

高雄市明誠中學 高三數學複習測驗 日期：95.08.07					
範圍	Book1 Chap1	班級	普三	班	姓
	基本概念	座號			名

一、選擇題 (每題 5 分)

1、(E) 設 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ ，則下列何者錯誤？

(A) $\{1, 2\} \subset A$ (B) $\emptyset \subset A$ (C) $\{1, 2\} \in A$ (D) $1 \in A$ (E) $\{1\} \in A$

解析：A 集合中有 3 個元素 1, 2, $\{1, 2\}$

$\therefore 1, 2, \{1, 2\} \in A$ $\emptyset, \{1\}, \{1, 2\} \subset A$ ，故答案為(E)。

2、(C) 下面那個集合非空集合？ $A = \{x | x = x + 1\}$ ， $B = \{x | x^2 + 4 = 2x + 1, x \in \mathbb{R}\}$ ，

$C = \{x | x + 1 > x\}$ ， $D = \{x | -2 < x < 0, x \text{ 為偶數}\}$ ， $E = \{x | x^2 = 2, x \in \mathbb{Q}\}$

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

解析： $x = x + 1$ ，無解

$x^2 + 4 = 2x + 1, x^2 - 2x + 3 = 0, D < 0$ 無實數解， $x + 1 > x$ 解為任意實數

3、(C) 設 $A = \{k + 1 | k \in \mathbb{N}\}$ ， $B = \{2k + 1 | k \in \mathbb{N}\}$ ， $C = \{3k + 1 | k \in \mathbb{N}\}$ ，試判斷 A, B, C 三集合的包含關係，則 (A) $A \subset B$ (B) $B \subset C$ (C) $B \subset A$ (D) $C \subset B$ (E) $A \subset C$

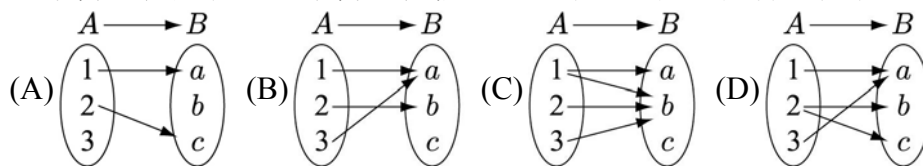
解析： $A = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$

$B = \{\dots -3, -1, 1, 3 \dots\}$

$C = \{\dots -5, -2, 1, 4, 7 \dots\}$

$\therefore B \subset A$

4、(B) 設集合 A 表定義域，集合 B 表值域，則下列各對應關係，何者為一函數？



解析：(A) (X)： $\because 3$ 沒有數與之對應。

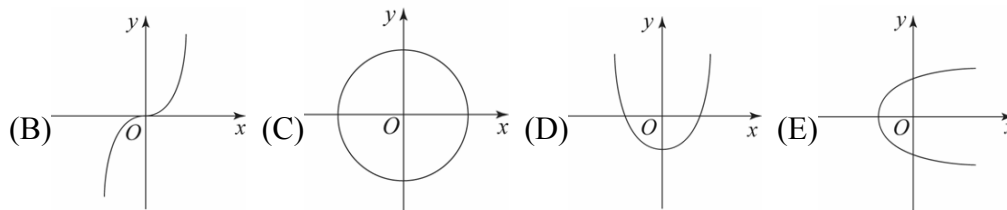
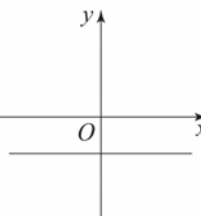
(B) (O)

(C) (X)： $\because 1$ 有二個數 a 及 b 與之對應。

(D) (X)： $\because 2$ 有二個數 b 及 c 與之對應。

故答案為(B)。

5、(D) (複選) 五個圖形中那些是 y 為 x 的函數圖形？ (A)

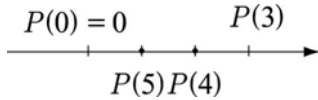


- 6、($\frac{AB}{CD}$) (複選)一機器狗每秒鐘前進或者後退一步，程式設計師讓機器狗以前進 3 步，然後再後退 2 步的規律移動。如果將此機器狗放在數線的原點，面向正的方向，以 1 步的距離為 1 單位長。令 $P(n)$ 表示第 n 秒時機器狗所在位置的坐標，且 $P(0) = 0$ 。那麼下列選項何者為真？ (A) $P(3) = 3$ (B) $P(5) = 1$ (C) $P(10) = 2$ (D) $P(101) = 21$ (E) $P(103) < P(104)$

解析：(A) $P(3)$ 表示狗第 3 秒的位置， $\therefore P(3) = 3$ (往正向走 3 步)。

(B) 如圖， $P(5) = 1$ (\because 在 $P(3)$ 處往後退 2 步)

