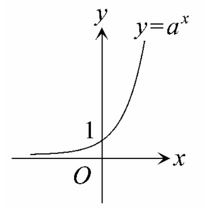
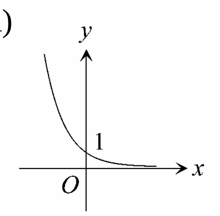
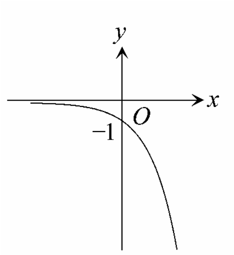
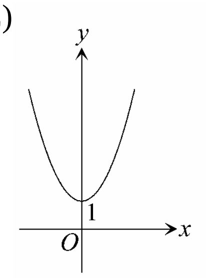
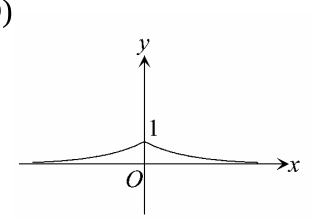
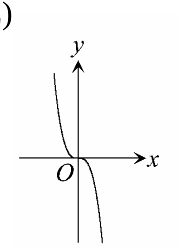
高雄市明誠中學 高一數學複習測驗 日期：96.03.016					
範圍	1-2、4 指數、對數	班級	普一　　班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 5 分)



1. 已知$y=a^x$的圖形如下圖，利用它可得$y=(\frac{1}{a})^{|x|}$之圖形為

(A)

(B)

(C)


(D)

(E)


【解答】(D)

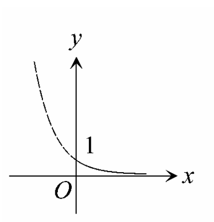
【詳解】

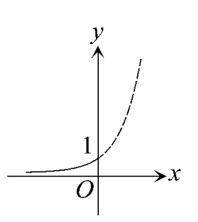
(1)∵　$y=a^x$圖形為遞增的　∴　$a>1$　⇒　$0<\frac{1}{a}<1$

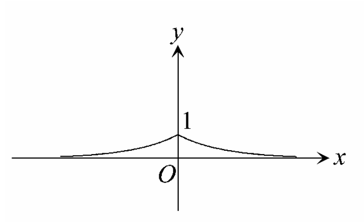
(2) (i)$x\ge 0$ 時，$y=(\frac{1}{a})^{|x|}=(\frac{1}{a})^x$，其圖形如下圖(一)

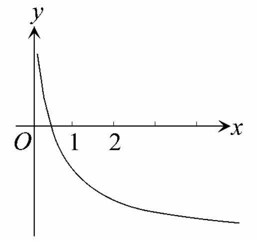
或(ii)$x<0$ 時，$y=(\frac{1}{a})^{|x|}=(\frac{1}{a})^{-x}=a^x$，其圖形如下圖(二)

(3)∴　$y=(\frac{1}{a})^{|x|}$ 圖形如下圖(三)


圖(一)


圖(二)


圖(三)



2. 下圖為函數$y=a+\log_b x$之部分圖形，其中a，b為常數，則下列何者為真？

(A) $a<0$，$b<1$　(B) $a>0$，$b>1$　(C) $a=0$，$b>1$

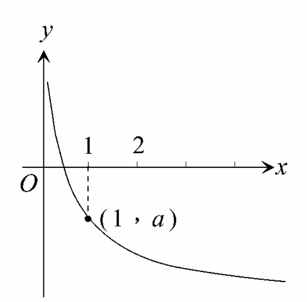
(D) $a>0$，$0<b<1$　(E) $a<0$，$0<b<1$

【解答】(E)

【詳解】

圖形由左而右下降　∴　$0<b<1$

$x=1$ 時，$y=a+\log_{10}1=a$，$(1，a)$ 在x軸下方　∴　$a<0$



3. 下列各圖形，何者可由其中一個經平移以後與另一個重合？

(A) $y = 2^x$與$y = 4^x$　(B) $y = \log_2 x$與$y = \log_4 x$　(C) $y = \log_4 x$與$y = \log_2 4x$　(D) $y = 2^x$與$y = \log_2 x$　(E) $y = \log_2 x$與$y = \log_4 \sqrt{x}$

【解答】(C)

【詳解】

(A) $y = 4^x = 2^{2x}$爲$y = 2^x$之圖形水平方向壓縮$\frac{1}{2}$倍

(B) $y = \log_4 x = \frac{1}{2}\log_2 x$爲$y = \log_2 x$之圖形垂直方向壓縮$\frac{1}{2}$倍

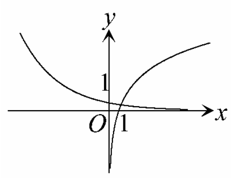
(C) $y = \log_2 4x = 2 + \log_2 x$爲$y = 2\log_4 x = \log_2 x$之圖形向上平移 2 單位

(D) $y = 2^x$與$y = \log_2 x$圖形對稱於$x - y = 0$

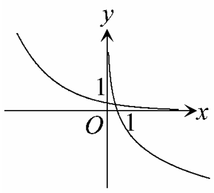
(E) $y = \log_4 \sqrt{x} = \frac{1}{4}\log_2 x$爲$y = \log_2 x$之圖形垂直方向壓縮$\frac{1}{4}$倍

4. 設$a > 1$，則下列哪一個選項，表示函數$y = \log_a x$與$y = a^{-x}$的圖形？

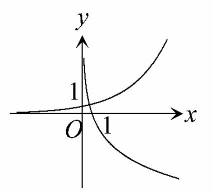
(A)



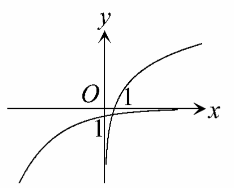
(B)



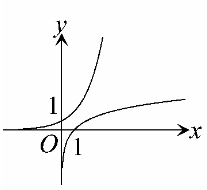
(C)



