\because$3174a9b4 為 9 的倍數,$\therefore 9|28+a+b$,$\therefore a+b=8$ 或 $a+b=17$

$\therefore (a,b)=(8,\ 0),(4,\ 4),(0,\ 8),(9,\ 8)$

7、(C)　如圖，直線L_1,L_2,L_3,L_4,L_5的斜率分別為m_1,m_2,m_3,m_4,m_5，求斜率最大為何？

(A)m_1 (B)m_2 (C)m_3 (D)m_4 (E)m_5



解析：$\because$左斜的直線其斜率為正，越陡者其斜率越大，

$\therefore m_3$為最大，故答案為(C)。

8、(B)　設 a, b 都是無理數，c 為有理數，以下何者必為無理數？

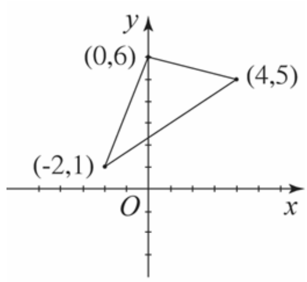
(A) $a+b$　(B) $a+c$　(C) $a\cdot b$　(D) $a\cdot c$　(E) $a+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

解析：(A) $\sqrt{2}+(1-\sqrt{2})=1$ 為有理數。

(C) $\sqrt{2}\sqrt{2}=2$ 為有理數。

(D) $\sqrt{2}\times 0=0$ 為有理數。

(E)令 $a=1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$　，則 $a+\sqrt{2}-\sqrt{3}=1$ 為有理數。



9、(C)　△ABC 中，$A(-2,1), B(4,5), C(0,6)$，則△ABC 的面積為

(A)9 (B)10 (C)11 (D)12 (E)13

解析：$\dfrac{(5+6)\times 4}{2}+\dfrac{(1+6)\times 2}{2}-\dfrac{(1+5)\times 6}{2}=11$

10、(BCD)　下列敘述何者正確？

(A) $0.3\overline{43}$ 不是有理數 (B) $0.\overline{34}>\dfrac{1}{3}$ (C) $0.\overline{34}>0.343$　(D) $0.\overline{34}<0.35$　(E) $0.\overline{34}>0.3\overline{43}$

解析：(A)（╳）：$0.3\overline{43}=\dfrac{340}{990}=\dfrac{34}{99}$ 為有理數。

(B)（○）：$0.\overline{34}=\dfrac{34}{99}>\dfrac{33}{99}=\dfrac{1}{3}$ 。　　(C)（○）：$0.\overline{34}=0.3434\cdots>0.343$ 。

(D)（○）：$0.\overline{34}=0.3434\cdots<0.35$ 。 (E)（╳）：$0.\overline{34}=0.3434\cdots=0.3\overline{43}=0.34343\cdots$ 。

故答案為(B)(C)(D)。

11、(ABE)　設$a, b, c\in\mathbb{N}$，下列敘述何者正確？

(A)若 $(ka)|(kb)$，則$a|b$　　　(B)若$a|(b,c)$，則a為 $(b+c)$ 的因數

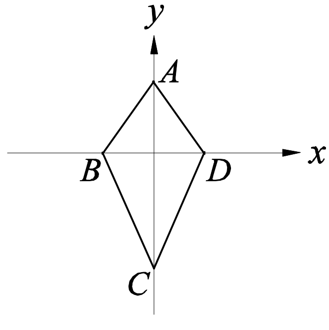
(C)設$a=bq+r, q\in\mathbb{Z}, 0\le r<b$，則 $(a, b)=(q, r)$

(D)設$a=bc$，則不大於a且與a互質的自然數有 $(b-1)(c-1)$ 個

(E)若 $(a, b)=[a, b]$，則$a=b$

12、(BCE)　如圖所示，坐標平面上一鳶形$ABCD$，其中A, C 在y-軸上，B, D 在x-軸上，且 $\overline{AB}=\overline{AD}=2$ ，$\overline{BC}=\overline{CD}=4$ ，$\overline{AC}=5$。令 m_{AB}、m_{BC}、m_{CD}、m_{DA} 分別表直線 AB、BC、CD、DA 之斜率。試問以下哪些敘述成立？ (A)此四數值中以 m_{AB} 為最大 (B)此四數值中以 m_{BC} 為最小