表示每 5 步前進一步。



(C) $\therefore P(10) = 2$ 。

(D) $P(101) = 20 + 1 = 21$ 。

(E) $P(102) = 21 + 1 = 22$, $P(103) = 22 + 1 = 23$, $P(104) = 23 - 1 = 22$

$\Rightarrow P(103) > P(104)$ 。

故選(A)(B)(C)(D)。

- 7、($\frac{BD}{E}$) (複選) $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ ，下列敘述何者為真？

(A) 若 $\triangle ABC$ 為直角三角形，則 $a^2 = b^2 + c^2$

(B) 若 $\triangle ABC$ 為正三角形，則 $\triangle ABC$ 為等腰三角形

(C) 若 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，則 $a = b$

(D) $\triangle ABC$ 中， $a^2 > b^2 + c^2$ 為 $\angle A > 90^\circ$ 的充要條件

(E) 若 $a = b = c$ ，則 $\angle A = \angle B = \angle C$

解析：(A) (X)：若 $\triangle ABC$ 為直角三角形，則 $a^2 = b^2 + c^2$ 或 $b^2 = a^2 + c^2$ 或 $c^2 = a^2 + b^2$ 。

(B) (O)：正三角形必為等腰三角形。

(C) (X)：若 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，則 $a = b$ 或 $b = c$ 或 $a = c$ 。

(D) (O)： $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \angle A > 90^\circ$ 。

(E) (O)： $a = b = c \Leftrightarrow \triangle ABC$ 為正三角形 $\Leftrightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ 。

故答案為(B)(D)(E)。

- 8、($\frac{BD}{E}$) (複選)假設坐標平面上非空集合 S 內的點 (x, y) 具有以下性質：「若 $x > 0$ ，則

$y > 0$ 」。試問下列哪些敘述對 S 內的點 (x, y) 必定成立？ (A) 若 $x \leq 0$ ，則 $y \leq 0$

(B) 若 $y \leq 0$ ，則 $x \leq 0$ (C) 若 $y > 0$ ，則 $x > 0$ (D) 若 $x > 1$ ，則 $y > 0$ (E) 若 $y < 0$ ，

則 $x \leq 0$

解析：已知命題「 $x > 0 \Rightarrow y > 0$ 」的同義命題為「 $y \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$ 」；

若 $x > 1 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow y > 0$ ； 若 $y < 0 \Rightarrow y \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$

二、填充題 (每題 10 分)

- 1、求下列各函數的定義域：

(1) $y = f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{2-x}}$ ，定義域為_____。(2) $y = f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ ，定義域為_____。

答案：(1) $\{x \mid x < 2, x \in \mathbb{R}\}$ (2) $\{x \mid x \neq -1, x \in \mathbb{R}\}$

解析：(1) $2-x > 0 \Rightarrow x < 2$ ， \therefore 定義域為 $\{x \mid x < 2, x \in \mathbb{R}\}$ 。

(2) $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ ， \therefore 定義域為 $\{x \mid x \neq -1, x \in \mathbb{R}\}$ 。

2、設集合 $A = \{(x, y) | 2x - y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x + 3y = 5\}$, $C = \{(y + 2, x - 1) | 2x - y = 3\}$ 則

$$A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}, B \cap C = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案 : $\{(2, 1)\}, \{(\frac{13}{5}, \frac{4}{5})\}$

解析 :

$$\therefore \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \therefore x = 2, y = 1, \therefore A \cap B = \{(2, 1)\}$$

$$\text{設 } (a, b) \in B \cap C, \therefore a + 3b = 5$$

$$\begin{cases} y + 2 = a \\ x - 1 = b \end{cases} \therefore \begin{cases} y = a - 2 \\ x = b + 1 \end{cases}$$

$$2(b + 1) - (a - 2) = 3 \therefore a - 2b = 1$$

$$\begin{cases} a + 3b = 5 \\ a - 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow 5b = 4, b = \frac{4}{5}, a = \frac{13}{5}$$

3、設 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, 若 f 之定義域為 $\{x | x \in \mathbb{R}\}$, 則 f 之值域為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : $\left\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -\frac{1}{8}\right\}$

解析 : $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} \geq \frac{1}{8}$

4、設集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x > 2 \text{ 或 } x < -1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$, 若 $A \cup B = \mathbb{R}$,

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} | 2 < x \leq 4\}, \text{ 則數對 } (a, b) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案 : $(-1, 4)$

5、設 $A = \{2, 3, a^2 - 2a + 1\}$, $B = \{-5, -\frac{1}{2}a + \frac{7}{2}, 2a^2 - a - 1\}$ 且 $A \cap B = \{2, 4\}$, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : -1

