高雄市明誠中學 高一數學複習測驗					日期：95.11.16
範圍	2-1 數列、級數(全)	班級	普一　　班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 5 分)

1. 化簡 $\dfrac{i+i^3+i^5+\cdots+i^{101}}{i\cdot i^3\cdot i^5\cdot\cdots\cdot i^{101}}=$？(A) 1　(B) i　(C) -1　(D) $-i$　(E) 0

【解答】(A)

【詳解】原式$=\dfrac{[\dfrac{i(1-i^{102})}{1-i^2}]}{i^{1+3+5+\cdots+101}}=\dfrac{\dfrac{i}{2}[1-(-1)]}{i^{2601}}=\dfrac{i}{i}=1$

2. (複選)若數列$\langle a_n\rangle$為一等差數列且$a_4=7$，$a_{10}=5$，則下列何者正確？

(A) $a_1=8$　(B) $a_{20}=\dfrac{5}{3}$　(C)自第 24 項開始為負　(D)前n項總和為最大時，則$n=24$

(E)前n項總和為 60 時，則$n=40$

【解答】(A)(B)

【詳解】

(A)設首項為a_1，公差為d，則$\begin{cases}a_1+(4-1)d=7\\a_1+(10-1)d=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=8\\d=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$

(B) $a_{20}=a_1+(20-1)d=8+19(-\dfrac{1}{3})=\dfrac{5}{3}$

(C) $a_n=a_1+(n-1)d=8+(n-1)(-\dfrac{1}{3})<0\quad\Rightarrow 8-\dfrac{1}{3}n+\dfrac{1}{3}<0\quad\Rightarrow-\dfrac{1}{3}n<-\dfrac{25}{3}\quad\Rightarrow n>25$

∴　從第 26 項開始為負

(D)由(C)知$a_{25}=8+(25-1)(-\dfrac{1}{3})=0$

故前n項總和為最大時，為S_{24}或S_{25}　∴　$n=24$ 或 25

(E) $S_n=\dfrac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}=\dfrac{n[16+(n-1)(-\dfrac{1}{3})]}{2}=60$

$\Rightarrow\quad n(16-\dfrac{1}{3}n+\dfrac{1}{3})=120\quad\Rightarrow\quad n^2-49n+360=0$

$\Rightarrow\quad(n-9)(n-40)=0\quad\Rightarrow\quad n=9$ 或 40

3. 有一無窮等比級數，其和為$\dfrac{8}{9}$，第四項為$\dfrac{3}{32}$。已知公比為一有理數，則當公比以最簡分數表示時，其分母為(A) 1　(B) 3　(C) 4　(D) 6　(E) 8

【解答】(C)

【詳解】

設數列的首項為a，公比為r，且 $|r|<1$，由題意知$\begin{cases}\dfrac{a}{1-r}=\dfrac{8}{9}\cdots\cdots①\\ar^3=\dfrac{3}{32}\cdots\cdots②\end{cases}$

由$\frac{①}{②}$得$\frac{1}{(1-r)\cdot r^3}=\frac{256}{27}$ $\Leftrightarrow$ $256r^4-256r^3+27=0$

$\Leftrightarrow$ $(4r-3)^2\cdot(16r^2+8r+3)=0$ $\Leftrightarrow$ $r=\frac{3}{4}$或$r=\frac{-1\pm\sqrt{2}i}{4}$（不合）($r$爲有理數)

二、填充題(每題 10 分)

1. 一等差數列之前 10 項之和爲 30，前 30 項之和爲 10，則其前 40 項之和爲__________。

【解答】– 40

【詳解】

數列$\langle a_n\rangle$成等差，則S_{10}，$S_{20}-S_{10}$，$S_{30}-S_{20}$，$S_{40}-S_{30}$亦成等差數列

即$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_{10}$，$a_{11}+a_{12}+a_{13}+\cdots\cdots+a_{20}$，$a_{21}+a_{22}+a_{23}+\cdots\cdots+a_{30}$，$a_{31}+a_{32}+a_{33}+\cdots\cdots+a_{40}$成等差。

