高雄市明誠中學 高一數學複習測驗 日期：96.03.05					
範圍	1-1 指數(1)	班級	普一　　班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 5 分)

1. $a>0$，$a\neq 1$，且 $\sqrt[4]{\sqrt{a}\sqrt{\dfrac{a}{\sqrt[3]{a^2}}}}=a^x$，則$x$之值爲(A)$\dfrac{1}{6}$ (B)$\dfrac{5}{48}$ (C)$\dfrac{1}{3}$ (D)$\dfrac{1}{2}$ (E)$\dfrac{2}{3}$

【解答】(A)

【詳解】

$$\sqrt{\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}}=(\frac{a}{a^{\frac{2}{3}}})^{\frac{1}{2}}=(a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{6}}，a^x=(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}\cdot(a^{\frac{1}{6}})^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{8}+\frac{1}{24}}=a^{\frac{4}{24}}=a^{\frac{1}{6}}$$

$\because\ a\neq 0，1，-1\quad\therefore\ x=\dfrac{1}{6}$

2. 設$a>0$且$a\neq 1$，則下列何者正確？

(A)$a^0=0$ (B)$a^2\cdot a^3=a^6$ (C)$(a^3)^2=a^9$ (D)$a^{-2}=\dfrac{1}{a^2}$ (E)$\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{3}{2}}$

【解答】(D)

【詳解】

$a>1$ 且 $a\neq 1$

(A)$a^0=1\neq 0$ (B)$a^2\cdot a^3=a^{2+3}=a^5\neq a^6$

(C)$(a^3)^2=a^{3\times 2}=a^6\neq a^9$ (D)$a^{-2}\cdot a^2=1$ (E)$\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{2}{3}}\neq a^{\frac{3}{2}}$

3. 設$a=(0.5)^{0.5}$，下列哪一項是正確的？

(A) $a<0.5$ (B) $0.5\leq a<0.6$ (C) $0.6\leq a<0.7$ (D) $0.7\leq a<0.8$ (E) $a\geq 0.8$

【解答】(D)

【詳解】

$$a=(0.5)^{0.5}=(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}，\sqrt{2}\doteqdot 1.4142\quad\therefore\quad a=\frac{1.4142}{2}=0.7071$$

二、填充題(每題 10 分)

1. 求值：$(\dfrac{81}{16})^{-0.25}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[6]{4}}=$__________。

【解答】2

【詳解】

$$(\frac{81}{16})^{-0.25}\cdot\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[6]{4}}=(\frac{3}{2})^{4\cdot(-0.25)}\cdot\frac{(2\cdot 3^3)^{\frac{1}{3}}}{2^{2\cdot\frac{1}{6}}}=(\frac{3}{2})^{-1}\cdot\frac{2^{\frac{1}{3}}\cdot 3}{2^{\frac{1}{3}}}=\frac{2}{3}\cdot 3=2$$

2. 若$a^{2x}=7$，則$\dfrac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=$__________。

【解答】$\dfrac{57}{7}$

【詳解】

分子分母同乘$a^x \Rightarrow \dfrac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=\dfrac{a^{4x}-a^{-2x}}{a^{2x}-1}=\dfrac{(a^{2x})^2-(a^{2x})^{-1}}{a^{2x}-1}=\dfrac{7^2-7^{-1}}{7-1}=\dfrac{49-\frac{1}{7}}{6}=\dfrac{57}{7}$

3. 解 $9^{2x^2}=9\cdot 3^{7x}$，得$x=$__________。

【解答】$-\dfrac{1}{4}$或 2

【詳解】

原式 $\Rightarrow\ 3^{4x^2}=3^{7x+2} \Rightarrow\ 4x^2-7x-2=0 \Rightarrow\ (4x+1)(x-2)=0 \Rightarrow\ x=-\dfrac{1}{4}$或 2

4. 若$2^{x+1}-3\cdot 2^{-x}+5=0$，求$x=$__________。

【解答】-1

【詳解】

原式$=2\cdot 2^x-3\cdot 2^{-x}+5=0 \Rightarrow\ 2\cdot(2^x)^2-3+5\cdot 2^x=0$

令$2^x=t$，得$2t^2+5t-3=0 \Rightarrow\ t=\dfrac{1}{2}$或 -3

$\therefore\ 2^x=\dfrac{1}{2}$或$2^x=-3$（不合） $\therefore\ x=-1$

5. $(\sqrt{\sqrt[3]{9}}\cdot\sqrt[9]{-3})^3=$__________。

【解答】$-3\sqrt[3]{3}$

【詳解】

$(\sqrt{\sqrt[3]{9}}\cdot\sqrt[9]{-3})^3=(9^{\frac{1}{6}}\cdot(-3)^{\frac{1}{9}})^3=3\cdot(-3)^{\frac{1}{3}}=-3\sqrt[3]{3}$

6. $[(\sqrt{\pi}+\sqrt[3]{3})^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{7}}\cdot 2^{\frac{3}{17}}]^0+[(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2]^{\frac{1}{2}}=$__________。