解析 : $\because A \cap B = \{2, 4\} \therefore 2a^2 - a - 1 = 2$ 或 $-\frac{1}{2}a + \frac{7}{2} = 2$

$$\text{若 } 2a^2 - a - 1 = 2, \text{ 則 } 2a^2 - a - 3 = 0 \therefore a = -1 \text{ 或 } \frac{3}{2}$$

$$\text{若 } -\frac{1}{2}a + \frac{7}{2} = 2 \therefore a = 3, \text{ 代回驗算知 } a = -1.$$

6、設 $f(x)$ 滿足 $f(x+3) = 2x+1$, 則 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : $2x - 5$

解析 : 令 $t = x + 3 \Rightarrow x = t - 3$

$$\text{則 } f(x+3) = f(t) = 2(t-3) + 1 = 2t - 5, \text{ 故 } f(x) = 2x - 5.$$

7、設 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 1 \text{ 或 } x \leq \frac{1}{2}\}$, $C = \{x | \frac{1}{2} < x < 4\}$, $D = \{x | x \leq 0\}$, 則

$$A - B = \underline{\hspace{2cm}}, B \cup C = \underline{\hspace{2cm}}, C \cap D = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案 : $\{x | \frac{1}{2} < x < 1\}, \quad , \emptyset$

解析 :



8、設 $A = \{1, 4\}$, $B = \{x^2 - ax + b = 0\}$, $C = \{1\}$,

(1)若 $A = B$, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2)若 $B = C$, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : (1)5,4 (2)2,1

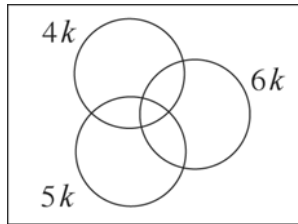
解析 : (1) $\because A = B \therefore x^2 - ax + b = (x-1)(x-4) \therefore a = 5, b = 4$

(2) $\because B = C \therefore x^2 - ax + b = (x-1)^2 \therefore a = 2, b = 1$

9、從 1 至 250 的自然數中，不可被 4,5,6 整除者，共有 個。

答案 : 133

解析 :



$$250 \div 4 = 62 \dots 2$$

$$250 \div 5 = 50 \dots 0$$

$$250 \div 6 = 41 \dots 4$$

$$250 \div 12 = 20 \dots 10$$

$$250 \div 30 = 8 \dots 10$$

$$250 \div 20 = 12 \dots 10$$

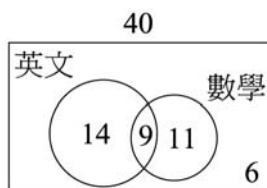
$$250 \div 60 = 4 \dots 10$$

$$250 - 62 - 50 - 41 + 20 + 8 + 12 - 4 = 133$$

10、某次考試，全班 40 人中英文不及格的有 17 人，數學不及格的有 20 人，兩科皆及格的有 9 人，則數學及格英文不及格的有 人，兩科皆不及格的有 人。

答案 : 11 ; 6

解析 :



利用集合論的圖形關係得知

英文及格的人數為 $40 - 17 = 23$ ，數學及格的人數為 $40 - 20 = 20$

\therefore 數學及格且英文不及格的人數為 11 (人)

數學及英文皆不及格的人數為 $40 - 14 - 9 - 11 = 6$ (人)。

11、設 $A = \{x \mid |x| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x \mid |x+3| \leq k, x \in \mathbb{R}\}$ ，若 $A \cap B = \emptyset$ ，則 k 的範圍為 。

答案 : $k < 2$

解析 : $|x| \leq 1 \therefore -1 \leq x \leq 1$

$$|x+3| \leq k \quad \therefore -k \leq x+3 \leq k, \quad -k-3 \leq x \leq k-3$$

$$\therefore A \cap B = \emptyset \quad \therefore k-3 < -1, \quad k < 2$$

12、(1) 設 $f(x) = 2x+1$ ，若定義域 $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$ ，則 A 所對應之值域 $f(A)$ 為_____。

(2) 設 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ，若定義域 $A = \{x | x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$ ，則 A 所對應之值域 $f(A)$ 為_____。

答案：(1) $\{y | 3 \leq y \leq 11, y \in \mathbb{R}\}$ (2) $\{-1, 1\}$

解析：(1) $\because 1 \leq x \leq 5, \therefore 3 \leq 2x+1 \leq 11$

$\therefore A$ 所對應之值域為 $\{y | 3 \leq y \leq 11, y \in \mathbb{R}\}$ 。

(2) 若 $x > 0$ 時，則 $f(x) = \frac{x}{x} = 1$ 。若 $x < 0$ 時，則 $f(x) = \frac{-x}{x} = -1$ 。

