

高雄市明誠中學 高一數學複習測驗 日期：96.04.02				
範圍	1-5 對數查表	班級	普一 班	姓
		座號		名

一、選擇題(每題 5 分)

1. 已知 $\log x$ 的尾數與 $\log 0.12345$ 相同， $\log x$ 的首數與 $\log 67890$ 的首數相同，則 $x =$
 (A) 67890.12345 (B) 67890 (C) 12345 (D) 12345.67890

【解答】(C)

【詳解】

$$\log 0.12345 = \log(1.2345 \times 10^{-1}) = -1 + \log 1.2345,$$

$$\log 67890 = \log(6.789 \times 10^4) = 4 + \log 6.789$$

$$\therefore \log x = 4 + \log 1.2345 = \log 10^4 + \log 1.2345 = \log(10^4 \times 1.2345) = \log 12345$$

$$\therefore x = 12345$$

2. (複選)已知 $\log 2.001 = 0.3012$ ，下列何者正確？
 (A) $\log 2001 = 3.3012$ (B) $\log 0.002001 = -3.3012$ (C) $\log x = 3.3012$ 時， $x = 2001$
 (D) $\log x = -2.3012$ 時， $x = 0.002001$ (E) $\log_{0.1} 2.001 = -0.3012$

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】

$$(B) \log 0.002001 = -3 + \log 2.001 = -3 + 0.3012 = -2.6988$$

$$(D) \log x = -2.3012 = -3 + 0.6988$$

$$(E) \log_{0.1} 2.001 = \log_{10^{-1}} 2.001 = -\log 2.001 = -0.3012$$

3. (複選)下列對數，選出首數相同者：

(A) $\log 1999$ (B) $\log 19990$ (C) $\log 3999$ (D) $\log 0.01999$ (E) $\log \frac{1}{1999}$

【解答】(A)(C)

【詳解】

$$(A) \log 1999 = \log(1.999 \times 10^3) = 3 + \log 1.999$$

$$(B) \log 19990 = \log(1.999 \times 10^4) = 4 + \log 1.999$$

$$(C) \log 3999 = \log(3.999 \times 10^3) = 3 + \log 3.999$$

$$(D) \log 0.01999 = \log(1.999 \times 10^{-2}) = -2 + \log 1.999$$

$$(E) \log \frac{1}{1999} = -\log 1999 = -\log(1.999 \times 10^3) = -3 - \log 1.999 = -4 + (1 - \log 1.999)$$

故(A)(C)首數相同

4. (複選)下列對數，選出尾數相同者：

(A) $\log 327$ (B) $\log 723$ (C) $\log \frac{1}{327}$ (D) $\log 0.0327$ (E) $\log 327000$

【解答】(A)(D)(E)

【詳解】

$$(A) \log 327 = \log(3.27 \times 10^2) = 2 + \log 3.27$$

$$(B) \log 723 = \log(7.23 \times 10^2) = 2 + \log 7.23$$

$$(C) \log \frac{1}{327} = -\log 327 = -\log(3.27 \times 10^2) = -2 - \log 3.27 = -3 + (1 - \log 3.27)$$

$$(D) \log 0.0327 = \log (3.27 \times 10^{-2}) = -2 + \log 3.27$$

$$(E) \log 327000 = \log (3.27 \times 10^5) = 5 + \log 3.27$$

故(A)(D)(E)尾數相同

5. (複選)下列對數，首數為 -3 的是：

$$(A) \log 0.0023 \quad (B) \log 0.00023 \quad (C) \log \frac{1}{123} \quad (D) \log a = -3.4771 \quad (E) \log b = -2.9931$$

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】

$$(A) \log 0.0023 = \log (2.3 \times 10^{-3}) = -3 + \log 2.3 \quad \therefore \text{首數為 } -3$$

$$(B) \log 0.00023 = \log (2.3 \times 10^{-4}) = -4 + \log 2.3 \quad \therefore \text{首數為 } -4$$

$$(C) \log \frac{1}{123} = -\log 123 = -\log (1.23 \times 10^2) = -2 - \log 1.23 = -3 + (1 - \log 1.23)$$

\therefore 首數為 -3

$$(D) \log a = -3.4771 = -4 + 0.5229 \quad \therefore \text{首數為 } -4$$

$$(E) \log b = -2.9931 = -3 + 0.0069 \quad \therefore \text{首數為 } -3$$

二、填充題(每題 10 分)

1. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$, 若 7^{60} 為 m 位數且最高位數字為 n , 則數對 $(m, n) =$ _____。

【解答】(51, 5)

【詳解】

$$\log 7^{60} = 60 \log 7 = 60 \times 0.8451 = 50 + 0.706, \text{ 首數} = 50 \quad \therefore 7^{60} \text{ 為 } 51 \text{ 位數, } m = 51$$

$$(\log 5 = 0.6990) < 0.706 < (0.7781 = \log 6) \quad \therefore \text{最高位數字 } n = 5$$

2. 已知 $\log 2 = 0.3010$, 則滿足不等式 $(1.25)^n > 10^7$ 的最小正整數 n 之值為 _____。

【解答】73

【詳解】

$$\log (1.25)^n > \log 10^7 \Rightarrow n \log 1.25 > 7; \text{ (因爲 } \log 1.25 = \log \frac{10}{8} = 1 - 3 \log 2 = 0.097 \text{)}$$

$$\Rightarrow n \times 0.097 > 7 \Rightarrow n > \frac{7}{0.097} = 72.266 \dots, \quad n = 73 \text{ 爲最小}$$

3. 已知 $\log 4.16 = 0.6191$, $\log 4.17 = 0.6201$, 利用內插法求 $\log 4.167$ 之值為 _____。(取小數點後四位)