(C) $m_{BC}=-m_{CD}$　(D) $m_{AB}\times m_{BC}=-1$　(E) $m_{CD}+m_{DA}>0$



解析：(A), (B) $m_{BC}<m_{AD}<m_{AB}<m_{CD}$

(C) $m_{BC}<0$，$m_{CD}>0$，又傾斜程度相同，所以 $m_{BC}=-m_{CD}$

(D)直線 AB 不垂直直線 BC，所以 $m_{AB}\times m_{BC}\neq -1$

(E)$\because m_{CD}>0$，$m_{DA}<0$，且 $|m_{CD}|>|m_{DA}|$，$\therefore m_{CD}+m_{DA}>0$

故應選(B)(C)(E)。

二、填充題 (每題 10 分)

1、令 $a=\sqrt{11-2\sqrt{18}}$ 已知 a 的整數部分爲 n，小數部分爲 α，求 $\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{\alpha}=$______。

答案：$\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$

解析：$a=\sqrt{11-2\sqrt{18}}=\sqrt{9}-\sqrt{2}=3-\sqrt{2}$，$a$ 的整數部分爲 1，小數部分爲 $2-\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}=1+\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$

2、有 280 個梨子均分給若干個兒童，最後剩下 16 個；除此之外，另有 880 個蘋果也是均分給這些兒童，最後剩下 22 個，試問兒童有____________人。

答案：33 或 66

解析：設兒童有 x 人（$x>22$）

$(280-16)$ 被 x 整除 $\Rightarrow x|264$

$(880-22)$ 被 x 整除 $\Rightarrow x|858$

$\therefore x$ 是 264,858 之公因數。

又 264, 858 之最大公因數

4	264	858	3
	264	792	
	0	66	

$\therefore \gcd(264, 858)=66$

又 $x|66$ 且 $x>22$，$\therefore x=33$ 或 66，故兒童有 33 或 66 人。

3、$z_1=6+i$，$z_2=-4+6i$，則 $|z_1-z_2|=$___________。

答案：$5\sqrt{5}$

解析：$z_1(6,1), z_2(-4,6)\Rightarrow |z_1-z_2|=\overline{z_1z_2}=\sqrt{(6+4)^2+(1-6)^2}=5\sqrt{5}$

4、設 $Z\in\mathbb{C}$，Z 的虛部爲-1 且 $\dfrac{1}{Z}$ 的虛部爲 $\dfrac{1}{2}$，求 $Z=$______。

答案：$1-i$ 或 $-1-i$

解析：令 $Z=a-i$，$\therefore \dfrac{1}{Z}=\dfrac{1}{a-i}=\dfrac{a+i}{a^2+1}$

$\therefore \dfrac{1}{a^2+1}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow a=\pm 1$，$\therefore a=\pm 1$，$\therefore Z=-1-i$ 或 $1-i$。

5、設 α,β 爲方程式 $x^2+6x+4=0$ 的兩根，試求

(1) $\alpha^2+\beta^2=$______。　　(2) $\dfrac{4\alpha}{\alpha^2+6\alpha+1}+\dfrac{4\beta}{\beta^2+6\beta+1}=$______。

答案：(1)28　(2)8

解析：由根與係數關係得$\begin{cases}\alpha+\beta=-6\\ \alpha\beta=4\end{cases}$

(1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-6)^2-2\cdot 4=28$。

(2) $\dfrac{4\alpha}{\alpha^2+6\alpha+1}+\dfrac{4\beta}{\beta^2+6\beta+1}=\dfrac{4\alpha}{-3}+\dfrac{4\beta}{-3}=\dfrac{4}{3}(\alpha+\beta)=-\dfrac{4}{3}\times(-6)=8$。

6、設 $x,y\in\mathbb{Z}$ 且 $(2x+y)+(x-y+2)\sqrt{5}=8$，求 $x+y=$______。

答案：6

解析：原式 $\Rightarrow(2x+y-8)+(x-y+2)\sqrt{5}=0$, $x,y\in\mathbb{Z}$

$\therefore\begin{cases}2x+y-8=0\\ x-y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\ y=4\end{cases}$，$\therefore x+y=2+4=6$。

