高雄市明誠中學 高一數學複習測驗 日期：96.04.04					
範圍	1-5 對數查表(2)	班級	普一 班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 5 分)

1. 已知$\log 2.001 = 0.3012$，下列何者正確？

(A) $\log 2001 = 3.3012$ (B) $\log 0.002001 = -3.3012$ (C) $\log x = 3.3012$ 時，$x = 2001$
(D) $\log x = -2.3012$ 時，$x = 0.002001$ (E) $\log_{0.1} 2.001 = -0.3012$

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】

(B)$\log 0.002001 = -3 + \log 2.001 = -3 + 0.3012 = -2.6988$

(D)$\log x = -2.3012 = -3 + 0.6988$

(E)$\log_{0.1} 2.001 = \log_{10^{-1}} 2.001 = -\log 2.001 = -0.3012$

2. 由 $\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，不必再查表，可以算出對數近似值的是：

(A) $\log 500$ (B) $\log 12$ (C) $\log 360$ (D) $\log 912$ (E) $\log 312$

【解答】(A)(B)(C)

【詳解】

$\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，$\log 5 = \log\frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0.6990$

(A) $\log 500 = \log(5 \times 10^2) = 2 + \log 5 = 2.6990$

(B) $\log 12 = \log(2^2 \times 3) = 2\log 2 + \log 3 = 1.0791$

(C) $\log 360 = \log(2^3 \times 3^2 \times 5) = 3\log 2 + 2\log 3 + \log 5 = 2.5562$

(D) $\log 912 = \log(2^4 \times 3 \times 19) = 4\log 2 + \log 3 + \log 19$ ∴ 無法算出

(E) $\log 312 = \log(2^3 \times 3 \times 13) = 3\log 2 + \log 3 + \log 13$ ∴ 無法算出

3. 已知$\log 56.7 = 1.7536$，則下列敘述何者正確？

(A) $\log 56700 = 3.7536$ (B) $\log 0.000567 = -3.2464$ (C) $10^{0.7536} = 5.67$ (D)若$\log x = 3.7536$，則$x = 56700$ (E)若$\log y = -5.2464$，則$y = 0.00000567$

【解答】(B)(C)(E)

【詳解】

已知$\log 56.7 = 1.7536 \Rightarrow \log 5.67 = 0.7536$

(A) $\log 56700 = \log(56.7 \times 1000) = 1.7536 + 3 = 4.7536$

(B) $\log 0.000567 = \log(56.7 \times 10^{-5}) = 1.7536 - 5 = -3.2464$

(C) $\log 5.67 = 0.7536 \Rightarrow 10^{0.7536} = 5.67$

(D) $\log 5670 = 3.7536 \Rightarrow x = 5670$

(E) $\log y = -5.2464 = -6 + 0.7536 = -6 + \log 5.67 = \log 0.00000567 = -5.2464 \Rightarrow y = 0.00000567$

二、填充題(每題 10 分)

1. 若n爲自然數且$\log(\log n) = 3$，則n的位數 = ＿＿＿＿＿。

【解答】1001

【詳解】

$\log(\log n) = 3 = \log 10^3 \quad \Rightarrow \quad \log n = 1000 = \log 10^{1000} \quad \Rightarrow \quad n = 10^{1000} = 1\overbrace{000\cdots0}^{1000個}$

$\therefore$ n為 1001 位數

2. 欲使$(\frac{50}{49})^n > 50$ 的最小正整數n之值 $=$ ＿＿＿＿＿＿。

(已知$\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，$\log 7 = 0.8451$)

【解答】194

【詳解】

$(\frac{50}{49})^n > 50 \quad \Rightarrow \quad \log(\frac{50}{49})^n > \log 50 \quad \therefore \quad n(\log 50 - \log 49) > \log 50$

$\Rightarrow \quad n(\log 100 - \log 2 - 2\log 7) > \log 100 - \log 2 \quad \Rightarrow \quad n(2 - 0.3010 - 2 \times 0.8451) > 2 - 0.3010$

$\Rightarrow \quad 0.0088n > 1.6990 \quad \Rightarrow \quad n > 193.06 \quad \therefore \quad n$ 的最小值 $= 194$

3. 設$x = \frac{7^{100} \times 3^{20}}{2^{300}}$，已知$\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，$\log 7 = 0.8451$

