高雄市明誠中學 高一數學複習測驗　　日期：96.03.015					
範圍	1-3 對數	班級	普一　　班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1. $\log_{0.1}\log_{0.2}\log_{0.5}\dfrac{1}{\sqrt[5]{2}}$ 之值 =(A) -2　(B) -1　(C) 0　(D) 1　(E) 2

【解答】(C)

【詳解】

原式 $=\log_{0.1}(\log_{0.2}(\log_{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})^{\frac{1}{5}}))=\log_{0.1}(\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{5})=\log_{0.1}1=0$，故選(C)

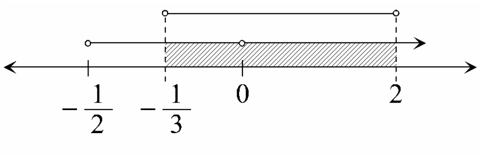
2. 設$x\in R$，使$\log_{2x+1}(2+5x-3x^2)$有意義的x所在範圍爲

(A) $-\frac{1}{2}<x<2$　(B) $-\frac{1}{3}<x<2$　(C) $0<x<2$　(D) $-\frac{1}{3}<x<2$ 且$x\neq 0$　(E) $-\frac{1}{2}<x<2$ 且x $\neq 0$

【解答】(D)

【詳解】

$$\begin{cases} 2x+1>0 \quad\Rightarrow\quad x>-\frac{1}{2} \\ 2x+1\neq 1 \quad\Rightarrow\quad x\neq 0 \\ 2+5x-3x^2>0 \quad\Rightarrow\quad 3x^2-5x-2<0 \quad\Rightarrow\quad (3x+1)(x-2)<0 \quad\Rightarrow\quad -\frac{1}{3}<x<2 \end{cases}$$



$\therefore\quad -\frac{1}{3}<x<2$ 且 $x\neq 0$，故選(D)

3. (複選)下列式子哪些是正確的？

(A) $\log_7 7=1$　(B) $\log_3 2+\log_3 4=\log_3 6$　(C) $\log_5 17-\log_5 13=\dfrac{\log_5 17}{\log_5 13}$

(D) $\log_2 5\cdot\log_2 7=\log_2 35$　(E) $\log_4 9=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}$

【解答】(A)(E)

【詳解】

(A) 對數性質　(B) $\log_3 2+\log_3 4=\log_3 8\neq\log_3 6$

(C) $\log_5 17-\log_5 13=\log_5\dfrac{17}{13}$，$\dfrac{\log_5 17}{\log_5 13}=\log_{13}17$　$\therefore$　二式不相等

(D) $\log_2 35=\log_2(5\cdot 7)=\log_2 5+\log_2 7\neq\log_2 5\cdot\log_2 7$

(E) $\log_4 9=\log_{2^2}3^2=\dfrac{2}{2}\log_2 3=\log_2 3$，$\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}=\log_{2^{\frac{1}{2}}}3^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\log_2 3=\log_2 3$　$\therefore$　二式相等

4. (複選)設A，$B\in R$，下列敘述何者正確？

(A) $\log A^2 = 2\log A$　　(B) $\log A^2B^2 = \log A^2 + \log B^2$　　(C) $\log\dfrac{A^2}{B^2} = \log A^2 - \log B^2$

(D) $\log A = -\log\dfrac{1}{A}$　　(E) $0 < y \neq 1$，$x > 0$，$\log_y x = \dfrac{\log x}{\log y}$

【解答】(E)

【詳解】

(A) $A < 0$ 時不對　(B)(C)(D)於 $A = 0$ 時不對

5. (複選)下列各x值何者大於 1？

(A) $\log_x 10\sqrt{10} = \dfrac{3}{2}$　(B) $x = \log_{\frac{1}{2}} 32$　(C) $10^x = \sqrt[3]{100}$　(D) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$　(E) $(\dfrac{1}{2})^x = 2$

【解答】(A)(D)

【詳解】

(A) $\log_x 10\sqrt{10} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow 10\sqrt{10} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 10$　(B) $x = \log_{\frac{1}{2}} 32 = \log_{2^{-1}} 2^5 = -5$