7、設 $n\in\mathbb{N}$，若 $2n+3\mid 5n,\ \ n-1\mid 2n-7$，則 $n=$______。

答案：6

解析：$2n+3\mid 5n,\ \ 2n+3\mid 2n+3\Rightarrow 2n+3\mid 15$

$n-1\mid 2n-7,\ \ n-1\mid n-1,\ \ n-1\mid 5\quad\Rightarrow n=6$

8、設 $P(2,-4), L:2x-3y+5=0$，則

(1)過 P 且平行 L 之直線方程式爲______，(2)過 P，且垂直 L 之直線方程式爲______。

答案：(1) $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{16}{3}$　　(2) $y=-\dfrac{3}{2}x-1$

解析：$m_L=\dfrac{2}{3}$

(1) $y+4=\dfrac{2}{3}(x-2)\therefore y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{16}{3}$

(2) $y+4=-\dfrac{3}{2}(x-2)\therefore y=-\dfrac{3}{2}x-1$

9、若 a 與 $a+2$ 爲異號的兩實數，且均爲方程式 $x^2+|x|+3k=0$ 的解，則 $k=$______。

答案：$-\dfrac{2}{3}$

解析：$\because a$ 與 $(a+2)$ 爲異號　$\therefore a+2>0, a<0(\because a+2>a)$

又爲方程式的解　$\therefore$ 代入方程式: $\begin{cases}(a+2)^2+(a+2)+3k=0\cdots\cdots①\\ a^2-a+3k=0\cdots\cdots②\end{cases}$

則　①−②$\Rightarrow 6a=-6, a=-1$，代入②$\Rightarrow 1+1+3k=0\Rightarrow k=-\dfrac{2}{3}$

10、一直線 L 與二直線 $2x+3y=3, x+5y=2$ 分別交於 A, B 兩點，且原點恰爲 $\overline{AB}$ 的中點，則 L 的方程式爲______。

答案：$y=-\dfrac{1}{3}x$

解析：$\overline{AB}$ 之中點必在 L 上，故設 $L: y=mx$

$\begin{cases}2x+3y=3\\ y=mx\end{cases}\Rightarrow(\dfrac{3}{2+3m},\dfrac{3m}{2+3m})$，$\begin{cases}x+5y=2\\ y=mx\end{cases}\Rightarrow(\dfrac{2}{1+5m},\dfrac{2m}{1+5m})$

$\therefore\dfrac{3}{2+2m}+\dfrac{2}{1+5m}=0\therefore m=-\dfrac{1}{3}$，故 L: $y=-\dfrac{1}{3}x$

11、設$a,b,c\in\mathbb{Z}$且$3|a+5|+4|b-1|+|c-3|=2$，求數對$(a,b,c)=$________或________。

$\boxed{答案}$：$(-5,1,1)$ ； $(-5,1,5)$

$\boxed{解析}$：$\because a,b,c\in\mathbb{Z},\therefore |a+5|,|b-1|,|c-3|\in\mathbb{N}\cup\{0\}$

$$\therefore\begin{cases}|a+5|=0\\|b-1|=0\\|c-3|=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-5\\b=1\\c=1\text{或}5\end{cases}$$，$\therefore(a,b,c)=(-5,1,1)$或$(-5,1,5)$。

12、設$|ax+2|\le b$之解爲$-\frac{5}{3}\le x\le 3$，則$a=$______$,\ b=$______。

$\boxed{答案}$：$-3,\ 7$

$\boxed{解析}$：$-\frac{5}{3}\le x\le 3,\ -\frac{7}{3}\le x-\frac{2}{3}\le\frac{7}{3},\ \left|x-\frac{2}{3}\right|\le\frac{7}{3}$

$|3x-2|\le 7,\ |-3x+2|\le 7\ \therefore a=-3,\ b=7$

13、設$1-2i+3i^2-4i^3+\cdots-60i^{59}=a+bi$ ，$a,b\in\mathbb{R}$ ，則$a=$______$,b=$______。