(D)



(E)



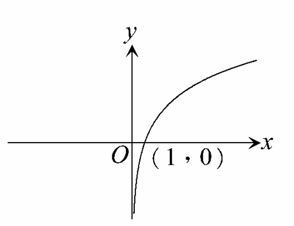
【解答】(A)

【詳解】

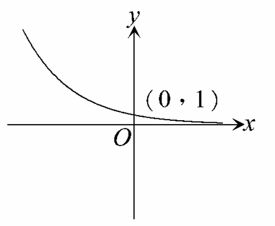
(1) $a > 1$ 時，$y = \log_a x$圖形如圖(一)

(2) $a > 1$ 時，$y = a^{-x} = (\frac{1}{a})^x$圖形如圖(二)

(3)由(1)(2)　∴　選(A)

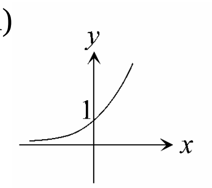


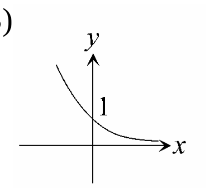
圖(一)

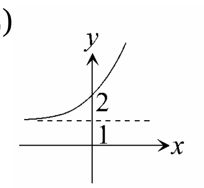


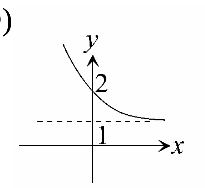
圖(二)

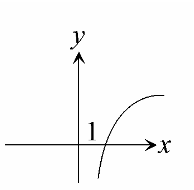
5. 下列何者為$y=1+(\frac{3}{5})^x$的部分圖形？

(A)


(B)


(C)


(D)


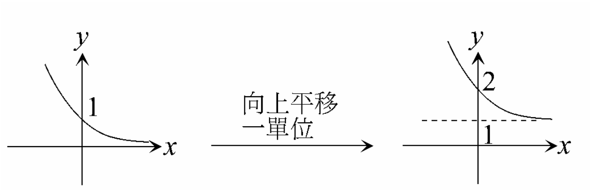
(E)


【解答】(D)

【詳解】

先作出$y=(\frac{3}{5})^x$的圖形，再將此圖形向上平移一單位

即為$y=1+(\frac{3}{5})^x$的圖形

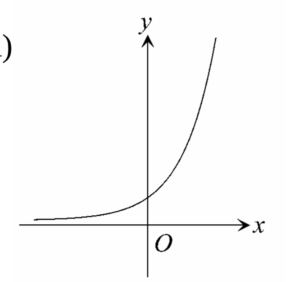


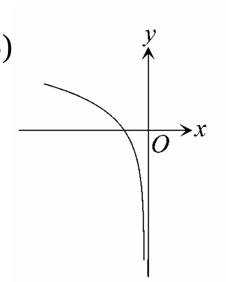
6.（複選）下列哪一函數之圖形與$y=a^{-x}$（$a>1$）之圖形對稱於直線$y=x$？

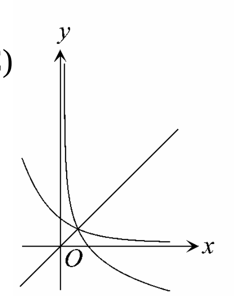
(A) $y=a^x$　(B) $y=\log_a(-x)$　(C) $y=-\log_a x$　(D) $y=\log_{\frac{1}{a}} x$　(E) $y=\log_a \frac{1}{x}$

【解答】(C)(D)(E)

【詳解】

(A)


(B)


(C)


(D) $y=-\log_a x$同(C)

(E)同(C)

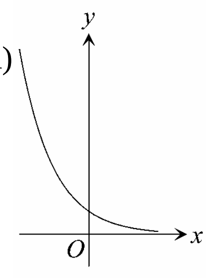
7.（複選）設 $0<a<1$，下列敘述何者正確？

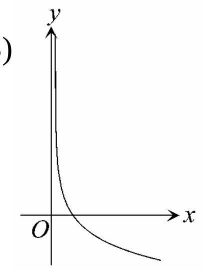
(A) $y=a^x$為遞增函數　(B) $y=\log_a x$為遞增函數　(C) $y=a^{-x}$為遞增函數　(D) $y=\log_{\frac{1}{a}} x$

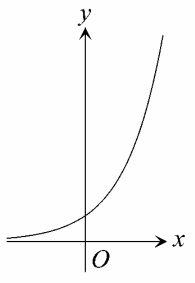
爲遞增函數　(E) $y=\log_a\frac{1}{x}$ 爲遞增函數

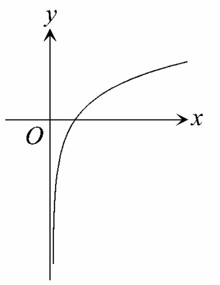
【解答】(C)(D)(E)

【詳解】

(A) 

(B) 

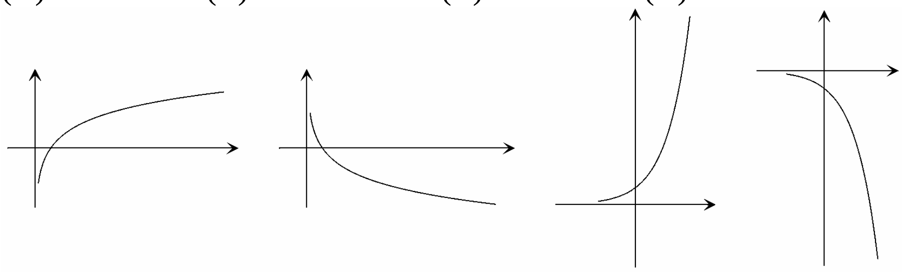
(C) 

(D) 

(E)同(D)