(C) $10^x = \sqrt[3]{100} = 10^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = \dfrac{2}{3}$　(D) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2 \Rightarrow x = (\dfrac{1}{2})^{-2} = 2^2 = 4$

(E) $(\dfrac{1}{2})^x = (2^{-1})^x = 2 \Rightarrow x = -1$

6. (複選)下列敘述何者正確？

(A) $\log_7(-3)^2 = 2\log_7(-3)$　(B) $\log_{\sqrt{6}}\sqrt{7} = \log_6 7$　(C) $\log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$

(D)若$\log_{27} a = \log_{81} b$，則$\log_a b = \dfrac{4}{3}$　(E) $m \in R$，$m \neq 0$，則$\log_a b = \log_{a^m} b^m$

【解答】(B)(C)(D)(E)

【詳解】

(A) $\log_7(-3)^2 = 2\log_7 3$　(B) $\log_{\sqrt{6}}\sqrt{7} = \log_{(\sqrt{6})^2}(\sqrt{7})^2 = \log_6 7$

(C) $\because \log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b$　$\therefore \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{3^{-1}} x^1 = -\log_3 x$

(D) $\log_{27} a = \log_{81} b \Rightarrow \log_3\sqrt[3]{a} = \log_3\sqrt[4]{b} \Rightarrow \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{b} \Rightarrow a^4 = b^3$

$\therefore \log_a b = \log_{a^4} b^4 = \log_{b^3} b^4 = \dfrac{4}{3}$

(E) $\log_{a^m} b^m = \dfrac{\log_a b^m}{\log_a a^m} = \dfrac{m\log_a b}{m\log_a a} = \log_a b$

7. 若$\log_2(\log_3 x) + 3\log_8(\log_5 9) = 2$，則下列何者正確？

(A) $x < 5$　(B) $5 \le x < 10$　(C) $10 \le x < 15$　(D) $15 \le x < 20$　(E) $x \ge 20$

【解答】(E)

【詳解】

$\because 3\log_8(\log_5 9) = \dfrac{3}{3}\log_2(\log_5 9) = \log_2(\log_5 9)$

原式：$\log_2(\log_3 x) + \log_2(\log_5 9) = 2 \Rightarrow \log_2(\log_3 x \cdot \log_5 9) = 2 \Rightarrow \log_3 x \cdot \log_5 9 = 4$

$\Rightarrow \quad \log_3 x = \dfrac{4}{\log_5 9} = 4\log_9 5 = 2\log_3 5 = \log_3 25 \quad \Rightarrow \quad x = 25$，故選(E)

二、填充題(每題 10 分)

1. 設 $3^{\log_3 5} + 4^{\log_4 5} = 2^{\log_2 x}$，則$x =$ ＿＿＿＿＿。

【解答】10

【詳解】

$3^{\log_3 5} + 4^{\log_4 5} = 2^{\log_2 x} \quad \Rightarrow \quad 5 + 5 = x \quad \Rightarrow \quad x = 10$

2. 設$\log_2 3 = a$，$\log_3 5 = b$，$\log_5 7 = c$，則以a，b，c表示$\log_{105} 28$ 之值為＿＿＿＿＿。

【解答】 $\dfrac{2+abc}{a+ab+abc}$

【詳解】

$\log_2 3 = a$，$ab = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$，$abc = \log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 7 = \log_2 7$

$\log_{105} 28 = \dfrac{\log_2 28}{\log_2 105} = \dfrac{\log_2 4 + \log_2 7}{\log_2 3 + \log_2 5 + \log_2 7} = \dfrac{2+abc}{a+ab+abc}$

3. 求$\log_3 7 \cdot \log_7 90 - \dfrac{\log_7 100}{\log_{49} 81} =$ ＿＿＿＿＿。

【解答】2

【詳解】

原式 $= \log_3 90 - \dfrac{2\log_7 10}{\log_7 9} = 2 + \log_3 10 - \dfrac{2\log_7 10}{2\log_7 3} = 2 + \log_3 10 - \log_3 10 = 2$