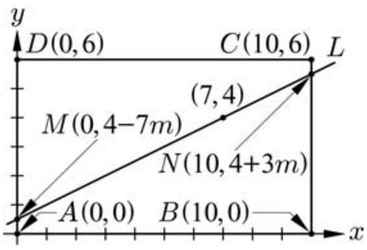
$\boxed{答案}$：$-30,30$

$\boxed{解析}$：$1-2i-3+4i+5-\cdots+60i=(1-3+5-\cdots-59)+(-2+4-6+8-\cdots+60)i=-30+30i$

14、設 $A(0,0),B(10,0),C(10,6),D(0,6)$ 爲坐標平面上的四個點。如果直線$y=m(x-7)+4$將四邊形$ABCD$ 分成面積相等的兩塊，那麼$m=$______。（化成最簡分數）。

$\boxed{答案}$：$\frac{1}{2}$

$\boxed{解析}$：



①$L:y=m(x-7)+4\Rightarrow y-4=m(x-7)$

L表過點$(7,\ 4)$，斜率爲m之直線

②L與$x=0$(y軸)之交點M坐標爲$(0,4-7m)$

L與$x=10$之交點N坐標爲$(10,4+3m)$

$\because L$平分矩形$ABCD$之面積，

$\therefore\overline{AM}=\overline{NC}\Rightarrow 4-7m=6-(4+3m)\Rightarrow 2=4m$，故$m=\frac{1}{2}$

15、設$n=2^7\times3^4\times5^3$的正因數中爲完全平方數的共有______個，又其總和爲______。

$\boxed{答案}$：24,201110

$\boxed{解析}$：正因數爲完全平方數$\Rightarrow$由$\begin{matrix}2^03^05^0\\2^23^25^2\\2^43^4\\2^6\end{matrix}$ 組成

$\therefore$個數$4\times3\times2=24$個，總和$(2^0+2^2+2^4+2^6)(3^0+3^2+3^4)(5^0+5^2)=201110$

16、設 $a,b\in\mathbb{N}$ 且 $a>b,\ a+b=1606,\ \text{lcm}(a,b)=2628$ 則 $\gcd(a,b)=$______，又 $a=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：146,1314

$\boxed{\text{解析}}$：設 $\gcd(a,b)=d,\ a=dh,\ b=dk,\ \gcd(h,k)=1$

$\Rightarrow \gcd(h+k,hk)=1 \quad \therefore \gcd(a+b,\text{lcm}(a,b))=d,\ d=\gcd(1606,2628)=146$

$\Rightarrow h+k=11,\ hk=18$ 又 $h>k \quad \therefore h=9,\ k=2$

$\therefore a=9\times 146=1314$

17、設 $a\in\mathbb{N}$，若以 a 分別除 1112, 2139, 3956 所得的餘數都為相同正整數，則 $a=$______，又其餘數 $r=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：79,6

$\boxed{\text{解析}}$：$\because$ 餘數均相同 $\therefore a\,|\,2139-1112$ 且 $a\,|\,3956-2139$ $\therefore a\,|\,1027$ $a\,|\,1817$

$\because a\,|\,(1027,1817) \therefore a\,|\,79 \therefore a=1$ 或 79，$\because a=1$ 不合，$\therefore a=79$

$1112\div 79=14\cdots\cdots 6 \therefore r=6$

18、設 $\alpha=\sqrt{3}-1$，若 $\alpha^2+a\alpha+b=0$，其中 $a,b\in\mathbb{Z}$，則 $a=$______, $b=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：2, -2

$\boxed{\text{解析}}$：$\_\,a,b\in\mathbb{Z},(\sqrt{3}-1)^2+a(\sqrt{3}-1)+b=0$，$(3+1-a+b)+\sqrt{3}(-2+a)=0$，$\therefore a=2,b=-2$

19、設 $n\in\mathbb{N}$ 且 $\dfrac{3n+17}{2n-3}\in\mathbb{N}$，求 $n=$________。

$\boxed{\text{答案}}$：2 或 23

$\boxed{\text{解析}}$：$\because \begin{array}{l} 2n-3\,|\,2n-3 \\ 2n-3\,|\,3n+17 \end{array} \Rightarrow 2n-3\,|\,2(3n+17)-3(2n-3)=43$，$\therefore 2n-3=1$ 或 43