由 $a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_{10}=10$，

設 $a_{11}+a_{12}+a_{13}+\cdots\cdots+a_{20}=30+d$

$a_{21}+a_{22}+a_{23}+\cdots\cdots+a_{30}=30+2d$

$a_{31}+a_{32}+a_{33}+\cdots\cdots+a_{40}=30+3d$

因爲$S_{30}=10\Rightarrow 30+(30+d)+(30+2d)=10,\ d=-\frac{80}{3}$

代入$S_{40}=30+(30+d)+(30+2d)+(30+3d)=-40$

2. 設一無窮等比級數之和爲 4，各項平方和爲 48，求其各項立方和__________。

【解答】192

【詳解】依題意$\begin{cases}\frac{a}{1-r}=4 & \cdots\cdots① \\ \frac{a^2}{1-r^2}=48 & \cdots\cdots②\end{cases}$

$\frac{②}{①}$ $\Rightarrow$ $\frac{a}{1+r}=12\cdots\cdots③$；$\frac{③}{①}$ $\Rightarrow$ $\frac{1-r}{1+r}=3$，得 $r=\frac{-1}{2}$代入①得 $a=6$

各項立方和$=\frac{a^3}{1-r^3}=\frac{6^3}{1-(\frac{-1}{2})^3}=\frac{216}{\frac{9}{8}}=192$

3. 設有一等比數列，首項爲 7，末項爲 448，總和爲 889，若此數列的公比爲r，項數爲n，則數對(n，r) =__________。

【解答】(7，2)

【詳解】

設等比數列爲$\langle a_n\rangle$，公比爲r，S_n表前n項的和，則由$S_n=\frac{a_1-ra_n}{1-r}$可得 $889=\frac{7-r\cdot 448}{1-r}$

$\therefore$ $889-889r=7-448r$ $\therefore$ $441r=882$，故得$r=2$

再將$r=2$代入$a_n=a_1\cdot r^{n-1}$得 $448=7\cdot 2^{n-1}$ $\Leftrightarrow$ $64=2^{n-1}$，故得$n-1=6$，亦即$n=7$

故所求的數對爲(n，r) = (7，2)

4. $\langle a_n\rangle$爲一數列，已知$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=n^2+3$，$\forall n\in N$，則$a_n$ =__________。

【解答】$\begin{cases}4，n=1 \\ 2n-1，n\geq 2\end{cases}$

【詳解】

$\because\quad S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n = n^2 + 3$，$n \ge 1$

$\underline{-)\ S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} = (n-1)^2 + 3\text{，}n \ge 2}$

$a_n = 2n - 1$，$n \ge 2$

而$a_1 = S_1 = 4$

5. 自 100 到 300 的正整數中，被 7 除餘 3 的數，它們的總和為__________。

【解答】5771

【詳解】

$100 < 7k + 3 < 300$，$k \in Z\quad \Rightarrow 97 < 7k < 297\quad \Rightarrow\quad 13\frac{6}{7} < k < 42\frac{3}{7}\quad \therefore k = 14$，$15$，$\cdots$，$42$

$\therefore$　這類數總和$= \dfrac{29\,[(7\times 14+3)+(7\times 42+3)]}{2} = 5771$

6. 在 4 與 12 之間依序插入 10 個數a_1，a_2，a_3，$\cdots$，a_{10}，使此 12 個數成等差數列，則$a_7 =$_
。

【解答】$\dfrac{100}{11}$

【詳解】

等差數列<4，a_1，a_2，a_3，$\cdots$，a_{10}，$12>$的首項為 4

第 12 項為 12，故由$a_{12} = a_1 + 11d \Rightarrow d = \dfrac{a_{12} - a_1}{11} = \dfrac{12-4}{11} = \dfrac{8}{11}$

第八項$a_7 = 4 + (8-1)\cdot d = 4 + 7\cdot\dfrac{8}{11} = \dfrac{100}{11}$

7. 若$< a_n >$為一個等比數列，已知$a_n = 81$，公比$r = 3$，$S_n = \dfrac{364}{3}$，則$a_1 =$__________。

【解答】$\dfrac{1}{3}$

【詳解】$S_n = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{r-1} = \dfrac{a_1 r^{n-1}\cdot r - a_1}{2} = \dfrac{a_n\cdot r - a_1}{2} = \dfrac{81\cdot 3 - a_1}{2} = \dfrac{364}{3}\quad \therefore\quad a_1 = \dfrac{1}{3}$

8. (1) $< a_n >$為一個等差數列，$a_{10} = 23$，$a_{25} = -22$，則$a_n =$__________。

(2)接上題，若$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$為最大時，$n$之值為__________。

【解答】(1) $53 - 3n$　(2) 17

【詳解】

(1)設公差為d，由$a_{25} - a_{10} = 15d\quad \therefore\quad 15d = (-22) - 23\quad \therefore\quad d = -3$