【解答】$1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

【詳解】

原式 $=1+[(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}=1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

7. 設$\sqrt[x]{32}=\sqrt[y]{2^{3y-6}}$ 且 $3^{15y+3x}=81^{xy}$，則$(x，y)=$__________。

【解答】(5，3)

【詳解】

$$\begin{cases}\sqrt[x]{32}=\sqrt[y]{2^{3y-6}}\\3^{15y+3x}=81^{xy}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2^{\frac{5}{x}}=2^{3-\frac{6}{y}}\\3^{15y+3x}=3^{4xy}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{5}{x}=3-\dfrac{6}{y}\\15y+3x=4xy\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{y}=3\\\dfrac{15}{x}+\dfrac{3}{y}=4\end{cases}$$

$\therefore\ (x，y)=(5，3)$

8. 設α、β爲方程式 $9^x-5\cdot 3^x+27=0$ 之兩根，則$\alpha+\beta$之值爲__________。

【解答】3

【詳解】

令$t=3^x$，原式 $\Rightarrow\ t^2-5t+27=0$ 之二根$t_1=3^\alpha$，$t_2=3^\beta$

$t_1\cdot t_2=27 \Rightarrow\ 3^\alpha\cdot 3^\beta=27 \Rightarrow\ 3^{\alpha+\beta}=3^3\ \therefore\ \alpha+\beta=3$

9. 設$57^x=8$，$513^y=16$，則$\dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{y}=$__________。

【解答】$-2\log_2 3$

【詳解】

$57^x = 8 = 2^3 \quad\Rightarrow\quad 57 = 2^{\frac{3}{x}}\cdots\cdots①$，$513^y = 16 = 2^4 \quad\Rightarrow\quad 513 = 2^{\frac{4}{y}}\cdots\cdots②$

$\dfrac{①}{②}$ 得 $2^{\frac{3}{x}-\frac{4}{y}} = \dfrac{57}{513} = \dfrac{1}{9} \quad\therefore\quad \dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{y} = \log_2\dfrac{1}{9} = \log_2 3^{-2} = -2\log_2 3$

10.化簡$\sqrt[3]{\sqrt[8]{64^{-0.2}}\cdot\sqrt{32}}\cdot\sqrt[3]{8^{-3}}\cdot(\sqrt[4]{\sqrt[3]{16^{-1}}})^{-2} = 2^k$，$k=$__________。

【解答】$-\dfrac{31}{20}$

【詳解】

原式 $=(((2^6)^{-0.2})^{\frac{1}{8}})^{\frac{1}{3}}\cdot((2^5)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}\cdot((2^3)^{-3})^{\frac{1}{3}}\cdot(((2^{-4})^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}})^{-2} = 2^{-\frac{1}{20}}\cdot 2^{\frac{5}{6}}\cdot 2^{-3}\cdot 2^{\frac{2}{3}}$

$= 2^{-\frac{1}{20}+\frac{5}{6}-3+\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{31}{20}}$

11.若 $53^x = 9$，$477^y = 243$，則$\dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{y}=$__________。

【解答】-2

【詳解】

$\begin{cases}53^x = 3^2\\477^y = 3^5\end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}53 = 3^{\frac{2}{x}}\cdots\cdots①\\477 = 3^{\frac{5}{y}}\cdots\cdots②\end{cases}$，① ÷ ②得 $3^{\frac{2}{x}-\frac{5}{y}} = \dfrac{53}{477} = \dfrac{1}{9} = 3^{-2} \quad\therefore\quad \dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{y} = -2$

12.若 $2^{0.6} = 1.516$，$2^{0.03} = 1.021$，則(1) $2^{1.63} =$__________。 (2) $2^{-0.37} =$__________。

【解答】(1) 3.095672 (2) 0.773918

【詳解】

(1) $2^{1.63} = 2^{1+0.6+0.03} = 2^1\cdot 2^{0.6}\cdot 2^{0.03} = 2\times 1.516\times 1.021 = 3.095672$

(2) $2^{-0.37} = 2^{0.63-1} = 2^{0.6+0.03-1} = 2^{0.6}\cdot 2^{0.03}\cdot 2^{-1} = (1.516\times 1.021)\div 2 = 0.773918$

13.假設某國家 40 年後人口將增爲目前的 2 倍，問 10 年後人口會是目前的__________倍。（相同時間成長相同倍數）

【解答】$2^{\frac{1}{4}}$

【詳解】

設目前人口數爲 x 人，每隔 1 年人口數爲原來的 r 倍

1 年後人口數爲 xr 人，2 年後人口數爲 xr^2 人，…，40 年後人口數爲 xr^{40} 人

$\therefore\quad 2x = x\cdot r^{40} \quad\Rightarrow\quad r^{40} = 2 \quad\Rightarrow\quad r^{10} = 2^{\frac{1}{4}}$