4. 求下列各對數的值：

(1) $\log\dfrac{8}{21} + 2\log\dfrac{35}{3} - \log 14 + \log 27 =$ ＿＿＿＿＿。

(2) $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 32 =$ ＿＿＿＿＿。

(3) $(\log_{25} 2 + \log_5 \dfrac{1}{8})(\log_2 5 + \log_4 \sqrt{5}\,) =$ ＿＿＿＿＿。

【解答】(1)2　(2)5　(3)$-\dfrac{25}{8}$

【詳解】

(1) $\log\dfrac{8}{21} + 2\log\dfrac{35}{3} - \log 14 + \log 27 = \log\dfrac{8}{21} + \log(\dfrac{35}{3})^2 - \log 14 + \log 27$

$= \log(\dfrac{8}{21} \times \dfrac{1225}{9} \times \dfrac{1}{14} \times 27) = \log(4 \times 25) = \log 10^2 = 2$

(2)$\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 32 = \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$

(3)$(\log_{25} 2 + \log_5 \dfrac{1}{8})(\log_2 5 + \log_4 \sqrt{5}\,) = (\log_{25} 2 + \log_{25} \dfrac{1}{64})(\log_4 25 + \log_4 \sqrt{5}\,)$

$= \log_{25} \dfrac{1}{32} \cdot \log_4 25\sqrt{5} = \log_{5^2} 2^{-5} \cdot \log_{2^2} 5^{\frac{5}{2}} = \dfrac{-5}{2} \cdot \dfrac{\frac{5}{2}}{2} \cdot \log_5 2 \cdot \log_2 5 = -\dfrac{25}{8}$

5. 設 $4^{\log x} - 3 \cdot x^{\log 2} - 4 = 0$，則$x =$ ＿＿＿＿＿。

【解答】100

【詳解】

$(2^{\log x})^2 - 3 \cdot 2^{\log x} - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad (2^{\log x} - 4)(2^{\log x} + 1) < 0 \quad \Rightarrow \quad 2^{\log x} = 4 = 2^2 \quad \Rightarrow \quad \log x = 2$

$\therefore \quad x = 100$

6. $a = \log_7 7^8$，$b = 10^{\log 4}$，則$a + b =$ __________。

【解答】12

【詳解】

$a + b = \log_7 7^8 + 10^{\log 4} = 8\log_7 7 + 4 = 8 + 4 = 12$

7. 設$\log_a x = 3$，$\log_b x = 4$，$\log_c x = 5$，$\log_d x = 6$，則$\log_{abcd} x$之値爲__________。

【解答】$\dfrac{20}{19}$

【詳解】

$\log_x a = \dfrac{1}{3}$，$\log_x b = \dfrac{1}{4}$，$\log_x c = \dfrac{1}{5}$，$\log_x d = \dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow \quad \log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad \log_x abcd = \dfrac{19}{20} \quad \Rightarrow \quad \log_{abcd} x = \dfrac{20}{19}$

8. 求$(\log_9 4) \cdot (\log_{25}\sqrt{3}) \cdot (\log_{\sqrt{2}} 5) =$ __________。

【解答】$\dfrac{1}{2}$

【詳解】

原式 $= (\dfrac{2}{2}\log_3 2)(\dfrac{\frac{1}{2}}{2}\log_5 3)(\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_2 5) = 1 \cdot \dfrac{1}{4} \cdot 2(\log_3 2 \cdot \log_2 5 \cdot \log_5 3) = \dfrac{1}{2}$

9. 方程式$\log_3(x^2 - 13) - \log_3(x - 3) = 2$ 之解爲__________。

【解答】7

【詳解】

$\log_3(x^2 - 13) - \log_3(x - 3) = 2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x^2 - 13 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x > \sqrt{13}$

$\dfrac{x^2 - 13}{x - 3} = 3^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 9x + 14 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x - 7)(x - 2) = 0$

$\therefore \quad x = 7$

10.解$(\dfrac{2}{3})^x = (\dfrac{3}{2})^{2x-3}$，$x =$ __________。

【解答】1

【詳解】

兩邊取對數，得 $x\log\dfrac{2}{3} = (2x - 3)\log\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow \quad (2\log\dfrac{3}{2} - \log\dfrac{2}{3})x = 3\log\dfrac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad (3\log\dfrac{3}{2})\,x = 3\log\dfrac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 1$