8.（複選）若$a>0$，且$a\neq 1$，則下列各圖形中，何者可能是對數函數$y=\log_a x$的部分圖形？

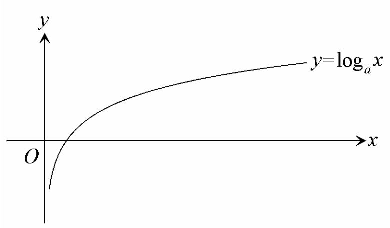
(A)　(B)　(C)　(D)

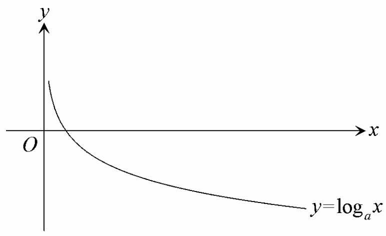


【解答】(A)(B)

【詳解】

① $a>1$　② $0<a<1$





$a>0$，$a\neq 1$ 時，$y=\log_a x$的圖形如上

$\therefore$　可能的對數函數$y=\log_a x$的部分圖形爲(A)(B)

9.（複選）若 $0<a\neq 1$，則下列敘述何者正確？

(A) $y=\log_a x$與$y=\log_{\frac{1}{a}} x$兩圖形對稱於y軸　(B) $y=a^x$與$y=(\frac{1}{a})^x$兩圖形對稱於x軸　(C) $y=a^x$與$y=\log_a x$兩圖形對稱於直線$y=x$　(D) $y=\log_a x$的圖形恆過點(0，1)　(E) $y=a^x$的圖形恆過點(0，1)

【解答】(C)(E)

【詳解】

(A) $y=\log_{\frac{1}{a}} x=-\log_a x$與$y=\log_a x$圖形對稱於$x$軸

(B) $y=(\frac{1}{a})^x=a^{-x}$與$y=a^x$圖形對稱於y軸

(C) $y=a^x$與$y=\log_a x$互爲反函數，兩圖形對稱於直線$y=x$

(D) $y = \log_a x$圖形恆過點(1，0)

(E) $y = a^x$圖形恆過點(0，1)

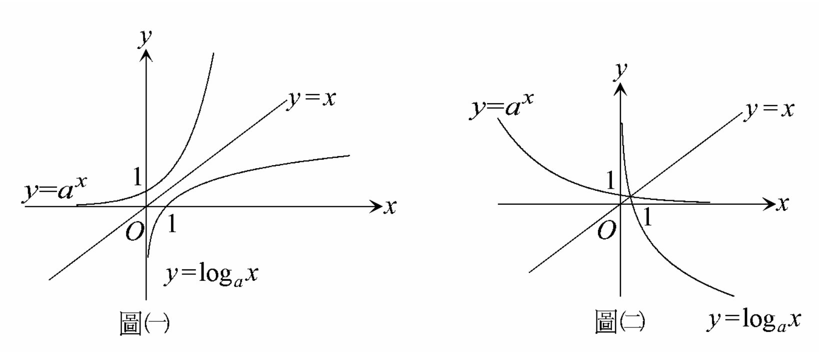
∴　應選(C)(E)

10.（複選）下列敘述何者正確？

(A)若$a > 1$，則$y = a^x$的圖形是凹口向上　(B)若$a > 1$，則$y = \log_a x$的圖形是凹口向上　(C)若 $0 < a < 1$，則$y = \log_a x$的圖形是遞增的　(D)若$a > 1$，則$y = a^x$，$y = \log_a x$的圖形對稱於直線$x - y = 0$　(E) $y = \log_3 x$，$y = -\log_3 x$的圖形對稱於x軸

【解答】(A)(D)(E)

【詳解】



(1) $a > 1$ 時，$y = a^x$與$y = \log_a x$圖形為圖(一)

(2) $0 < a < 1$ 時，$y = a^x$與$y = \log_a x$圖形為圖(二)

(3) $y = \log_3 x$有點$P\ (m，n)$　$\Leftrightarrow$　$n = \log_3 m$　$\Leftrightarrow$　$y = -\log_3 x$有點$Q(m，-n)$

∴　$y = \log_3 x$，$y = -\log_3 x$的圖形對稱於x軸

∴　選(A)(D)(E)

11.（複選）下列各敘述，何者正確？

(A) $a > 0$，x，$y \in R$，若$a^x = a^y$，則$x = y$　(B) $a > b > 0$ 且$a \neq 1$，$b \neq 1$，x，$y \in R$，若$a^x = b^y$，則$x < y$　(C) $a > x > y > 1$，則$\log_a x > \log_a y$　(D) $0 < a < x < y < 1$，則$\log_x a < \log_y a$　(E) $a > 0$，$a \neq 1$，$x_1 > x_2 > 0$，則$\log_a \dfrac{x_1 + x_2}{2} > \dfrac{\log_a x_1 + \log_a x_2}{2}$

【解答】(C)(D)

【詳解】

(A)錯誤：$a = 1$ 時，即使$x \neq y$，仍有$a^x = a^y$

(B)錯誤：例：$a = 4$，$b = 2$；$x = -\dfrac{1}{2}$，$y = -1$ 時，$a^x = b^y = \dfrac{1}{2}$，但$x > y$

(C)正確：∵　$a > 1$　∴　$\log_a$為增函數　∴　由$x > y$　$\Rightarrow$　$\log_a x > \log_a y$

(D)正確：$0 < a < 1$　∴　$\log_a$為減函數，由$x < y < 1$　$\Rightarrow$　$\log_a x > \log_a y > 0$

$\Rightarrow$　$\dfrac{1}{\log_a x} < \dfrac{1}{\log_a y}$　$\Rightarrow$　$\log_x a < \log_y a$

(E)錯誤：∵　$\dfrac{x_1 + x_2}{2} > \sqrt{x_1 \cdot x_2}$（$x_1 \neq x_2$）……①，當 $0 < a < 1$ 時，$\log_a$為減函數

