高雄市明誠中學 高一數學複習測驗 日期：95.09.21					
範圍	1-1、2 整數有理數無理數	班級	普一　　班	姓名	
		座號			

一、選擇題 (每題 10 分)

1. 若 a，b 均爲有理數，c，d 均爲無理數，則下列何者正確？
   (A) $a+b$ 必爲有理數　(B) $c+d$ 必爲無理數　(C) $a+c$ 必爲無理數　(D) ac 必爲無理數
   (E) cd 必爲無理數

【解答】(A)(C)

【詳解】

(A)爲真。∵　有理數之加法具有封閉性

(B)爲僞。例如 $c=\sqrt{2}$，$d=-\sqrt{2}$ 均爲無理數，但 $c+d=0$

(C)爲真

(D)爲僞。例如 $a=0$，$c=\sqrt{5}$　$\Rightarrow$　$ac=0$

(E)爲僞。例如 $c=\sqrt{2}$，$d=-\sqrt{2}$　$\Rightarrow$　$cd=-2$

2. 不大於 500 的自然數中，是 6 的倍數不是 9 的倍數者有幾個？
   (A) 55　(B) 56　(C) 57　(D) 70　(E) 71

【解答】(B)

【詳解】

所求 $=n(A_6)-n(A_{18})$，其中$n(A_k)$爲k的倍數的個數

$$=[\frac{500}{6}]-[\frac{500}{18}]=83-27=56$$

3. 已知六位數 $3ab548$ 爲 99 之倍數，則 $a+b=$(A) 10　(B) 9　(C) 8　(D) 7　(E) 6

【解答】(D)

【詳解】

$3ab548$ 爲 99 的倍數　∴　$3ab548$ 爲 9 的倍數亦爲 11 的倍數

∵　$3ab548$ 爲 9 的倍數　∴　$9\mid 3+a+b+5+4+8$

$\Rightarrow$　$9\mid a+b+20$　$\Rightarrow$　$9\mid a+b+2$　$\Rightarrow$　$a+b=7$ 或 16……①

又 $3ab548$ 爲 11 的倍數　∴　$11\mid 3-a+b-5+4-8$

$\Rightarrow$　$11\mid b-a-6$　$\Rightarrow$　$b-a=6$ 或 -5……②

由①②知 $\begin{cases}a+b=7\\b-a=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+b=7\\b-a=-5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+b=16\\b-a=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+b=16\\b-a=-5\end{cases}$

則由第二組知 $a=6$，$b=1$　$\Rightarrow$　$a+b=6+1=7$

二、填充題(每題 10 分)

1. 設 $\sqrt{11+6\sqrt{2}}=a+b$，其中$a\in Z$，$0<b<1$，則 $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{2-b}=$ ＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】$\dfrac{6}{7}$

【詳解】

$\sqrt{11+6\sqrt{2}}=\sqrt{(3+\sqrt{2})^2}=3+\sqrt{2}=4.\cdots\cdots=4+(\sqrt{2}-1) \quad \Rightarrow \quad a=4，b=\sqrt{2}-1$

$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{2-b}=\dfrac{1}{3+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2-(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{1}{3+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3-\sqrt{2}}=\dfrac{(3-\sqrt{2})+(3+\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=\dfrac{6}{7}$

2. 設x，y是有理數，且滿足$(x+2y)+(2x-y+1)\sqrt{2}=5+\sqrt{2}$，則數對$(x，y)=$__________。

【解答】$(1，2)$

【詳解】

$\begin{cases}x+2y=5\\2x-y+1=1\end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，故數對$(x，y)=(1，2)$

3. 把循環小數 $8.15\overline{374}$ 化為最簡分數得__________。

【解答】$\dfrac{814559}{99900}$

【詳解】

設 $r=8.15\overline{374}$，則 $100000r=815374.\overline{374}=815374+0.\overline{374}$，$100r=815.\overline{374}=815+0.\overline{374}$

$\Rightarrow \quad 100000r-100r=815374-815$

$\Rightarrow \quad 99900r=815374-815 \Rightarrow \quad r=\dfrac{815374-815}{99900} \quad \therefore \quad r=\dfrac{814559}{99900}$

4. 比較$a=\sqrt{6}+\sqrt{3}$，$b=\sqrt{7}+\sqrt{2}$，$c=\sqrt{5}+\sqrt{4}$之大小順序為__________。

【解答】$b<a<c$

【詳解】

$a^2=9+2\sqrt{18}$，$b^2=9+2\sqrt{14}$，$c^2=9+2\sqrt{20}$

$\Rightarrow \quad c^2>a^2>b^2 \quad \Rightarrow \quad c>a>b$（$\because \quad a>0，b>0，c>0$）

5. 求介於$\dfrac{1}{8}$與$\dfrac{1}{7}$之間的有理數形如$\dfrac{k}{280}$（$k\in N$）者共有__________個。

【解答】4

【詳解】$\dfrac{1}{8}<\dfrac{k}{280}<\dfrac{1}{7} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{35}{280}<\dfrac{k}{280}<\dfrac{40}{280}$，$k\in N \quad \therefore \quad k=36，37，38，39$ 共 4 個