11. $\log_3(\log_9 49) + 2\log_9(\log_7 3^9) =$ __________。

【解答】2

【詳解】

所求 $= \log_3(\log_9 49) + \log_3(\log_7 3^9) = \log_3(\log_9 49 \cdot \log_7 3^9) = \log_3(\log_3 7 \cdot \log_7 3^9) = \log_3 9 = 2$

12. $4^{-2\log_2 3} + 3^{\log_9 2} - 5^{\frac{\log 2}{\log 5}} =$ __________。

【解答】$\sqrt{2}-\dfrac{161}{81}$

【詳解】

原式 $=(2^2)^{-2\log_2 3}+3^{\frac{1}{2}\log_3 2}-5^{\log_5 2}=2^{\log_2 3^{-4}}+3^{\log_3\sqrt{2}}-2=3^{-4}+\sqrt{2}-2=\sqrt{2}-\dfrac{161}{81}$

13.方程式$\log_2(x-1)=\log_4(2-x)+1$之解為__________。

【解答】$2\sqrt{2}-1$

【詳解】

$\because\ \begin{cases}2-x>0\\x-1>0\end{cases}\Rightarrow\ 1<x<2$

原式化為$\log_4(x-1)^2=\log_4(2-x)+\log_4 4\ \Rightarrow\ (x-1)^2=4(2-x)\ \Rightarrow\ x^2+2x-7=0$

$\Rightarrow\ x=-1\pm2\sqrt{2}$，但$1<x<2$ $\therefore\ x=-1+2\sqrt{2}$

14.已知$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，則

(1) $\log_{10}5$之值為__________。 (2) $\log_{10}6$之值為__________。

【解答】(1) 0.6990 (2) 0.7781

【詳解】

(1) $\log_{10}5=\log_{10}\dfrac{10}{2}=\log_{10}10-\log_{10}2=1-0.3010=0.6990$

(2) $\log_{10}6=\log_{10}(2\times3)=\log_{10}2+\log_{10}3=0.3010+0.4771=0.7781$

15.設$\log_4 x=-\dfrac{3}{2}$，$\log_y\dfrac{16}{81}=\dfrac{4}{3}$，則(1) $x=$__________。 (2) $y=$__________。

【解答】(1)$\dfrac{1}{8}$ (2)$\dfrac{8}{27}$

【詳解】

(1) $\log_4 x=-\dfrac{3}{2}\ \Rightarrow\ x=4^{-\frac{3}{2}}=2^{-3}=\dfrac{1}{8}$

(2) $\log_y\dfrac{16}{81}=\dfrac{4}{3}\ \Rightarrow\ \dfrac{16}{81}=y^{\frac{4}{3}}\ \Rightarrow\ (\dfrac{2}{3})^4=y^{\frac{4}{3}}\ \Rightarrow\ y^{\frac{1}{3}}=\dfrac{2}{3}\ \Rightarrow\ y=(\dfrac{2}{3})^3=\dfrac{8}{27}$

16.設$\log_3\{\log_{\frac{1}{2}}[\log_5(x+3)]\}$有意義，則$x$的範圍是__________。

【解答】$-2<x<2$

【詳解】

$\log_{\frac{1}{2}}[\log_5(x+3)]>0=\log_{\frac{1}{2}}1$，即$0<\log_5(x+3)<1\ \Rightarrow\ 1<x+3<5\ \Rightarrow\ -2<x<2$

17.$\log_2(\log_2 32+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{3}{4}+\log_4 36)=$__________。

【解答】3

【詳解】

原式 $=\log_2(\log_2 2^5+\log_{2^{-1}}\dfrac{3}{4}+\log_{2^2}6^2)=\log_2(5-\log_2\dfrac{3}{4}+\log_2 6)=\log_2(5+\log_2\dfrac{6}{\frac{3}{4}})$

$=\log_2(5+3)=3$

18.求$\log_8(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}})=$__________。

【解答】$\dfrac{1}{6}$

【詳解】

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}})=\frac{1}{\sqrt{2}}[(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}-1)]=\sqrt{2}$$

$$\therefore\quad \log_8(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}})=\log_{2^3}\sqrt{2}=\frac{\frac{1}{2}}{3}\log_2 2=\frac{1}{6}$$