$a_1 + 9d = 23\quad \therefore\quad a_1 = 50\quad \therefore\quad a_n = a_1 + (n-1)d = 50 + (n-1)(-3) = -3n + 53$

(2) $S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n) = \dfrac{n}{2}(50 + 53 - 3n) = \dfrac{n}{2}(103 - 3n) = -\dfrac{3}{2}(n - \dfrac{103}{6})^2 + \dfrac{3}{2}(\dfrac{103}{6})^2$

$\because\quad \dfrac{103}{6} = 17 + \dfrac{1}{6}$ 且公差$d < 0\quad \therefore$　當$n = 17$ 時，S_n之值為最大

9. 有一實數等比數列，設第n項為a_n，若$a_4 = 5$，$a_{16} = 320$ 且$a_n > 20000$，則最小自然數n值為__________。

【解答】28

【詳解】

設公比為r，則$a_{16} = a_4 r^{16-4}\quad \Rightarrow\quad 320 = 5r^{12}\quad \Rightarrow\quad r^{12} = 64\quad \therefore\quad r = \pm\sqrt{2}$

由$a_n = a_4 r^{n-4} = 5(\sqrt{2})^{n-4} > 20000 \quad \Rightarrow \quad (\sqrt{2})^{n-4} > 4000 \quad \Rightarrow \quad n-4 \geq 24 \quad \therefore \quad n \geq 28$

10.設數列$< a_n >$ 爲一等比數列，且$a_5 = 4$，$a_7 = 9$，則第 10 項爲＿＿＿＿＿。

【解答】$\pm\dfrac{243}{8}$

【詳解】

設首項爲a_1，公比爲r，則$\begin{cases} a_1 r^4 = 4 \cdots\cdots ① \\ a_1 r^6 = 9 \cdots\cdots ② \end{cases}$

$\dfrac{②}{①}$ 得$r^2 = \dfrac{9}{4} \quad \Rightarrow \quad r = \pm\dfrac{3}{2}$ 代入①得$a_1 = \dfrac{64}{81}$，$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = \dfrac{64}{81} \cdot (\pm\dfrac{3}{2})^9 = \pm\dfrac{243}{8}$

11.若等比數列$\{a_n\}$的第四項爲 6，第六項爲 24，而且數列的每一項都是正數，求這個數列的前 10 項總和爲＿＿＿＿＿。

【解答】$\dfrac{3069}{4}$

【詳解】$\begin{cases} 6 = a_1 r^3 \quad \cdots\cdots ① \\ 24 = a_1 r^5 \cdots\cdots ② \end{cases}$，$\dfrac{②}{①} \quad \Rightarrow \quad r^2 = 4$，得$r = 2$，$-2$（不合）

$r = 2$ 代入①，得$a_1 = \dfrac{3}{4}$，所求$= \dfrac{\frac{3}{4}(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \dfrac{3069}{4}$

12. $1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \cdots + 102i^{101} =$＿＿＿＿＿。

【解答】$51 + 52i$

【詳解】

$$\begin{array}{rl} S = & 1 + 2i + 3i^2 + \cdots + 102i^{101} \\ -) \quad iS = & \quad\ \ i + 2i^2 + \cdots + 101i^{101} + 102i^{102} \\ \hline S(1-i) = & 1 + i + i^2 + \cdots + i^{101} - 102i^{102} \end{array}$$

$\Rightarrow \quad S(1-i) = \dfrac{1 \cdot (i^{102} - 1)}{i - 1} + 102 \quad \Rightarrow \quad S = 51 + 52i$

13.給定數列$\dfrac{1}{1}$，$\dfrac{2}{1}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{3}{1}$，$\dfrac{2}{2}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{4}{1}$，$\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{5}{1}$，$\dfrac{4}{2}$，$\dfrac{3}{3}$，$\dfrac{2}{4}$，$\dfrac{1}{5}$，$\cdots$，則$\dfrac{1}{12}$爲數列的第＿＿＿＿＿項。

【解答】78

【詳解】

找規律，在$\dfrac{1}{12}$在第 12 組的第 12 個數，$(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 11) + 12 = 78$ 個

14.數列$< a_n >$之遞迴表示式爲$a_1 = 3$，$a_{n+1} = a_n + 2$（$n \geq 1$），則此數列之一般項$a_n =$＿＿＿＿。

【解答】$2n + 1$

【詳解】

$a_1 = 3$ 且$a_{n+1} = a_n + 2 \quad \therefore \quad < a_n >$爲首項$a_1 = 3$，公差$d = 2$ 之等差數列