【解答】0.6198

【詳解】

$$\log 4.167 = \log (4.167 \times 10^3) = 3 + \log 4.167, \text{ 設 } \log 4.167 = x$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0.01 & \begin{array}{|c|c|} \hline 0.007 & \begin{array}{|c|} \hline \log 4.16 = 0.619 \\ \log 4.167 = x \\ \log 4.17 = 0.6201 \\ \hline a \end{array} \\ \hline \end{array} & & 0.001 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{0.007}{0.01} = \frac{a}{0.001} \Rightarrow a = 0.0007 \Rightarrow x = 0.6191 + 0.0007 = 0.6198$$

4. 已知 47^{100} 為 168 位數, 則 47^{35} 為 _____ 位數。

【解答】59

【詳解】

$$47^{100} \text{ 爲 } 168 \text{ 位數} \Rightarrow 167 \leq \log 47^{100} < 168 \Rightarrow 167 \leq 100 \log 47 < 168$$

$$\Rightarrow 1.67 \leq \log 47 < 1.68 \Rightarrow 35 \times 1.67 \leq 35 \times \log 47 < 35 \times 1.68$$

$$\Rightarrow 58.5 \leq \log 47^{35} < 58.8 \Rightarrow 47^{35} \text{ 爲 } 59 \text{ 位數}$$

5. 已知 $\log 3 = 0.4771$, 3^{-40} 化爲小數, 其小數點後開始不爲 0 的數字在第 n 位, 這個數字爲 k , 則 (1) $n =$ _____。 (2) $k =$ _____。

【解答】(1) 20 (2) 8

【詳解】

$$\log 3^{-40} = -40 \log 3 = -40 \times 0.4771 = -19.084 = -20 + 0.916$$

(1) 首數爲 -20 , 所以小數點後第 20 位數字才不爲 0

(2) 尾數爲 0.916

$$\log 8 = 3 \log 2 = 0.9030, \log 9 = 2 \log 3 = 0.9542 \Rightarrow \log 8 < 0.916 < \log 9$$

\therefore 這個不爲 0 的數字 $k = 8$

6. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 則 12^{32}

(1) 爲 _____ 位之整數。(2) 最高位(最左邊)數字爲 α , 個位數字爲 β , 則 $(\alpha, \beta) =$ _____。

【解答】(1) 35 (2) (3, 6)

【詳解】

$$(1) \log 12^{32} = 32 \log 12 = 32(2 \log 2 + \log 3) = 32(0.6020 + 0.4771) = 34.5312$$

$$(2) \log 3 = 0.4771 < 0.5312 < \log 4 = 0.6020 \therefore \alpha = 3$$

$$2^1 \rightarrow 2, 2^2 \rightarrow 4, 2^3 \rightarrow 8, 2^4 \rightarrow 6 \therefore \beta = 6 \therefore (\alpha, \beta) = (3, 6)$$

7. 某人在銀行存了 10 萬元, 若依當時年利率 5%, 每年複利計息一次, 若本利和要達到 20 萬, 則至少需 _____ 年。(利用第 9 題附表)

【解答】15

【詳解】

$$n \text{ 年後本利和} = 100000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n > 200000 \Rightarrow (1.05)^n > 2$$

$$\Rightarrow n > \frac{\log 2}{\log 1.05} = \frac{0.3010}{0.0212} = 14.19 \dots \Rightarrow n \geq 15, \text{ 即至少需 } 15 \text{ 年}$$

8. 利用所附對數表及 $\log 5.13 = 0.7101$, $\log 5.36 = 0.7292$, $\log 1.8 = 0.2553$, 求下列之值:

(1) $\log 124000 =$ _____。

(2) $\log 0.01454 =$ _____。(四捨五入到小數點後第四位)

(3) $\log x = -2.8633$, 則 $x =$ _____。

(4) $x = \sqrt[8]{\frac{513}{(5.36)^3(1.8)}}$, 則 $x =$ _____。

【解答】(1) 5.0934 (2) -1.8374 (3) 0.00198 (4) 1.08

【詳解】

(1) 查表知: $\log 1.24 = 0.0934$, $\log 124000 = \log(1.24 \times 10^5) = 5 + \log 1.24 = 5.0934$

(2) 查表及表尾差 $\log 1.454 = 0.1614 + 0.0012 = 0.1626$

$$\Rightarrow \log 0.01454 = \log(1.454 \times 10^{-2}) = -2 + 0.1626 = -1.8374$$

(3) $\log x = -2.8633 = -3 + 0.1367$

查表知 $\log 1.37 = 0.1367 \Rightarrow \log x = -3 + \log 1.37 = \log 0.00137 \Rightarrow x = 0.00137$

$$(4) \log x = \log \sqrt[8]{\frac{513}{(5.36)^3(1.8)}} = \frac{1}{8}(\log 513 - 3\log 5.36 - \log 1.8)$$

$$= \frac{1}{8}(2.7101 - 3 \times 0.7292 - 0.2553) = 0.0334 = \log 1.08 \Rightarrow x = 1.08$$

9. 假設定期存款的年利率為 6%，每四個月為一期，複利計息，某人存進 10,000 元，言明定期五年，求期滿後的本利和。（利用所附對數表）

【解答】13460 元

【詳解】

年利率為 6%，每四個月為一期，則每期利率為 2%，5 年共 15 期

五年後本利和 $S = 10000(1 + 0.02)^{15} = 10^4(1.02)^{15}$

$\log S = \log[10^4(1.02)^{15}] = 4 + 15\log 1.02 = 4 + 15 \times 0.0086 = 4.129$

由查表可知 $\log 1.346 = 0.1271 + 0.0019 = 0.129 \therefore S = 10^4 \times 1.346 = 13460$ （元）

x											表 尾 差								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1664	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27