19.若 $2^x=y+1$，$x=2\log_2(y-1)$，則$x+y$之値爲__________。

【解答】5

【詳解】

(1) $x=2\log_2(y-1)=\log_2(y-1)^2 \quad\Rightarrow\quad (y-1)^2=2^x$且$y-1>0$

(2)但 $2^x=y+1 \quad\therefore\quad (y-1)^2=y+1>0 \quad\therefore\quad y=3$ 或$y=0$（不合 $\because\quad y-1>0$）

(3)$\therefore\quad 2^x=4 \quad\Rightarrow\quad x=2 \quad\therefore\quad x+y=5$

20.方程式$\log_{\frac{1}{2}}(x+3)-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1$ 之解爲__________。

【解答】$x=5$

【詳解】

原式有意義 $\Rightarrow\quad \begin{cases}x+3>0\\ x-1>0\end{cases} \quad\Rightarrow\quad x>1$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+3)-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1 \quad\Rightarrow\quad \log_{\frac{1}{2}}\frac{x+3}{(x-1)^2}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{x+3}{(x-1)^2}=\frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad x^2-2x+1=2x+6 \quad\Rightarrow\quad x^2-4x-5=0 \quad\Rightarrow\quad x=5 \text{ 或 } -1$$

得$x=5$

21.若方程式$\log_3(3^{2x}+9)=1+x+\log_3 2$，則方程式之解$x=$__________。

【解答】1

【詳解】

$\log_3(3^{2x}+9)=1+x+\log_3 2=\log_3 3+\log_3 3^x+\log_3 2=\log_3(6\cdot 3^x)$

$\therefore\quad 3^{2x}+9=6\cdot 3^x \quad\Rightarrow\quad (3^x)^2-6\cdot 3^x+9=0 \quad\Rightarrow\quad (3^x-3)^2=0 \quad\Rightarrow\quad 3^x=3 \quad\therefore\quad x=1$

22.求値：$\log_3\dfrac{1}{3\sqrt{3}}+(\dfrac{\log 8}{\log 3}-\dfrac{1}{\log_2 3})\cdot\log_2\sqrt{3}=$__________。

【解答】$-\dfrac{1}{2}$

【詳解】

$$\log_3\frac{1}{3\sqrt{3}}+(\frac{\log 8}{\log 3}-\frac{1}{\log_2 3})\cdot\log_2\sqrt{3}=\log_3\frac{1}{3^{\frac{3}{2}}}+(\frac{3\log 2}{\log 3}-\frac{1}{\log_2 3})\cdot\log_2 3^{\frac{1}{2}}$$

$$=\log_3 3^{-\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}(3\log_3 2-\frac{1}{\log_2 3})\cdot\log_2 3=-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}(3-1)=-\frac{3}{2}+1=-\frac{1}{2}$$

23.解$x^{\log x}=\dfrac{x^2}{10}$，得$x=$__________。

【解答】10

【詳解】

$x^{\log x}=\dfrac{x^2}{10} \quad\Rightarrow\quad \log x^{\log x}=\log\dfrac{x^2}{10} \quad\Rightarrow\quad (\log x)^2=2\log x-1$

$\Rightarrow\quad (\log x)^2-2\log x+1=0 \quad\Rightarrow\quad (\log x-1)^2=0 \quad\Rightarrow\quad \log x=1 \quad\Rightarrow\quad x=10$

24.$3^{\frac{2\log_2 5}{\log_2 3}}+5^{\log_{\sqrt{2}}4}$ = __________。

【解答】650

【詳解】

原式 $=3^{\log_3 5^2}+5^{\log_2 16}=25+5^4=650$

25.無窮級數$\log_9\sqrt{3}+\log_9\sqrt{\sqrt{3}}+\log_9\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}+\cdots+\log_9\sqrt{\sqrt{\cdots\sqrt{3}}}+\cdots$的和爲__________。

【解答】$\dfrac{1}{2}$

【詳解】

原式 $=\log_{3^2}3^{\frac{1}{2}}+\log_{3^2}3^{(\frac{1}{2})^2}+\log_{3^2}3^{(\frac{1}{2})^3}+\cdots+\log_{3^2}3^{(\frac{1}{2})^n}+\cdots$