則 10 年後人口數爲 $x\cdot r^{10} = x\cdot 2^{\frac{1}{4}}$ 人 $\therefore$ 10 年後人口數爲目前的 $2^{\frac{1}{4}}$ 倍

14.化簡$\dfrac{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt{x^5}}{\sqrt{\sqrt[3]{x^4}\cdot\sqrt{x^3}}} = x^r$，$r$ 爲實數，則$r=$__________。

【解答】$\dfrac{17}{12}$

【詳解】

$$\frac{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt{x^5}}{\sqrt{\sqrt[3]{x^4}\cdot\sqrt{x^3}}}=\frac{x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{5}{2}}}{(x^{\frac{4}{3}}\cdot x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}}=\frac{x^{\frac{17}{6}}}{(x^{\frac{17}{6}})^{\frac{1}{2}}}=\frac{x^{\frac{17}{6}}}{x^{\frac{17}{12}}}=x^{\frac{17}{6}-\frac{17}{12}}=x^{\frac{17}{12}}=x^r\quad\therefore\quad r=\frac{17}{12}$$

15.化簡求值：

(1)$[(\frac{1}{4})^6\cdot 64]^{-4}\cdot(32)^{-3}=$__________。 (2)$(\frac{81}{16})^{-0.25}\cdot(\frac{4}{9})^{-\frac{1}{2}}\cdot(0.25)^{-1.5}=$__________。

【解答】(1) 512 (2) 8

【詳解】

(1)原式 $=(2^{-12}\times 2^6)^{-4}\times(2^5)^{-3}=2^{24}\times 2^{-15}=2^9=512$

(2)原式 $=[(\frac{3}{2})^4]^{-\frac{1}{4}}\times[(\frac{2}{3})^2]^{-\frac{1}{2}}\times[(\frac{1}{2})^2]^{-\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\times 8=8$

16.解方程式：

(1) $4^{x+1}-5\cdot 2^{x+2}+16=0\quad\Rightarrow\quad x=$__________。

(2) $6^x-4\cdot 3^x-3\cdot 2^x+12=0\quad\Rightarrow\quad x=$__________。

【解答】(1) 0，2 (2) 1，2

【詳解】

(1)原式 $\Rightarrow\quad 4\cdot(2^x)^2-20\cdot 2^x+16=0$

$\Rightarrow\quad(2^x)^2-5\cdot 2^x+4=0\quad\Rightarrow\quad(2^x-1)(2^x-4)=0\quad\Rightarrow\quad 2^x=1$ 或 $2^x=4\quad\Rightarrow\quad x=0$ 或 2

(2)原式 $\Rightarrow\quad 2^x\cdot 3^x-4\cdot 3^x-3\cdot 2^x+12=0$

$\Rightarrow\quad(2^x-4)(3^x-3)=0\quad\Rightarrow\quad 2^x=4$ 或 $3^x=3\quad\Rightarrow\quad x=2$ 或 1

17.指數不等式$(0.125)^x<0.25<2^{-2x}$的解為__________。

【解答】$\frac{2}{3}<x<1$

【詳解】

$(0.125)^x<0.25<2^{-2x}\quad\Rightarrow\quad(\frac{1}{8})^x<\frac{1}{4}<2^{-2x}\quad\Rightarrow\quad 2^{-3x}<2^{-2}<2^{-2x}\quad\Rightarrow\quad -3x<-2<-2x$

$\Rightarrow\quad 1>x>\frac{2}{3}$

18.假設某項實驗中，細菌數 1 日後增加 1 倍，若 10 日後細菌數為N，則k日後細菌數為$\frac{N}{8}$，則$k=$__________。

【解答】7

【詳解】

設實驗開始時，細菌數為m個，則

10 日後，細菌數$m\cdot 2^{10}=N\cdots\cdots$①；

k日後，細菌數$m\cdot 2^k=\frac{N}{8}\cdots\cdots$②

由$\frac{①}{②}$得 $2^{10-k}=8=2^3\quad\Rightarrow\quad 10-k=3\quad\Rightarrow\quad k=7$

19.解方程式 $2^{1-x}-33\cdot 2^{-\frac{x}{2}-2}+1=0$。

【解答】$x=-4$ 或 $x=6$

【詳解】

$2^{1-x}-33\cdot 2^{-\frac{x}{2}-2}+1=0$　∴　$\dfrac{2}{2^x}-33\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2^x}\cdot 4}+1=0$

乘以 $4(2^x)$　$\Rightarrow$　$8-33\sqrt{2^x}+4(\sqrt{2^x})^2=0$

設 $t=\sqrt{2^x}\Rightarrow 4t^2-33t+8=0\Rightarrow(4t-1)(t-8)=0\Rightarrow t=\dfrac{1}{4},8$

∴　$\sqrt{2^x}=\dfrac{1}{4}$ 或 $\sqrt{2^x}=8$　$\Rightarrow$　$2^x=\dfrac{1}{16}=2^{-4}$ 或 $2^x=2^6$　$\Rightarrow$　$x=-4$ 或 $x=6$