$\therefore \quad a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 1$

15.設$n \in N$，且 $200 < n < 300$，則被 9 除餘 2 的所有n之總和爲＿＿＿＿＿。

【解答】2794

【詳解】

設 $n=9k+2$，$k\in Z$

$200<n<300 \quad\Rightarrow\quad 200<9k+2<300 \quad\Rightarrow\quad 198<9k<298 \quad\Rightarrow\quad 22<k<33.\cdots$

$\therefore\quad k=23$，24，⋯，33

$\sum\limits_{k=23}^{33}(9k+2)=9\sum\limits_{k=23}^{33}k+\sum\limits_{k=23}^{33}2=9\times\dfrac{(23+33)\times 11}{2}+2\times 11=2772+22=2794$

16.在 1 與 999 之間，插入n項，使其成爲一等差數列，試求數列總和超過 10000 時，最小自然數n值爲__________。

【解答】19

【詳解】

等差數列：1，b_1，b_2，⋯，b_n，999，共$(n+2)$項，總和$=\dfrac{(n+2)(1+999)}{2}>10000$

$n>18$，所以最小自然數n爲 19

17.有兩等差級數，其首n項和之比爲$(2n+3)$：$(3n+2)$，試求兩級數第 11 項的比爲________。

【解答】9：13

【詳解】

$\dfrac{a_{11}}{b_{11}}=\dfrac{21a_{11}}{21b_{11}}=\dfrac{S_{21}}{S'_{21}}=\dfrac{2\times 21+3}{3\times 21+2}=\dfrac{45}{65}$，即$\dfrac{a_{11}}{b_{11}}=\dfrac{9}{13}$

所以兩級數第 11 項的比爲 9：13

18.設a，b，$c\in N$，$1<a<b<c<9$，且$<0.\overline{a}$，$0.0\overline{b}$，$0.00\overline{c}$，$\cdots>$成等比數列，則

(1) (a，b，c) =__________。(2)該數列之第四項爲__________。（寫成循環小數）

【解答】(1) (2，4，8)　(2) $0.001\overline{7}$

【詳解】

(1) $0.\overline{a}$，$0.0\overline{b}$，$0.00\overline{c}$成等比，即$\dfrac{a}{9}$，$\dfrac{b}{90}$，$\dfrac{c}{900}$成等比

則$\dfrac{a}{9}\times\dfrac{c}{900}=(\dfrac{b}{90})^2 \quad\Rightarrow\quad b^2=ac$，又 $1<a<b<c<9$，則$(a$，b，$c)=(2$，4，8)

(2)數列爲$<\dfrac{2}{9}$，$\dfrac{4}{90}$，$\dfrac{8}{900}$，$\cdots>$，首項$a_1=\dfrac{2}{9}$，公比$r=\dfrac{\frac{4}{90}}{\frac{2}{9}}=\dfrac{1}{5}$

故第四項$a_4=a_1r^3=\dfrac{2}{9}\times\dfrac{1}{125}=\dfrac{16}{9000}=0.001\overline{7}$

19.一個球從 81 公尺自由落下，每次著地後又跳回原高度的$\dfrac{1}{3}$再落下，

(1)當它第五次著地時，共經過__________公尺。

(2)直到靜止前共經過__________公尺。

【解答】(1)161　(2)162

【詳解】

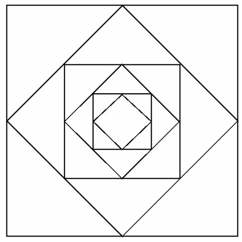
(1)所求距離和$=81+2\times 81\times\dfrac{1}{3}+2\times 81\times(\dfrac{1}{3})^2+2\times 81\times(\dfrac{1}{3})^3+2\times 81\times(\dfrac{1}{3})^4$

$=81+162\,[\dfrac{1}{3}+(\dfrac{1}{3})^2+(\dfrac{1}{3})^3+(\dfrac{1}{3})^4]=81+162\times\dfrac{40}{81}=81+80=161$

(2)所求距離和$=81+2\times 81\times\frac{1}{3}+2\times 81\times(\frac{1}{3})^2+2\times 81\times(\frac{1}{3})^3+\cdots\cdots$

$$=81+162\,[\frac{1}{3}+(\frac{1}{3})^2+(\frac{1}{3})^3+\cdots\cdots]=81+162\times\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=81+81=162$$

