

高雄市明誠中學 高一數學複習測驗 日期：96.04.09				
範圍	1-5 對數查表(3)	班級	普一 班	姓名
		座號		

一、填充題(每題 15 分)

1. 欲使 $(\frac{50}{49})^n > 60$ 的最小正整數 n 之值 = _____。

(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$)

【解答】 202

【詳解】

$$(\frac{50}{49})^n > 60 \Rightarrow \log(\frac{50}{49})^n > \log 60 \quad \therefore n(\log 50 - \log 49) > \log 60$$

$$\Rightarrow n(\log 100 - \log 2 - 2\log 7) > \log 10 + \log 2 + \log 3$$

$$\Rightarrow n(2 - 0.3010 - 2 \times 0.8451) > 1 + 0.3010 + 0.4771$$

$$\Rightarrow 0.0088n > 1.7781 \Rightarrow n > 202.06 \quad \therefore n \text{ 的最小值} = 202$$

2. 設 $x = \frac{7^{100} \times 3^{20}}{2^{300}}$, 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$

則：(1) x 的整數部分位數為 _____。(2) x 的首位數字為 _____。

【解答】 (1) 4 (2) 5

【詳解】

$$\log x = \log \frac{7^{100} \times 3^{20}}{2^{300}} = 100\log 7 + 20\log 3 - 300\log 2$$

$$= 100 \times 0.8451 + 20 \times 0.4771 - 300 \times 0.3010 = 3.752$$

$$(1) \log x \text{ 的首數} = 3 \Rightarrow x \text{ 的整數部分的位數} = 4$$

$$(2) \log x \text{ 的尾數} = 0.752 \quad \therefore \log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0.699, \log 6 = \log 2 + \log 3 = 0.7781$$

$$\Rightarrow 0.699 < \log x \text{ 的尾數} < 0.7781 \Rightarrow x \text{ 的首位數字為 } 5$$

3. 已知 $\log 0.0003561 = -3.4486$, 則(1) $\log 3561 =$ _____。(2) $\log 0.3561 =$ _____。

【解答】 (1) 3.5514 (2) -0.4486

【詳解】

$$\log 0.0003561 = \log (3.561 \times 10^{-4}) = -4 + \log 3.561 = -3.4486 \quad \therefore \log 3.561 = 0.5514$$

$$(1) \log 3561 = \log (3.561 \times 10^3) = 3 + \log 3.561 = 3.5514$$

$$(2) \log 0.3561 = \log (3.561 \times 10^{-1}) = -1 + \log 3.561 = -0.4486$$

4. 已知 $\log 0.0123 = -1.9101$, $\log 1.24 = 0.0934$, 則 $\log 123.4 =$ _____。

【解答】 2.0913

【詳解】

$$\log 0.0123 = \log (1.23 \times 10^{-2}) = -2 + \log 1.23 = -1.9101 \quad \therefore \log 1.23 = 0.0899$$

$$\text{則 } \log 123.4 = \log (1.234 \times 10^2) = 2 + \log 1.234, \text{ 令 } \log 1.234 = y$$

$$0.01 \begin{array}{|c|} \hline 0.004 \quad \boxed{\quad} \log 1.23 = 0.0899 \\ \hline \log 1.234 = y \\ \hline \log 1.24 = 0.0934 \quad \boxed{\quad} a \\ \hline \end{array} 0.0035$$

由內插法知 $\frac{0.004}{0.01} = \frac{a}{0.0035} \Rightarrow a = 0.0014 \Rightarrow y = 0.0899 + 0.0014 = 0.0913$

$\therefore \log 123.4 = 2 + 0.0913 = 2.0913$

5. 已知 47^{100} 為 168 位數，則 47^{32} 為 _____ 位數。

【解答】 54

【詳解】

47^{100} 為 168 位數 $\Rightarrow \log 47^{100}$ 的首數 = 167 $\therefore 167 \leq \log 47^{100} < 168$

$\Rightarrow 1.67 \leq \log 47 < 1.68, \log 47^{32} = 32 \log 47 \Rightarrow 1.67 \times 32 \leq \log 47^{32} < 1.68 \times 32$

$\Rightarrow 53.44 \leq \log 47^{32} < 53.76 \Rightarrow \log 47^{32}$ 的首數 = 53 $\Rightarrow 47^{32}$ 為 54 位數

6. 利用下列對數表計算 $\sqrt[4]{6.35 \times (0.6327)^2} =$ _____。(小數取四位)

x	6.30	6.31	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.37
$\log x$	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041

【解答】 0.6354

【詳解】

令 $x = \sqrt[4]{6.35 \times (0.6327)^2} \Rightarrow \log x = \frac{1}{4} \log 6.35 + 2 \log 0.6327 = -1 + 0.8031$

$$0.01 \begin{array}{|c|} \hline a \quad \boxed{\quad} \log 6.35 = 0.8028 \\ \hline \log b = 0.8031 \\ \hline \log 6.36 = 0.8035 \quad \boxed{\quad} 0.0003 \\ \hline \end{array} 0.0007$$

由內插法知 $\frac{a}{0.01} = \frac{0.0003}{0.0007} \Rightarrow a = 0.0043 \Rightarrow b = 6.35 + 0.0043 = 6.3543$

$\Rightarrow \log x = -1 + 0.8031 = -1 + \log 6.3543 \Rightarrow x = 0.63543 \doteq 0.6354$

7. 年利率 8%，每年複利一次，欲使 n 年後本利和達到本金的 3 倍，則 n 至少為 _____ (取整數)

【解答】 15

【詳解】 設本金 P

(1) 一年後本利和 $P(1+8\%)$ ，二年後本利和 $P(1+8\%)^2$ ， \dots ， n 年後本利和 $P(1+8\%)^n$

(2) 由 $P(1+8\%)^n \geq 3P \Rightarrow (1.08)^n \geq 3 \Rightarrow n \log 1.08 \geq \log 3 \Rightarrow n(0.0334) \geq 0.4771$

$\Rightarrow n \geq \frac{3010}{334} \doteq 14.284, \therefore$ 至少需 15 年，本利和才達到 3 倍

8. 已知 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ ，比較 2^{106} 與 3^{67} 的大小？ _____。

【解答】 $2^{106} < 3^{66}$

【詳解】

$\log 2^{106} = 106 \times \log 2 = 106 \times 0.3010 = 31.906$

$\log 3^{67} = 66 \times \log 3 = 67 \times 0.4771 = 31.9657, \log 2^{106} < \log 3^{67} \therefore 2^{106} < 3^{66}$

9. 假設定期存款的年利率為 6%，每四個月為一期，複利計息，李先生存進 100,000 元，言明定期五年，求期滿後的本利和_____。（利用下表）

x											表 尾 差								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1664	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27

【解答】134600 元

【詳解】

年利率為 6%，每四個月為一期，則每期利率為 2%，5 年共 15 期

$$\text{五年後本利和 } S = 100000(1 + 0.02)^{15} = 10^4(1.02)^{15}$$

$$\log S = \log[10^4(1.02)^{15}] = 4 + 15\log 1.02 = 4 + 15 \times 0.0086 = 3.129$$

$$\text{由查表可知 } \log 1.346 = 0.1271 + 0.0019 = 0.129 \quad \therefore S = 10^3 \times 1.346 = 1346 \text{ (元)}$$