$\therefore n=2$ 或 23（代入皆合）。

20、(1)解方程式 $|x+5|+|x-2|=9$ 則其解為______。

(2)解不等式 $|x+5|+|x-2|\le 9$ 則其解為______。

(3)設 $f(x)=|x+5|+|x-2|$ 則 $f(x)$ 之最小値為______。

$\boxed{\text{答案}}$：(1) -6 (2) $-6\le x\le 3$ (3) 7

$\boxed{\text{解析}}$：(1) $x\ge 2$ 時 $2x+3=9 \therefore x=3$

$-5<x<2$ 時無解，$x\le -5$ 時 $-5-x+2-x=9 \therefore x=-6$

(2) $x\ge 2$ 時 $x\le 3$

$-5<x<2$ 時 $7\le 9$ 恒成立 $\therefore -5<x<2 \Rightarrow -6\le x\le 3$

$x\le -5$ 時 $x\ge -6$

(3) $x\ge 2$ 時 $2x+3\ge 7$

$-5<x<2$ 時 $f(x)=7$

$x\le -5$ 時 $-3-2x\ge 7 \therefore f(x)\ge 7$ 最小値為7

21、設 $x,y\in\mathbb{R}$ 且 $-2\le x\le 5, 3\le y\le 9$，求下列各式之有效範圍：

(1) $x-y$ 的範圍為____________。(2) $\dfrac{x}{y}$ 的範圍為____________。

$\boxed{\text{答案}}$：(1) $-11\le x-y\le 2$ (2) $-\dfrac{2}{3}\le \dfrac{x}{y}\le \dfrac{5}{3}$

$\boxed{\text{解析}}$：(1) $\because -2\le x\le 5$

$3 \le y \le 9 \Rightarrow -9 \le -y \le -3$

二式相加$-11 \le x-y \le 2$ 。

(2)$-\dfrac{2}{3} \le \dfrac{x}{y} \le \dfrac{5}{3}$ 。

22、設 n 爲自然數，且 $n \le 200$ ，若$(n, 36)=6$ 則合於條件之 n 值共______個。

答案：11

解析：$n \in \mathbb{N},\ n \le 200,\ (n,\ 36)=6$ ，令 $n=6k \Rightarrow (k,\ 6)=1$，$1 \le k \le 33,\ 33-16-11+5=11$

23、在坐標平面上，一光線通過點 $A(1, 3)$，經 x 軸反射後會通過點 $B(6, 2)$，試問

(1)反射後之光線其方程式爲________。

(2)此光線在 x 軸上之反射點坐標爲__________。

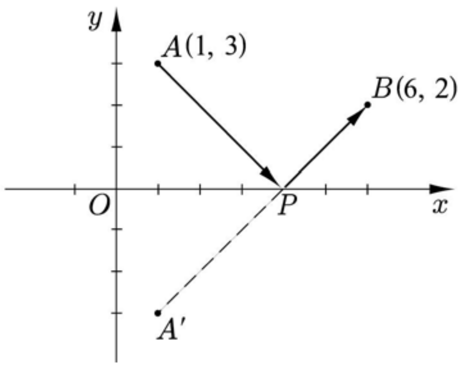
答案：(1) $x-y-4=0$　　　　(2)(4, 0)

解析：(1)A 關於 x 軸之對稱點 A' 坐標爲$(1, -3)$

$m_{\overline{A'B}}=\dfrac{2-(-3)}{6-1}=\dfrac{5}{5}=1$， $y+3=1\cdot(x-1)$ ， $x-y-4=0$

(2)設此光線在 x 軸上之反射點爲 P

$\because x-y-4=0$ ，$\therefore$令 $y=0 \Rightarrow x=4$ ，$\therefore P(4, 0)$。



24、設 $a,b \in \mathbb{N}$ 且滿足 $ab-8a-2b=-29$ ，則 $a+b=$______。

答案：22

解析：原式$\Rightarrow a(b-8)-2(b-8)=-29+16$

$\therefore (a-2)(b-8)=-13$

$\therefore \begin{cases} a-2=-1 \\ b-8=13 \end{cases}$或$\begin{cases} a-2=13 \\ b-8=-1 \end{cases}$或$\begin{cases} a-2=1 \\ b-8=-13 \end{cases}$（不合）或$\begin{cases} a-2=-13 \\ b-8=1 \end{cases}$（不合）