20. 一正方形的邊長爲 10 公分，以各邊中點爲頂點連成的四邊形也是正方形，如此繼續作出由各邊中點爲頂點連成的正方形，求

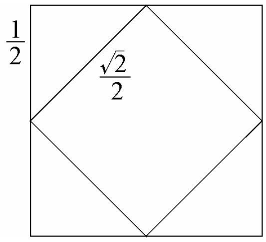


(1)下圖中六個正方形周長的總和爲____________。

(2)各邊中點爲頂點連成的無數個正方形面積和爲__________。

【解答】(1)$70+35\sqrt{2}$

【詳解】



由畢氏定理知，正方形各邊中點爲頂點連成的正方形的周長爲原正方形周長的$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍，故此六個正方形的周長依次爲 40，$20\sqrt{2}$，20，$10\sqrt{2}$，10，$5\sqrt{2}$，此爲首項爲 40，公比爲$\frac{\sqrt{2}}{2}$的等比數列，故周長爲 $40\cdot\frac{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^6}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=40\cdot\frac{1-\frac{1}{8}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{70}{2-\sqrt{2}}=35(2+\sqrt{2})$

21.一正三角形，邊長爲 96，作其內切圓C_1，然後作C_1的內接正三角形，再作其內切圓C_2，依此類推，繼續得到圓C_3，⋯，C_7，求C_7的半徑爲________。

【解答】$\frac{\sqrt{3}}{4}$

【詳解】

設R_i表內切圓C_i的半徑，則$R_1=16\sqrt{3}$，$R_2=8\sqrt{3}$，⋯

$\Rightarrow$ $<R_i>$的公比$r=\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{2}$，故$R_7=R_1\cdot r^6=16\sqrt{3}\cdot(\frac{1}{2})^6=\frac{\sqrt{3}}{4}$

22.有二等差數列$<a_n>=<3，8，13，18，\cdots，373>$。

$<b_n>=<2，9，16，23，\cdots，373>$。由這兩組數列的所有共同項依序排列得另一數列$<c_n>$共有$k$項，求(1) c_1之值________。 (2) $c_1+c_2+\cdots+c_k$之和爲__________。

【解答】(1)23 (2)2178

【詳解】

$\because$ $<a_n>=<3，8，13，18，23，\cdots，373>$之首項爲 3，公差爲 5

$<b_n>=<2，9，16，23，\cdots，373>$之首項爲 2，公差爲 7

$\therefore$ $<c_n>=<23，58，\cdots，373>$之首項爲 23，公差爲 35

(1) $c_1=23$

(2)$\because$ $c_k=373$ $\therefore$ $23+(k-1)\cdot 35=373$ $\Rightarrow$ $35k=385$ $\therefore$ $k=11$

故$c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_k = \dfrac{11}{2}(c_1 + c_{11}) = \dfrac{11}{2}(23 + 373) = 2178$

23. 本金 100 元，年利率 6%，每半年複利一次，五年期滿，共得本利和爲＿＿＿＿＿元。（$(1.03)^{10}$的近似值爲 1.3439）

【解答】134

【詳解】

本金 100 元，每半年一期複利 3%，五年期滿本利和爲

本利和=本金×$(1+$ 利率$)^{\text{期數}} = 100 \times (1 + 3\%)^{10} = 100 \times 1.3439 = 134.39 \doteqdot 134$ 元

24.每個月月初存入 1 萬元，年利率 1.2%，每月以複利計息，則一年後結算本利和爲＿＿＿。（已知$(1.001)^{12} = 1.01206622$）

【解答】120783

【詳解】

$\because$ 年利率 1.2% $\therefore$ 月利率$r = 0.1\%$

本利和$S = 1(1 + r)^{12} + (1 + r)^{11} + \cdots + 1(1 + r)$

$= (1 + r) + (1 + r)^2 + \cdots + (1 + r)^{12} = \dfrac{(1+r)[(1+r)^{12} - 1]}{(1+r) - 1} = (\dfrac{1+r}{r})[(1 + r)^{12} - 1]$

$= (\dfrac{\frac{1001}{1000}}{\frac{1}{1000}})[(1.001)^{12} - 1] = 1001 \times (1.01206622 - 1) = 12.0783$（萬元）$= 120783$（元）

25.阿財每年年初存入銀行 10000 元，年利率 2%，每年計息一次，

(1)若依單利計息，則第 10 年年底的本利和多少？＿＿＿＿＿

(2)若依複利計息，則第 10 年年底的本利和多少？＿＿＿＿＿（近似值：$1.02^{10} \doteqdot 1.22$ 計）

【解答】(1) 111000 元 (2) 112200 元

【詳解】

(1) $10000 \times 10 + (10000 \times 2\% \times 10 + 10000 \times 2\% \times 9 + \cdots + 10000 \times 2\% \times 1)$