則：(1) x的整數部分位數為＿＿＿＿＿＿。 (2) x的首位數字為＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) 4 (2) 5

【詳解】

$\log x = \log \frac{7^{100} \times 3^{20}}{2^{300}} = 100\log 7 + 20\log 3 - 300\log 2$

$= 100 \times 0.8451 + 20 \times 0.4771 - 300 \times 0.3010 = 3.752$

(1) $\log x$ 的首數 $= 3 \quad \Rightarrow \quad x$ 的整數部分的位數 $= 4$

(2) $\log x$ 的尾數 $= 0.752 \quad \because \quad \log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0.699$，$\log 6 = \log 2 + \log 3 = 0.7781$

$\Rightarrow \quad 0.699 < \log x$ 的尾數 $< 0.7781 \quad \Rightarrow \quad x$ 的首位數字為 5

4. 已知 $10^{0.8698} = 7.41$，$10^{0.8704} = 7.42$，利用內插法得$\log 7.4142$ 之值為＿＿＿＿＿＿。（寫到小數第四位，以下四捨五入）

【解答】0.8701

【詳解】

$10^{0.8698} = 7.41$，$10^{0.8704} = 7.42 \Rightarrow \log 7.41 = 0.8698$，$\log 7.42 = 0.8704$，

x	$\log x$
7.41	0.8698
7.4142	y
7.42	0.8704

由內插法： $\frac{7.4142 - 7.41}{7.42 - 7.41} = \frac{y - 0.8698}{0.8704 - 0.8698} \quad \therefore \quad y = 0.870052 \fallingdotseq 0.8701$

5. 已知$\log 0.0003561 = -3.4486$，則

(1) $\log 3561 =$ ＿＿＿＿＿＿。 (2) $\log 0.3561 =$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) 3.5514 (2) -0.4486

【詳解】

$\log 0.0003561 = \log(3.561 + 10^{-4}) = -4 + \log 3.561 = -3.4486 \quad \therefore \quad \log 3.561 = 0.5514$

(1) $\log 3561 = \log(3.561 \times 10^3) = 3 + \log 3.561 = 3.5514$

(2) $\log 0.3561 = \log(3.561 \times 10^{-1}) = -1 + \log 3.561 = -0.4486$

6. 已知$\log 0.0123 = -1.9101$，$\log 1.24 = 0.0934$，則$\log 123.4 =$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】2.0913

【詳解】

$\log 0.0123=\log(1.23\times10^{-2})=-2+\log 1.23=-1.9101$　∴　$\log 1.23=0.0899$

則$\log 123.4=\log(1.234\times10^{2})=2+\log 1.234$，令$\log 1.234=y$

$$0.01\left\{\begin{array}{l}0.004\left\{\begin{array}{l}\log 1.23=0.0899\\ \log 1.234=y\end{array}\right\}a\\ \log 1.24=0.0934\end{array}\right\}0.0035$$

由內插法知$\dfrac{0.004}{0.01}=\dfrac{a}{0.0035}\Rightarrow a=0.0014$　$\Rightarrow$　$y=0.0899+0.0014=0.0913$

∴　$\log 123.4=2+0.0913=2.0913$

7. 已知 47^{100}爲 168 位數，則 47^{23}爲__________位數。

【解答】39

【詳解】

47^{100}爲 168 位數　$\Rightarrow$　$\log 47^{100}$的首數 $=167$　∴　$167\le\log 47^{100}<168$

$\Rightarrow$　$1.67\le\log 47<1.68$，$\log 47^{23}=23\log 47$　$\Rightarrow$　$1.67\times23\le\log 47^{23}<1.68\times23$

$\Rightarrow$　$38.41\le\log 47^{23}<38.64$　$\Rightarrow$　$\log 47^{23}$的首數 $=38$　$\Rightarrow$　47^{23}爲 39 位數

8. 利用下列對數表計算$\sqrt[4]{6.35}\times(0.6327)^2=$__________。（小數取四位）

x	6.30	6.31	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.37
$\log x$	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041

【解答】0.6354

【詳解】

令$x=\sqrt[4]{6.35}\times(0.6327)^2$　$\Rightarrow\log x=\dfrac{1}{4}\log 6.35+2\log 0.6327=-1+0.8031$

$$0.01\left\{\begin{array}{l}a\left\{\begin{array}{l}\log 6.35=0.8028\\ \log\ b=0.8031\end{array}\right\}0.0003\\ \log 6.36=0.8035\end{array}\right\}0.0007$$