$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=21 \end{cases}$或$\begin{cases} a=15 \\ b=7 \end{cases}$，$\therefore a+b=22$ 。

25、設直線 L 過點 $(3, 4)$ 且在第一象限與兩坐標軸所圍成之三角形面積爲 24，求 L 之方程式爲_______________。

答案：$8x+6y-48=0$

解析：令 $L:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1, a>0, b>0$

三角形面積$=\dfrac{1}{2}ab=24 \Rightarrow ab=48 \cdots\cdots$ ①

又 L 過點 $(3, 4)$，$\therefore \dfrac{3}{a}+\dfrac{4}{b}=1 \Rightarrow 4a+3b=ab \cdots\cdots$ ②

①代入②，$4a+3b=48 \Rightarrow b=\dfrac{48-4a}{3}$……③

③代入①，$a(48-4a)=48\times 3$

$a^2-12a+36=0 \Rightarrow (a-6)^2=0$

$\therefore a=6 \Rightarrow b=8 \quad \Rightarrow L:\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{8}=1$，故得$8x+6y-48=0$。

26、(1)L 爲過 $(3,2)$ 且斜率$-\dfrac{1}{2}$之直線，則 L 之方程式爲______。

(2)直線 M 與 x 軸交於 $(2,0)$ 與 y 軸交於 $(0,-3)$，則 M 之方程式爲______。

答案：(1) $y=\dfrac{-1}{2}x+\dfrac{7}{2}$ (2) 6

解析：(1) $y-2=-\dfrac{1}{2}(x-3)$ $\therefore y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}$，(2) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}=1$ $\therefore 3x-2y=6$

27、設 $x\in\mathbb{N}$，以 x 除 1206 餘 10，以 x 除 953 餘 17，則 x 之值爲______。(答案不止一個)

答案：26,52

解析：$x|1196,\ x|936 \Rightarrow x|52 \Rightarrow x=1,\ 2,\ 4,\ 13,\ 26,\ 52$但餘數爲 17，故 $x=26$ 或 52。

28、設$a,b\in\mathbb{R}$，若$\dfrac{-4+3i}{a+bi}=2+i$，求數對$(a,b)=$______。

答案：$(-1,2)$

解析：$\because \dfrac{-4+3i}{a+bi}=2+i, \therefore a+bi=\dfrac{-4+3i}{2+i}=\dfrac{-4+3i}{2+i}\times\dfrac{2-i}{2-i}=-1+2i$

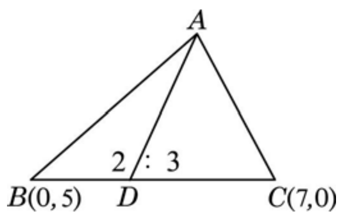
$\therefore (a,b)=(-1,2)$。

29、設$a>0$，若$\left|\dfrac{\sqrt{5}(a+2i)}{1-2i}\right|=\sqrt{29}$則$a=$____。

答案：5

解析：$\left|\dfrac{\sqrt{5}(a+2i)}{1-2i}\right|=\sqrt{29} \quad \therefore \dfrac{\sqrt{5}\sqrt{a^2+4}}{\sqrt{5}}=\sqrt{29}$，$\therefore a^2=25, a=\pm 5 \quad \because a>0 \quad \therefore a=5$

30、設 D 點在$\triangle ABC$ 的$\overline{BC}$邊上，且$\triangle ABD$ 的面積$=\dfrac{2}{3}\triangle ADC$ 的面積，若 B 的坐標爲$(0,5)$，C 的坐標爲$(7,0)$，則 D 的坐標爲________



答案：$(\dfrac{14}{5},3)$

解析：$\triangle ABD$ 的面積：$\triangle ADC$ 的面積$=\dfrac{2}{3}:1=2:3$，$\therefore \overline{BD}:\overline{DC}=2:3$

D 點之坐標爲$(\dfrac{3\cdot 0+2\cdot 7}{2+3},\ \dfrac{3\cdot 5+2\cdot 0}{2+3})=(\dfrac{14}{5},\ \dfrac{15}{5})=(\dfrac{14}{5},\ 3)$。