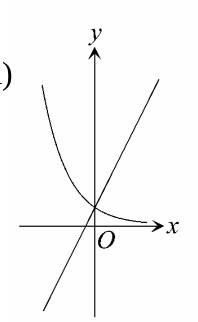
∴　由①　$\Rightarrow$　$\log_a \dfrac{x_1 + x_2}{2} < \log_a \sqrt{x_1 \cdot x_2} = \log_a (x_1 \cdot x_2)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} (\log_a x_1 + \log_a x_2)$（不合）

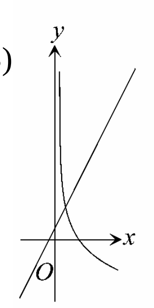
12.（複選）下列各函數之圖形何者與 $2x - y + 1 = 0$ 恰有一交點？

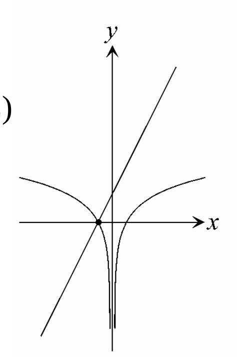
(A) $y=(\frac{1}{2})^{x}$　(B) $y=\log_{\frac{1}{2}}x$　(C) $y=\log_{2}|x|$　(D) $|y|=\log_{2}x$　(E) $y=|\log_{2}x|$

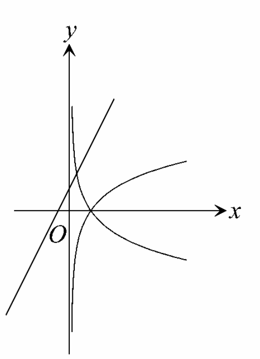
【解答】(A)(B)(C)(D)(E)

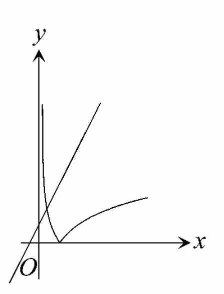
【詳解】

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


13.（複選）求下列敘述何者正確？

(A) $y=3^{x}$與$y=3^{-x}$的圖形對稱於y軸　(B) $y=\log_{3}x$與$y=\log_{\frac{1}{3}}x$的圖形對稱於x軸　(C) $y=3^{x}$與$y=\log_{3}x$的圖形對稱於y軸　(D) $y=3^{-x}$與$y=\log_{\frac{1}{3}}x$的圖形對稱於$x-y=0$　(E) $y=3^{x}$與$y=\log_{3}x$的圖形相交於一點

【解答】(A)(B)(D)

【詳解】

(A)將$(x，y)$用$(-x，y)$代入$y=3^{x}$，得$y=3^{-x}$　∴　$y=3^{x}$與$y=3^{-x}$兩圖形對稱y軸

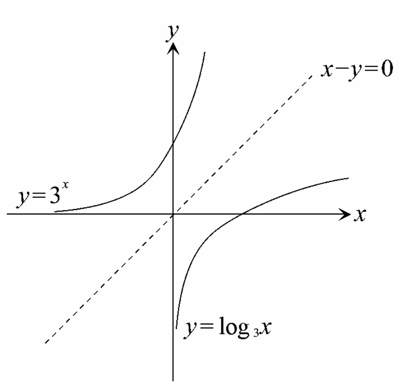
(B)將$(x，y)$用$(x，-y)$代入$y=\log_{3}x$，得$-y=\log_{3}x$　⇒　$y=\log_{3}x=\log_{\frac{1}{3}}x$

∴　$y=\log_{3}x$與$y=\log_{\frac{1}{3}}x$兩圖形對稱x軸

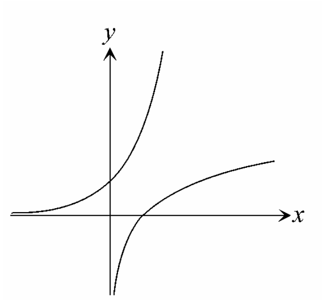
(C) $y=3^{x}$與$y=\log_{3}x$互爲反函數　⇒　兩圖形對稱$x-y=0$，但不對稱y軸

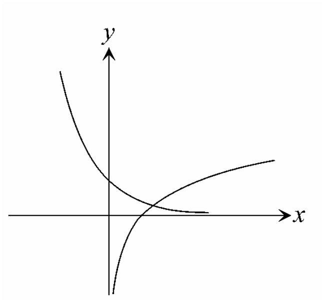
(D) $y=3^{-x}=(\frac{1}{3})^{x}$與$y=\log_{\frac{1}{3}}x$互爲反函數　⇒　兩圖形對稱於$x-y=0$

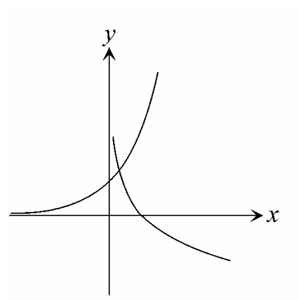
(E)由右圖可知$y=3x$與$y=\log_{3}x$不相交

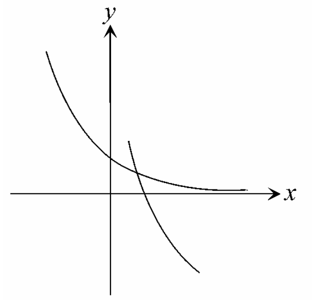


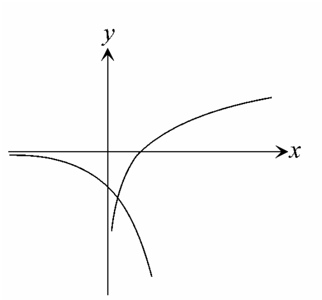
14.（複選）設$a>0$ 且$a\neq 1$ 將$y=a^x$與$y=\log_a x$的圖形畫在xy坐標平面上，下列何者可能為其圖形？

(A)


(B)


(C)