$= 100000 + 10000 \times \dfrac{2}{100} \times (10 + 9 + 8 + \cdots + 1) = 100000 + 200 \times 55 = 111000$

(2) $10000(1 + 2\%)^{10} + 10000(1 + 2\%)^9 + \cdots + 10000(1 + 2\%)$

$= \dfrac{10000(1+2\%) \times (1.02^{10} - 1)}{1.02 - 1} = \dfrac{10200 \times (1.22 - 1)}{0.02} = \dfrac{10200 \times 0.22}{0.02} = 112200$

26. 假設某鎭每年的人口數逐年成長且成一等比數列，已知此鎭十年前有 25 萬人，現在 30 萬人，那麼二十年後，此鎭人口應有＿＿＿＿＿萬人。（求到小數點後第一位）

【解答】43.2

【詳解】$a_1 = 25$，$a_2 = 30$ $\Rightarrow$ $r = \dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{30}{25} = \dfrac{6}{5}$

二十年後爲$a_4 = a_1 r^3 = 25 \times (\dfrac{6}{5})^3 = \dfrac{216}{5} = 43.2$ 萬人

27.設$< z_n >$是一複數等比數列，$z_1 = 1 - 4i$且$z_2 = 5 - 3i$，若複數等比數列$< z_n >$的前 6 項總和爲$a + bi$，a，$b \in R$，則$a + b$之值爲＿＿＿＿＿。

【解答】29

【詳解】

公比$r=\dfrac{z_2}{z_1}=\dfrac{5-3i}{1-4i}=1+i$

$S_6=\dfrac{(1-4i)[(1+i)^6-1]}{(1+i)-1}=\dfrac{(1-4i)\{[(1+i)^2]^3-1\}}{i}$

$=\dfrac{(1-4i)[(2i)^3-1]}{i}=\dfrac{(1-4i)(-8i-1)}{i}=\dfrac{-33-4i}{i}=-4+33i$

所以$a+b=(-4)+33=29$

28. 設一等差複數數列的首項是 $2+45i$，公差是 $1-3i$，若此數列的首n項和爲S_n，則使S_n爲實數的正整數$n=$__________。

【解答】$n=31$

【詳解】

首先計算首n項和爲

$S_n=\dfrac{n}{2}[2\cdot(2+45i)+(n-1)(1-3i)]=\dfrac{n}{2}[(n+3)+(93-3n)i]=\dfrac{1}{2}n(n+3)+\dfrac{1}{2}n(93-3n)i$

因爲要使S_n爲實數，則需令虛部$\dfrac{1}{2}n(93-3n)=0$，因爲n爲自然數，故取$n=31$

29.設$\langle a_n\rangle$是一等差數列，$a_2=65$ 且$a_8=11$，若前n項總和爲S_n，當S_n有最大值時，此時$n=$__________。

【解答】9

【詳解】

設首項爲a_1，公差爲d，由$\begin{cases}65=a_1+d\\11=a_1+7d\end{cases}$，得$\begin{cases}a_1=74\\d=-9\end{cases}$

若$a_n=74+(n-1)(-9)\geq 0 \quad\Rightarrow\quad n\leq\dfrac{83}{9}\div 9.\cdots$

表a_1，a_2，…，a_9均大於 0，但a_{10}以後均小於 0，故$n=9$ 時，S_n有最大值

30. 級數 $0.7+0.077+0.00777+0.0007777+\cdots$之總和爲__________。

【解答】$\dfrac{700}{891}$

【詳解】

$0.7+0.077+0.00777+0.0007777+\cdots=\dfrac{7}{9}(0.9+0.099+0.00999+0.0009999+\cdots)$

$=\dfrac{7}{9}[(1-\dfrac{1}{10})+(\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{1000})+(\dfrac{1}{100}-\dfrac{1}{100000})+\cdots]$

$=\dfrac{7}{9}[(1+\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10^2}+\cdots)-(\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10^3}+\dfrac{1}{10^5}+\cdots)]$

$=\dfrac{7}{9}(\dfrac{1}{1-\frac{1}{10}}-\dfrac{\frac{1}{10}}{1-\frac{1}{100}})=\dfrac{7}{9}(\dfrac{10}{9}-\dfrac{10}{99})=\dfrac{700}{891}$