31、設α,β爲方程式$x^2+6x+1=0$的二根，求$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=$______________。

答案：$2\sqrt{2}i$

解析：根與係數的關係，$\therefore \begin{cases}\alpha+\beta=-6\\ \alpha\beta=1\end{cases}$且$\alpha,\beta\in\mathbb{R}, \therefore \begin{cases}\alpha<0\\ \beta<0\end{cases}$

$\therefore (\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=(\sqrt{\alpha})^2+(\sqrt{\beta})^2+2\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=-8$

$\therefore \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\pm\sqrt{8}i=\pm 2\sqrt{2}i$（負不合），$\therefore \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=2\sqrt{2}i$。故 $k=2$ 或 3 或 $-\dfrac{2}{3}$。

32、兩條直線 L_1: $(11-3m)x+(m-1)y=1, L_2$: $(2m-1)x+5y=9$

(1)若 $L_1 // L_2$ 則 $m=$______，(2)若 $L_1 \perp L_2$ 則 $m=$______。

答案：(1) $3,-9$　　(2) $\dfrac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

解析：(1) $\dfrac{11-3m}{2m-1}=\dfrac{m-1}{5} \therefore m^2+6m-27=0$，$(m+9)(m-3)=0, m=3$ 或 -9

(2) $\because L_1 \perp L_2$ $\therefore (11-3m)(2m-1)+5(m-1)=0$，$3m^2-15m+8=0, m=\dfrac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

33、求過 $L_1: 3x-y+1=0, L_2: x+y+3=0$ 之交點，又過 $(1,1)$ 之直線方程式為______。

答案：$3x-2y-1=0$

解析：設直線為 $(3x-y+1)+k(x+y+3)=0$，$(1,1)$ 代入得 $k=-\dfrac{3}{5}$

$\therefore$ 直線方程式為 $3x-2y-1=0$

34、設 $z\in\mathbb{C}, z\cdot(1+i)^{26}=(1-i)^{20}$，則 $z=$____________。

答案：$\dfrac{1}{8}i$

解析：$(1+i)^2=2i,\ (1-i)^2=-2i,\ z\cdot(2i)^{13}=(-2i)^{10}$，$z=\dfrac{1}{2^3 i^3}$　$\therefore z=+\dfrac{1}{8}i$

35、設 $a,b\in\mathbb{N}$ 且已知 $\dfrac{a-68}{b-85}=\dfrac{a}{b},(a,b)=6$，試求 $a=$_____, $b=$_____。

答案：24 ; 30

解析：$\dfrac{a-68}{b-85}=\dfrac{a}{b}$

$\cancel{ab}-68b=\cancel{ab}-85a$

$a:b=(-68):(-85)=4:5$，令 $\begin{cases} a=4k \\ b=5k \end{cases}, k\in\mathbb{N}$，又 $(a,b)=k=6$，$\therefore a=24, b=30$。

36、一直線平行 $4x+3y=6$ 且與兩坐標軸截出之線段長為 10，則此直線方程式為______。

答案：$4x+3y=\pm 24$

解析：L : $4x+3y=k$ 與 $4x+3y=6$ 平行，與兩坐標軸交於 $(\dfrac{k}{4},0),(0,\dfrac{k}{3})$

$\sqrt{(\dfrac{k}{4})^2+(\dfrac{k}{3})^2}=10$　$\therefore \dfrac{5}{12}|k|=10$　$\therefore k=\pm 24$，$L: 4x+3y=\pm 24$

37、某一直線過 $(-2,1)$ 且在第二象限內與二坐標軸所圍成之三角形面積為最小，則此直線方程式為何？

答案：設直線 $L: \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 通過 $(-2, 1)$ $\therefore \dfrac{-2}{a}+\dfrac{1}{b}=1$

在第二象限內所圍三角形面積 $A=\dfrac{(-a)b}{2}$ $(a<0,b>0)$

$\dfrac{\dfrac{-2}{a}+\dfrac{1}{b}}{2}\ge\sqrt{\dfrac{-2}{ab}},\ \dfrac{1}{4}\ge\dfrac{-2}{ab},\ \dfrac{-ab}{2}\ge 4 \therefore A\ge 4$