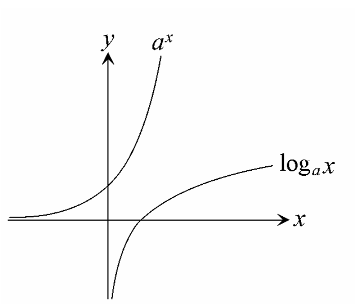
(D)


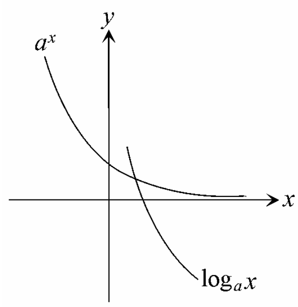
(E)


【解答】(A)(D)

【詳解】

(A) $a>1$ 時　　　　(B) $0<a<1$ 時





15.（複選）下列哪一個函數的圖形與$x+y=0$ 恰有一交點？

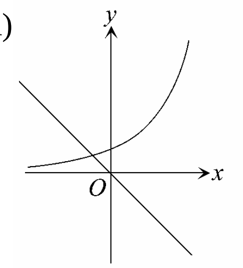
(A) $y=2^x$　(B) $y=-2^x$　(C) $y=2^{-|x|}$　(D) $y=2^{|x|}$　(E) $y=2^{x-2}$

【解答】(A)(C)(E)

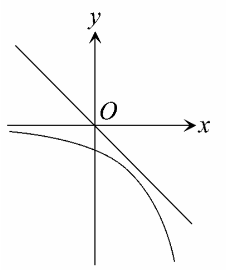
【詳解】

作函數圖形，再判斷其相交情況

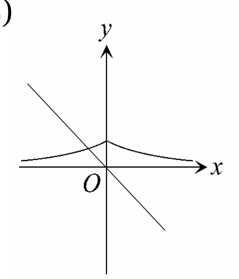
(A)



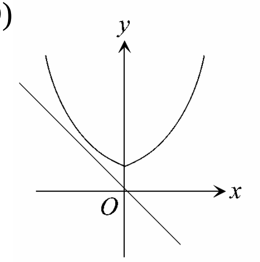
(B)



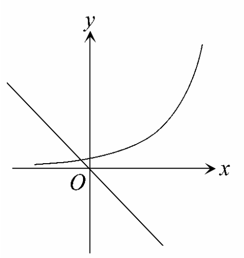
(C)



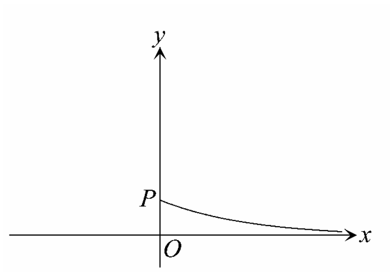
(D)



(E)



16.（複選）圖中的曲線爲函數$y=a^{|x|}$的圖形之一部分，P點爲曲線與y軸的交點，則下列敘述何者正確？



(A) $a>1$　(B) $\overline{OP}=1$　(C) $y=a^{|x|}$之圖形對稱於y軸　(D) $y=a^{|x|}$與$y=a^{-|x|}$的圖形對稱於x軸　(E) $y=a^{|x|}$與$y=a^{-|x|}$的圖形恰相交一點

【解答】(B)(C)(E)

【詳解】

(A)當$x\geq 0$時，$y=a^{|x|}=a^{x}$　∵　其圖形是遞減的　∴　$0<a<1$

(B)∵　指數函數圖形交y軸於(0，1)　∴　$P(0，1)$　⇒　$\overline{OP}=1$

(C)∵　點$(m，n)$在$y=a^{|x|}$上　⇔　點$(-m，n)$在$y=a^{|x|}$上

∴　$y=a^{|x|}$之圖形對稱於y軸（$x=0$）

(D)∴　設點$(m，n)$在$y=a^{|x|}$上　∴　$n=a^{|m|}$

∴　點$(m，-n)$不一定在$y=a^{-|x|}$上　∴　$y=a^{|x|}$與$y=a^{-|x|}$的圖形不對稱於x軸

(E)解$\begin{cases} y=a^{|x|} \\ y=a^{-|x|} \end{cases}$　⇒　$a^{|x|}=a^{-|x|}$　⇒　$(a^{|x|})^2=1$　⇒　$a^{|x|}=1=a^0$　⇒　$|x|=0$　⇒　$x=0$

∴　兩圖形恰相交於一點$P(0，1)$

17.（複選）下列敘述何者正確？

(A) $y=2^x$與$y=(\frac{1}{2})^x$的圖形對稱於y軸　(B) $y=2^x$與$y=-2^x$的圖形對稱於x軸　(C) $y=2^x$與$y=-(\frac{1}{2})^x$的圖形對稱於原點　(D) $\forall a\in R$，$a>0$，$a\neq 1$，則$y=a^x$的圖形都是凹口向上

(E) $\forall a\in R$，$a>0$，$a\neq 1$，則$y=a^x$的圖形恆過一個定點

【解答】(A)(B)(C)(D)(E)

【詳解】

(A)點(m，n)在$y=2^x$上 $\Leftrightarrow$ $n=2^m$ $\Leftrightarrow$ 點($-m$，n)在$y=(\frac{1}{2})^x=2^{-x}$上

$\therefore$ 兩圖形對稱於y軸

(B)點(m，n)在$y=2^x$上 $\Leftrightarrow$ $n=2^m$ $\Leftrightarrow$ 點(m，$-n$)在$y=-2^x$上

$\therefore$ 兩圖形對稱於x軸

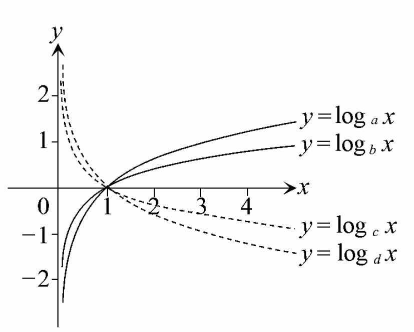
(C)點(m，n)在$y=2^x$上 $\Leftrightarrow$ $n=2^m$ $\Leftrightarrow$ 點($-m$，$-n$)在$y=-(\frac{1}{2})^x$上