6. 540 之正因數有__________個，所有正因數之和為__________。

【解答】24；1680

【詳解】

$\because \quad 540=2^2\times 3^3\times 5$

$\therefore$ 　正因數之個數為$(2+1)(3+1)(1+1)=24$

正因數之總和為$(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1+3^2+3^3)(5^0+5^1)=1680$

7. 已知全校人數介於 2100～2200 人，若以每班 40 人，45 人或 48 人編成一班，均餘 3 人，則高一新生共有__________人。

【解答】2163

【詳解】

設新生人數為 n，$700\le n\le 800$，由題意 $n-3=k[40，45，48]$，$k\in N \quad \Rightarrow \quad n-3=720k$

$\Rightarrow \quad n=720k+3$，故取 $n=720\times 3+3=2163$

8. 設正整數a，b，c滿足$(a，b，c)+[a，b，c]=854$，且$a：b：c=10：12：15$，則 $a=$__________。

【解答】140
【詳解】
令 $a = 10k$，$b = 12k$，$c = 15k$（$k \in N$），則$(a，b，c) + [a，b，c] = k + 60k = 854 \Rightarrow k = 14$
得 $a =$ (10×14) $= 140$

9. 設$a \in N$，若$\dfrac{2a+7}{3a-5} \in N$，則$a =$_____________。

【解答】2 或 12
【詳解】
$(3a-5) \mid (2a+7)$且$(3a-5) \mid (3a-5)$ $\Rightarrow$ $(3a-5) \mid 3(2a+7) - 2(3a-5)$
$\Rightarrow$ $(3a-5) \mid 31$ $\Rightarrow$ $3a - 5 = \pm 1，\pm 31$ $\Rightarrow$ $a = 2，12$

10. (1)求 6328 與 18645 之最大公因數_____________。
(2)續上題，找出一組整數m，n使 $6328m + 18645n = (6328，18645)$，則數對$(m，n) =$__________________。

【解答】(1) 113 (2) (56，– 19)
【詳解】
(1)利用輾轉相除法

a $-2a+b$	6328 5989	18645 12656	b $2a$
$3a-b$ $-53a+18b$	339 226	5989 5763	$-2a+b$ $51a-17b$
$56a-19b$	113	226 226	$-53a+18b$
		0	

$\therefore$ $(6328，18645) = 113$
(2) $113 = 6328 \times 56 + 18645 \times (-19)$，$\therefore$ $(m，n) = (56，-19)$

11. 設$p = (a^2 - 22a + 121)(a^2 - 2a + 69)$，若$a \in N$，且$p$為一質數，則$a =$___________。

【解答】10
【詳解】
$\because$ $p = (a^2 - 22a + 121)(a^2 - 2a + 69)$為質數
$\therefore$ $a^2 - 22a + 121 = 1$ 或$a^2 - 2a + 69 = 1$
$\Rightarrow$ $a^2 - 22a + 120 = 0$ 或$a^2 - 2a + 68 = 0 \Rightarrow$ $(a-10)(a-12) = 0$ 或$a \notin N$(判別式小於 0)
$\therefore$ $a = 10$ 或 12
(1)若$a = 10$，則$p = a^2 - 2a + 69 = 100 - 20 + 69 = 149$ 為質數
(2)若$a = 12$，則$p = a^2 - 2a + 69 = 144 - 24 + 69 = 189 = 7 \times 27$ 不為質數
$\therefore$ 由(1) (2) 知$a = 10$

12. $a \in N$，$a \le 540$，若$(a，30) = 5$，則合乎條件的a有__________個。

【解答】36
【詳解】
令 $a = 5k$，$(a，30) = (5k，30) = 5 \Rightarrow$ $(k，6) = 1$……①，$a = 5k \le 540$ $\Rightarrow$ $k \le 108$……②

由①，②可知，k 之個數爲 $108-([\frac{108}{2}])+[\frac{108}{3}]-[\frac{108}{6}])=36$

故合乎條件的 a 有 36 個

13.x，$y\in N$，$xy-2x+3y=0$，則$(x$，$y)=$__________。

【解答】(3，1)

【詳解】

$xy-2x+3y=0 \quad \Rightarrow \quad x(y-2)+3(y-2)=-6 \quad \Rightarrow \quad (x+3)(y-2)=-6(x，y\in N)$

$x+3$	1	2	3	6
$y-2$	-6	-3	-2	-1

$\Rightarrow$

x	-2	-1	0	3
y	-4	-1	0	1

$\Rightarrow \quad (x，y)=(3，1)$

14.我國農曆以天干（甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸），地支（子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥）記年，其順序爲甲子、乙丑、丙寅、…。若知西元 1911 年爲「辛亥」年，試推算：

(1)西元 1876 年是什麼記年？ (2)西元 2008 年是什麼記年？

【解答】(1)丙子 (2) 戊子

【詳解】

(1) $1911-1876=35 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 35=10q_1+5 & \text{天干：丙} \\ 35=12q_2+11 & \text{地支：子} \end{cases}$，由「辛亥」往前算 5、11 個字

$\therefore$ 1866 年爲丙子年

(2) $2008-1911=97 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 97=10q_3+7 & \text{天干：戊} \\ 97=12q_4+1 & \text{地支：子} \end{cases}$，由「辛亥」往後算 7、1 個字

$\therefore$ 2008 年爲戊子年