面積最小時$\frac{-2}{a}=\frac{1}{b}=\frac{1}{2}\therefore a=-4,\ b=2$，$\therefore L:\frac{x}{-4}+\frac{y}{2}=1$

38、(1)設 z 爲複數且 $z^2=21+20i$，則 $z=$？

(2)求 $x^2+3x-(3+5i)=0$ 之二根爲何？

答案：(1)設 $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$

$z^2=a^2-b^2+2abi=21+20i$

$\begin{cases}a^2-b^2=21\\2ab=20\end{cases}\Rightarrow a=5,b=2$ 或 $a=-5,b=-2$ $\therefore z=5+2i$ 或 $-5-2i$

(2) $x^2+3x-(3+5i)=0$

$9+4(3+5i)=21+20i$

$\therefore x=\dfrac{-3+(21+20i)\text{的平方根}}{2}$

$\therefore x=\dfrac{-3+5+2i}{2}=1+i$ 或 $x=\dfrac{-3-5-2i}{2}=-4-i$

39、設直線 $L:2x-y+1=0$ 與拋物線 $\Gamma:y=x^2+4x-3$ 交於相異二點 A,B，試求 A,B 的距離。

答案：直線 $L:y=2x+1\cdots\cdots$①

拋物線 $\Gamma:y=x^2+4x-3\cdots\cdots$②

②−① ，得 $x^2+2x-4=0\cdots\cdots$③

③的二根之和爲 -2 ，二根之積爲 -4 。

$\overline{AB}=\sqrt{[(-2)^2-4(-4)](1+2^2)}=\sqrt{20\times5}=10$ 。

40、我國陰曆以天干「甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸」，地支「子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥」紀年，即甲子、乙丑、丙寅、丁卯、……、癸酉、甲戌、乙亥、……、癸未、甲申、……。譬如西元 2001 年就是「辛巳」年。問

(1)西元 3000 年陰曆紀年是甚麼年？

(2)離西元 2001 年最近的「丙辰」年是西元幾年？

答案：(1)因爲天干每 10 年一輪，地支每 12 年一輪，10 和 12 的最小公倍數爲 60，所以每 60 年爲一周期。

天干從 1 到 10 逐一編號，地支從 1 到 12 編號，西元 2001 年的「辛巳」就是(8, 6)。

$3000-2001=999$ 。西元 3000 年的陰曆紀元就是

$(8+999,6+999)=(1007,1005)=(10\times100+7,12\times83+9)=(7,9)=$「庚申」。

(3)設 x 年後爲「丙辰」年，即(3, 5)年，而 2001 年是(8, 6)年。

$8+x=10a+3$, $6+x=12b+5$ 。 $x=10a-5=12b-1$ 。

$5a-6b=2$,　　$a=\dfrac{6b+2}{5}=b+\dfrac{b+2}{5}$ 。

可取 $b=3$ ，得 $a=4$, $b=3$, $x=10\times4-5=35$,所以此後 35 年是丙辰年。

$60-35=25$,當然 25 年前也是丙辰年。最近的年份是 $2001-25=1976$ 。

41、設△ABC 之三頂點爲 $A(3,\ 11),\ \ B(-5,\ -3),\ \ C(15,\ 1)$ ，試求：

(1)邊 $\overline{BC}$ 所在的直線之方程式。

(2)邊 $\overline{BC}$ 上的高所在的直線之方程式。

(3)邊 $\overline{BC}$ 上的中線所在的直線之方程式。

$\boxed{答案}$：(1)此直線之兩點式為 $y+3=\dfrac{1+3}{15+5}(x+5)\Rightarrow x-5y-10=0$

(2)此直線過 $A(3,\ 11)$ 而與直線 $x-5y-10=0$ 垂直，

其方程式為 $y-11=-\dfrac{15+5}{1+3}(x-3)\Rightarrow 5x+y-26=0$

(3)此直線過 $A(3,\ 11)$ 及 $\overline{BC}$ 之中點 $M(5,\ -1)$。

此直線之兩點式為 $y+1=\dfrac{11+1}{3-5}(x-5)\Rightarrow 6x+y-29=0$