$\therefore$ 兩圖形對稱於原點

(D)指數函數圖形都是凹口向上

(E)指數函數圖形恆過定點(0，1)

18.（複選）下圖中，$y=\log_a x$與$y=\log_d x$兩圖形對稱於x軸，$y=\log_b x$與$y=\log_c x$兩圖形對稱於x軸，則下列何者爲真？



(A) $a>b>c>d$ (B) $b>a>c>d$ (C) $b>a>d>c$ (D) $ad=1$ (E) $abcd=1$

【解答】(C)(D)(E)

【詳解】

$\because$ $y=\log_a x$與$y=\log_d x$兩圖形對稱於x軸 $\therefore$ 以(x，$-y$)代入$y=\log_a x$，得 $-y=\log_a x$

$\Rightarrow$ $y=-\log_a x=\log_{\frac{1}{a}} x=\log_d x$ $\therefore$ $\frac{1}{a}=d$ $\Rightarrow$ $ad=1$，同理$bc=1$ $\Rightarrow$ $abcd=1$

$\because$ $y=\log_a x$與$y=\log_b x$兩圖形均爲增函數 $\Rightarrow$ $a>1$，$b>1$

當$x>1$時，由圖形知$\log_a x>\log_b x$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{\log_x a}>\frac{1}{\log_x b}$ $\Rightarrow$ $\log_x b>\log_x a$

$\Rightarrow$ $b>a$……①，又$ad=1$，$bc=1$ $\Rightarrow$ $d=\frac{1}{a}$，$c=\frac{1}{b}$ $\Rightarrow$ $1>d>c>0$……②

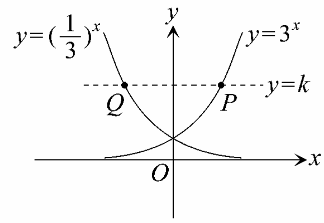
由①知，$b>a>d>c$，故應選(C)(D)(E)

19.（複選）直線$y=k$與$y=3^x$圖形交於P點，與$y=(\frac{1}{3})^x$圖形交於Q點，則

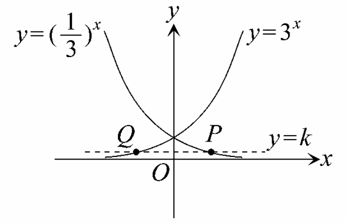
(A) P與Q對稱於x軸 (B) P與Q對稱於y軸 (C) P在Q之右方 (D) P在Q之左方 (E)以上皆非

【解答】(B)

【詳解】



或

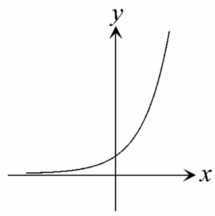


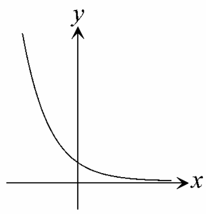
20.（複選）設$y = 2^x$的圖形為F，$y = 0.5^x$的圖形為G，下列何者正確？
(A) F為由左往右逐漸升高　(B) G為由左往右逐漸升高　(C) F與G均以x軸為漸近線　(D) G與$y = 2^{-x}$之圖形一致　(E) G與$y = \pi$ 恰交於一點

【解答】(A)(C)(D)(E)

【詳解】

F：$y = 2^x$　　　　G：$y = 0.5^x = (\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$





二、填充題(每題 10 分)

1. 解不等式：
(1)不等式$(0.3)^{x^2-2x-1} > 0.09$ 之解為__________。
(2)不等式 $27^x - 4 \cdot 3^{2x-1} + 3^{x-1} < 0$ 之解為__________。

【解答】(1) $-1 < x < 3$　(2) $-1 < x < 0$

【詳解】

(1)原式　$\Rightarrow$　$(0.3)^{x^2-2x-1} > (0.3)^2$

$\Rightarrow$　$x^2 - 2x - 1 < 2$　$\Rightarrow$　$x^2 - 2x - 3 < 0$　$\Rightarrow$　$(x-3)(x+1) < 0$　$\Rightarrow$　$-1 < x < 3$

(2)原式　$\Rightarrow$　$3^{3x} - \frac{4}{3} \cdot 3^{2x} + \frac{1}{3} \cdot 3^x < 0$　$\Rightarrow$　$3 \cdot 3^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 3^x < 0$

$\Rightarrow$　$3^x(3^x - 1)(3 \cdot 3^x - 1) < 0$　$\Rightarrow$　$\frac{1}{3} < 3^x < 1$　$\Rightarrow$　$-1 < x < 0$

2. 不等式 $2^{\frac{1}{2}+x} + 2^{\frac{1}{2}-x} > 3$ 的解為__________。

【解答】$x > \frac{1}{2}$ 或 $x < -\frac{1}{2}$

【詳解】

$2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^x + 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-x} > 3$　$\Rightarrow$　$\sqrt{2} \cdot 2^x + \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2^x} > 3$　$\Rightarrow$　$\sqrt{2} \cdot (2^x)^2 - 3(2^x) + \sqrt{2} > 0$

$\Rightarrow$　$(\sqrt{2} \cdot 2^x - 1)(2^x - \sqrt{2}) > 0$　$\Rightarrow$　$2^x > \sqrt{2}$ 或 $2^x < \frac{1}{\sqrt{2}}$　$\therefore$　$x > \frac{1}{2}$ 或$x < -\frac{1}{2}$

3. 若 $-1 \le x \le 0$，$f(x) = 2^{x+2} - 3 \cdot 4^x - 1$，當$x = x_0$時，$f(x)$有最小值$y_0$，則$(x_0, y_0) =$__________。