由內插法知$\dfrac{a}{0.01}=\dfrac{0.0003}{0.0007}\Rightarrow a=0.0043$　$\Rightarrow b=6.35+0.0043=6.3543$

$\Rightarrow\log x=-1+0.8031=-1+\log 6.3543\Rightarrow$　$x=0.63543\doteqdot 0.6354$

9. 已知$\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$，若將$\dfrac{1}{2^{27}}+\dfrac{1}{3^{17}}$表爲小數時，則小數點之後第__________位才不是零。

【解答】8

【詳解】

$\log 8=3\log 2=0.903$，$\log 7=0.8451$，$\log\dfrac{1}{2^{27}}=-27\log 2=-8.127=-9+0.873$

∴　小數點後第 9 位不爲 0，此位數字爲 7，$\log\dfrac{1}{3^{17}}=-17\log 3=-8.1107=-9+0.8893$

∴　小數點後第 9 位不爲 0，此位數字爲 7，$7+7=14$

∴　$\dfrac{1}{2^{27}}+\dfrac{1}{3^{17}}$小數點後第 8 位不爲 0

10. 等比級數$S_{100}=1+2+4+\cdots+2^{99}$，

(1) S_{100}爲幾位數？__________

(2) S_{100}之首位數字（最左邊的一位數字）爲何？__________

(3) S_{100}之個位之數字為何？__________

【解答】(1) 31　(2) 1　(3) 5

【詳解】

$S_{100}=1+2+4+\cdots+2^{99}=\dfrac{1\cdot(2^{100}-1)}{2-1}=2^{100}-1$

2^n之個位數字依 2，4，8，6 四次一循環，故 $2^{100}-1$ 之個位數字為 $6-1=5$

又 $2^{100}-1$ 與 2^{100}之位數相同，而$\log 2^{100}=100\log 2=30.1=30+0.1$，首數為 30，故為 31 位數

又$\log 1=0<$尾數 $=0.1<0.3010=\log 2$　∴　最高位數字為 1

11.假設定期存款的年利率為 6%，每四個月為一期，複利計息，李先生存進 1,000 元，言明定期五年，求期滿後的本利和______________。（利用下表）

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	表尾差								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1664	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27

【解答】1346 元

【詳解】

年利率為 6%，每四個月為一期，則每期利率為 2%，5 年共 15 期

五年後本利和$S=1000(1+0.02)^{15}=10^4(1.02)^{15}$

$\log S=\log[10^3(1.02)^{15}]=3+15\log 1.02=3+15\times 0.0086=3.129$

由查表可知$\log 1.346=0.1271+0.0019=0.129$　∴　$S=10^3\times 1.346=1346$（元）

12.年利率 8%，每年複利一次，欲使n年後本利和達到本金的 2 倍，則n至少為________(取整數)

【解答】10

【詳解】設本金P

(1)一年後本利和$P(1+8\%)$，二年後本利和$P(1+8\%)^2$，⋯，n年後本利和$P(1+8\%)^n$

(2)由$P(1+8\%)^n\geq 2P$　$\Rightarrow$　$(1.08)^n\geq 2$　$\Rightarrow$　$n\log 1.08\geq\log 2\Rightarrow$　$n(0.0334)\geq 0.3010$

$\Rightarrow$　$n\geq\dfrac{3010}{334}\doteqdot 9.012$，∴　至少需 10 年，本利和才達到 2 倍

13.已知$\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$，

(1)比較 2^{106}與 3^{66}的大小？______________。

(2)$2^{106}+3^{66}$為幾位數？____________位。

【解答】(1)$2^{106}>3^{66}$　(2)33

【詳解】

(1)$\log 2^{106}=106\times\log 2=106\times 0.3010=31.906$

$\log 3^{66}=66\times\log 3=66\times 0.4771=31.4886$，$\log 2^{106}>\log 3^{66}$　∴　$2^{106}>3^{66}$

(2)∵　$\log 2^{106}=31.906$　∴　2^{106}為 32 位數，且首位數為 8

∵　$\log 3^{66}=31.4886$　∴　3^{66}為 32 位數，且首位數為 3

$2^{106}+3^{66}$之首位數進一位　∴　$2^{106}+3^{66}$為 33 位數