故 A 所對應之值域為 $\{-1, 1\}$ 。

13、設 $f(x) = x^2 + 2, g(x) = 2x + 3$ ，則

(1) $f(g(0)) =$ _____。(2) $f(g(x)) =$ _____。

答案：(1) 11 (2) $4x^2 + 12x + 11$

解析：(1) $f(g(0)) = f(3) = 3^2 + 2 = 11$ 。

(2) $f(g(x)) = f(2x+3) = (2x+3)^2 + 2 = 4x^2 + 12x + 11$ 。

14、設 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & 1 \leq x \leq 3 \\ [x-2], & -1 < x < 1 \\ 2x+1, & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$ ，且 $g(x+1) = f(x-1)$ ，則 $g(\frac{5}{2}) =$ _____。

答案：-2

15、設 $f(x)$ 為一函數，且滿足 $f(x) = f(x+5), f(-x) = -f(x)$ ，已知 $f(2) = 3$ ，則

(1) $f(12) =$ _____。(2) $f(-27) =$ _____。

答案：(1) 3 (2) -3

解析：(1) $f(12) = f(7) = f(2) = 3$ 。(2) $f(-27) = -f(27) = -f(2) = -3$ 。

16、設函數 $f(x)$ 表示 2^x 除以 10 所得之餘數，其中 x 為自然數，則

(1) $f(x)$ 之值域為_____。(2) $f(2003) =$ _____。

答案：(1) $\{2, 4, 6, 8\}$ (2) 8

解析：(1) $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 8, f(4) = 6, f(5) = 2, f(6) = 4, \dots$

2^x 除以 10 所得之餘數依序為 2, 4, 8, 6 的循環，故 $f(x)$ 之值域為 $\{2, 4, 8, 6\}$ 。

(2) $\because 2003 \div 4 = 500 \dots 3, \therefore f(2003) = 8$ 。

17、(1) 若兩數對 $(x+1, y) = (3y-1, 2x-1)$ ，則 $x =$ _____, $y =$ _____。

(2) 設 A, B 兩集合各有兩元素 $A = \{x+1, y\}, B = \{3y-1, 2x-1\}$ ，若 $A = B$ 則數對 $(x, y) = ?$

答案：(1) 1, 1 (2) (1, 1) 或 $(2, \frac{1}{2})$

解析：(1) $\begin{cases} x+1 = 3y-1 \\ y = 2x-1 \end{cases} \therefore x = 1, y = 1$

(2) $A = B$ 表示 $\begin{cases} x+1 = 3y-1 \\ y = 2x-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+1 = 2x-1 \\ y = 3y-1 \end{cases}$

$\therefore (x, y) = (1, 1)$ 或 $(2, \frac{1}{2})$

18、已知命題「若 $2x+3y=7$ ，則 $3x-y \neq 5$ 」是錯的，求數對 $(x, y) =$ _____。

答案：(2,1)

解析：若 $2x+3y=7$ ，則 $3x-y \neq 5$ 的命題是錯誤的

$$\therefore \begin{cases} 2x+3y=7 \\ 3x-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}, \therefore (x, y) = (2, 1)。$$

19、今有甲、乙、丙三門大砲，每砲各發射 100 發砲彈。甲砲每 1 分鐘發射一發，乙砲每 2 分鐘發射一發，丙砲每 3 分鐘發射一發，三砲同時發射第一發砲彈。假設其中沒有任何一顆啞彈，請問從開始發射到三砲全部發射完畢，總共可以聽到幾響砲聲？

答案：以分爲單位，從三砲同時發射第一發砲彈開始計時，此時的時刻爲 0 分。

設 A 表甲砲發射的時刻所成的集合， B 表乙砲發射的時刻所成的集合， C 表丙砲發射的時刻所成的集合，則

$$A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 96, 97, 98, 99\}，$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, \dots, 96, 98, 100, 102, \dots, 198\}，$$

$$C = \{0, 3, 6, \dots, 96, 99, 102, \dots, 198, 201, \dots, 297\}，$$

其中 $n(A) = n(B) = n(C) = 100$ 。接下來：

$$A \cap B = \{0, 2, 4, \dots, 98\}, n(A \cap B) = 50。$$

$$A \cap C = \{0, 3, 6, \dots, 99\}, n(A \cap C) = 34。$$

$$B \cap C = \{0, 6, 12, \dots, 198\}, n(B \cap C) = 34。$$

$$A \cap B \cap C = \{0, 6, 12, \dots, 96\}, n(A \cap B \cap C) = 17。$$

所聽到的全部砲聲爲

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 100 + 100 + 100 - 50 - 34 - 34 + 17 \\ &= 199 \text{ (響)。} \end{aligned}$$