【解答】(0，0)

【詳解】

令$t = 2^x$　∵　$-1 \le x \le 0$　⇒　$2^{-1} \le 2^x \le 2^0$　⇒　$\frac{1}{2} \le t \le 1$

$f(x) = 4t - 3t^2 - 1 = -3(t - \frac{2}{3})^2 + \frac{4}{3} - 1 = -3(t - \frac{2}{3})^2 + \frac{1}{3}$

∴　當$t = 1$，即$x = 0$時，$f(x)$有最小值$= f(0) = 0$

4. 設$P(x_1，y_1)$，$Q(x_2，y_2)$都是$y = (\frac{3}{2})^x$圖形上之點，

(1)若$x_2 = x_1 + 2$，則y_2為y_1的__________倍。

(2)若y_2為y_1的$\frac{3}{2}$倍時，則x_2比x_1大__________。

【解答】(1)$\frac{9}{4}$　(2) 1

【詳解】

(1)∵　$P(x_1，y_1)$，$Q(x_2，y_2)$都在$y = (\frac{3}{2})^x$上　∴　$y_1 = (\frac{3}{2})^{x_1}$，$y_2 = (\frac{3}{2})^{x_2}$

故$y_2 = (\frac{3}{2})^{x_2} = (\frac{3}{2})^{x_1+2} = \frac{9}{4} \times (\frac{3}{2})^{x_1} = \frac{9}{4} y_1$

(2)∵　$y_2 = \frac{3}{2} y_1$　⇒　$(\frac{3}{2})^{x_2} = \frac{3}{2} \times (\frac{3}{2})^{x_1} = (\frac{3}{2})^{x_1+1}$　∴　$x_2 = x_1 + 1$

5. 設$-2 \le x \le 8$，若函數$f(x) = 2^x - 2^{\frac{x+4}{2}}$的最大值為$M$，最小值為$m$，則$(M，m) =$__________；又方程式$f(x) = 32$的解為__________。

【解答】(192，-4)；$x = 6$

【詳解】

(1) $f(x) = 2^x - 2^{\frac{x+4}{2}} = 2^x - 2^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{4}{2}} = (2^{\frac{x}{2}})^2 - 4 \cdot 2^{\frac{x}{2}} = (2^{\frac{x}{2}} - 2)^2 - 4$

∵　$-2 \le x \le 8$　⇒　$\frac{1}{2} \le 2^{\frac{x}{2}} \le 16$

∴　當$2^{\frac{x}{2}} = 16$時，$f(x)$有最大值$M = (16 - 2)^2 - 4 = 192$

當$2^{\frac{x}{2}} = 2$時，$f(x)$有最小值$m = -4$，即$(M，m) = (192，-4)$

(2) $f(x) = (2^{\frac{x}{2}} - 2)^2 - 4 = 32$　⇒　$(2^{\frac{x}{2}} - 2)^2 = 36 = 6^2$

⇒　$2^{\frac{x}{2}} - 2 = 6$　⇒　$2^{\frac{x}{2}} = 8 = 2^3$　⇒　$\frac{x}{2} = 3$　⇒　$x = 6$

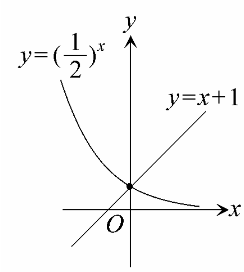
6. 方程式的實根個數：

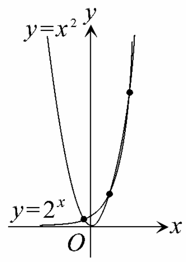
(1)方程式$(\frac{1}{2})^x = x + 1$的實根共有__________個。

(2)方程式$x^2 = 2^x$的實根共有__________個。

【解答】(1) 1　(2) 3

【詳解】



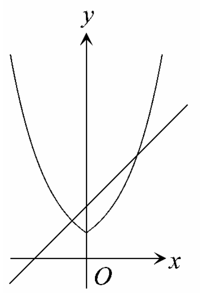


7. 方程式 $2^{|x|}-2=x$有__________個實根。

【解答】2

【詳解】

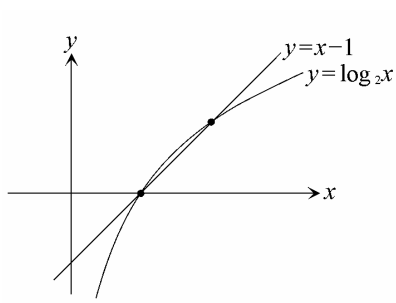
$2^{|x|}-2=x \quad \Rightarrow \quad 2^{|x|}=x+2$

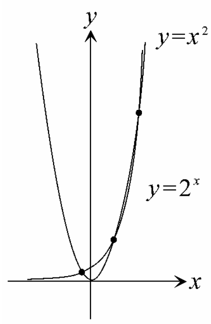


8. 設方程式$x-1=\log_2 x$之實數解有a個，$x^2=2^x$之實數解有b個，則$a+b$之值為__________。

【解答】5

【詳解】





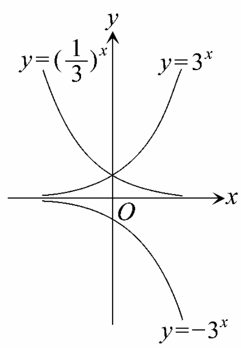
由上圖可知 $a=2$，$b=3$ $\quad\therefore\quad a+b=5$

9. 設F表$y=3^x$的圖形，G表$y=(\frac{1}{3})^x$的圖形，H表$y=-3^x$的圖形，則

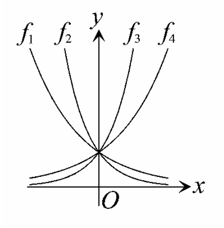
(1) F與G對稱於直線__________。 (2) F與H對稱於直線__________。