$=\dfrac{\frac{1}{2}}{2}+\dfrac{(\frac{1}{2})^2}{2}+\dfrac{(\frac{1}{2})^3}{2}+\cdots+\dfrac{(\frac{1}{2})^n}{2}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right)=\dfrac{1}{2}$

26.設 $2^{\log x}\cdot x^{\log 2}-3(x^{\log 2})-2^{1+\log x}+4=0$，則$x$之值爲__________。

【解答】1 或 100

【詳解】

(1) $2^{\log x}=x^{\log 2}$

(2)原方程式即$(2^{\log x})(2^{\log x})-3(2^{\log x})-2(2^{\log x})+4=0$

$\Rightarrow\quad (2^{\log x})^2-5(2^{\log x})+4=0 \quad\Rightarrow\quad 2^{\log x}=1$ 或 $2^{\log x}=4$

$\Rightarrow\quad \log x=0$ 或$\log x=2 \quad\Rightarrow\quad x=1$ 或 100

27.設 $\log A=a$，$\log B=b$，$\log C=c$，且 $a+b+c=0$，求 $A^{(\frac{1}{b}+\frac{1}{c})}\cdot B^{(\frac{1}{c}+\frac{1}{a})}\cdot C^{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}$之值。

【解答】$\dfrac{1}{1000}$

【詳解】

原式取log $\quad\Rightarrow\quad \log A^{(\frac{1}{b}+\frac{1}{c})}+\log B^{(\frac{1}{c}+\frac{1}{a})}+\log C^{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}$

$=(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c})\log A+(\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a})\log B+(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b})\log C=\dfrac{a}{b}+\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{b}{a}+\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}$

$=\dfrac{b}{a}+\dfrac{c}{a}+\dfrac{a}{a}+\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{b}+\dfrac{b}{b}+\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{c}-3=\dfrac{a+b+c}{a}+\dfrac{a+b+c}{b}+\dfrac{a+b+c}{c}-3=-3$

$\therefore\quad A^{(\frac{1}{b}+\frac{1}{c})}\cdot B^{(\frac{1}{c}+\frac{1}{a})}\cdot C^{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}=10^{-3}=\dfrac{1}{1000}$

28.設$a_n=\log_2 2+\log_2 4+\log_2 8+\cdots+\log_2 2^n$，求$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{a_n}$之值。

【解答】2

【詳解】

$a_n = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \cdots + \log_2 2^n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{1}{2}n(n+1)$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{a_n} = \dfrac{2}{n(n+1)} = 2(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1})$

$\therefore \quad S_n = \sum_{k=1}^{n} 2(\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}) \ = 2[(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{2}) + (\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}) + (\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}) + \cdots + (\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1})]$

$= 2(1 - \dfrac{1}{n+1}) \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{a_n} = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} 2(1 - \dfrac{1}{n+1}) = 2$

29.解下列聯立方程式$\begin{cases} 7\log x - 5 \cdot 3^y = -1 \\ \log x^6 + 3^{y+1} = 21 \end{cases}$。

【解答】$x = 100$，$y = 1$

【詳解】

$\begin{cases} 7\log x - 5 \cdot 3^y = -1 \cdots\cdots ① \\ 6\log x + 3 \cdot 3^y = 21 \cdots\cdots ② \end{cases}$

$① \times 3 + ② \times 5 \quad \Rightarrow \quad 51\log x = 102 \quad \Rightarrow \quad \log x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 10^2 = 100$

代入① $\quad 14 - 5 \cdot 3^y = -1 \quad \Rightarrow \quad 3^y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = 1$

30.芮氏規模衡量地震的定義爲$r = \log I$，其中r代表地震的強度（單位：級），而I代表所釋放出的能量。試問一個 7.2 級地震釋放出的能量約等於 6.4 級地震釋放出的能量的多少倍？（計算至小數點後第 2 位，hint：利用對數表）

【解答】6.31 倍

【詳解】

設$\log I_1 = 7.2$，$\log I_2 = 6.4 \quad \Rightarrow \quad \log\dfrac{I_1}{I_2} = 7.2 - 6.4 = 0.8$，由查表知$\log 6.31 = 0.8$

$\therefore \quad \dfrac{I_1}{I_2} = 6.31$，則 7.2 級地震釋放出的能量是 6.4 級的 6.31 倍