【解答】(1) y 軸 (2) x 軸

【詳解】



10.指數函數$f_1(x)=a^x$，$f_2(x)=b^x$，$f_3(x)=c^x$，$f_4(x)=d^x$的圖形如圖，請由大而小寫出a，b，c，d的大小順序：__________。



【解答】$c>d>a>b$

【詳解】

$\because$ f_1，f_2的圖形是遞減的 $\therefore$ $0<a<1$，$0<b<1$，令$x=1$，得$a^1>b^1$ $\Rightarrow$ $1>a>b$

又f_3，f_4的圖形是遞增的 $\therefore$ $c>1$，$d>1$，令$x=1$，得$c^1>d^1$ $\Rightarrow$ $c>d>1$

故$c>d>1>a>b$

11.不等式$(0.4)^{x^2-5x+2}>(6.25)^2$之解爲__________。

【解答】$2<x<3$

【詳解】

$(0.4)^{x^2-5x+2}>(6.25)^2$ $\Rightarrow(\frac{2}{5})^{x^2-5x+2}>(\frac{5}{2})^4=(\frac{2}{5})^{-4}$ $\Rightarrow$ $x^2-5x+2<-4$（$\because$ $0<$ 底數 $=\frac{2}{5}<1$）

$x^2-5x+6<0$ $\Rightarrow$ $(x-2)(x-3)<0$ $\Rightarrow$ $2<x<3$

12.設$f(x)=2^{2x}+2^x+2^{-x}+2^{-2x}+2$，$x\in R$，求$f(x)$之最小值爲__________。

【解答】6

【詳解】

令$t=2^x+2^{-x}$，則 $2^{2x}+2^{-2x}=t^2-2$ 且$t\geq 2$

$f(x)=(2^{2x}+2^{-2x})+(2^x+2^{-x})+2$ $\Rightarrow$ $f(t)=(t^2-2)+t+2=(t+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$（$t\geq 2$）

當$t=2$ 時，有最小值爲$(2+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}=6$

13.不等式 $2\cdot 6^x-3^x-18\cdot 2^x+9<0$ 之解爲__________。

【解答】$-1<x<2$

【詳解】

$2\cdot 6^x-3^x-18\cdot 2^x+9<0$ $\Rightarrow$ $(3^x-9)(2\cdot 2^x-1)<0$

$\Rightarrow$ $(3^x-9)(2^{x+1}-2^0)<0$ $\Rightarrow$ $(x-2)(x+1)<0$ $\Rightarrow$ $-1<x<2$

14. $2\cdot 4^x-9\cdot 2^x+4\leq 0$ 之解爲__________。

【解答】$-1\leq x\leq 2$

【詳解】

$2\cdot(2^x)^2-9\cdot(2^x)+4\leq 0$ $\Rightarrow$ $(2\cdot 2^x-1)(2^x-4)\leq 0$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\leq 2^x\leq 4$ $\Rightarrow$ $-1\leq x\leq 2$

15.若$f(x)=2\log(x-1)-\log(x-2)$，$x>2$，則當$x=$__________時，$f(x)$有最小值 $=$______。

【解答】3；log4

【詳解】

$f(x)=2\log(x-1)-\log(x-2)$，$x>2=\log(x-1)^2-\log(x-2)=\log\dfrac{(x-1)^2}{x-2}$

$\because\quad \dfrac{(x-1)^2}{x-2}=\dfrac{[(x-2)+1]^2}{x-2}=(x-2)+2+\dfrac{1}{(x-2)}\geq 2\sqrt{(x-2)\cdot\dfrac{1}{(x-2)}}+2=4$（$\because\quad x>2$）

$\therefore\quad f(x)$有最小值 $=\log 4$，又「=」成立時，$x-2=\dfrac{1}{x-2}\quad\Rightarrow\quad (x-2)^2=1$

$\Rightarrow\quad x-2=\pm 1\quad\Rightarrow\quad x=3$ 或$x=1$（不合），故當$x=3$時，$f(x)$有最小值 $=\log 4$

16.解不等式$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{4}}(2x+1)$：__________。

【解答】$1<x<4$

【詳解】

原式有意義 $\Rightarrow\quad \begin{cases}x-1>0\\2x+1>0\end{cases}\quad\therefore\quad x>1$……①

原式化爲$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{(\frac{1}{2})^2}(2x+1)\quad\Rightarrow\quad 2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)$

$\Rightarrow\quad \log_{\frac{1}{2}}(x-1)^2>\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)\quad\Rightarrow\quad (x-1)^2<2x+1\quad\Rightarrow\quad x^2-4x<0\quad\Rightarrow\quad 0<x<4$……②

由①②得 $1<x<4$

17.解$\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{6}}(x^2-3x+2)<-1$，得__________。

【解答】$-1<x<1$ 或 $2<x<4$

【詳解】

$\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{6}}(x^2-3x+2)<1\quad\Rightarrow\quad \log_6(x^2-3x+2)<1$

$\Rightarrow\quad 0<x^2-3x+2<6\quad\Rightarrow\quad \begin{cases}x^2-3x+2>0\\x^2-3x-4<0\end{cases}\quad\Rightarrow\quad \begin{cases}x<1\text{ 或 }x>2\\-1<x<4\end{cases}$

$\Rightarrow\quad -1<x<1$ 或 $2<x<4$

18.解$\log_{\frac{1}{2}}(\log_{\frac{1}{3}}x)>-1$，得__________。

【解答】$\dfrac{1}{9}<x<1$

【詳解】

$\log_{\frac{1}{2}}\log_{\frac{1}{3}}x>-1\quad\Rightarrow\quad 0<\log_{\frac{1}{3}}x<(\dfrac{1}{2})^{-1}=2\quad\Rightarrow\quad (\dfrac{1}{3})^0=1>x>(\dfrac{1}{3})^2=\dfrac{1}{9}$

$\therefore\quad \dfrac{1}{9}<x<1$