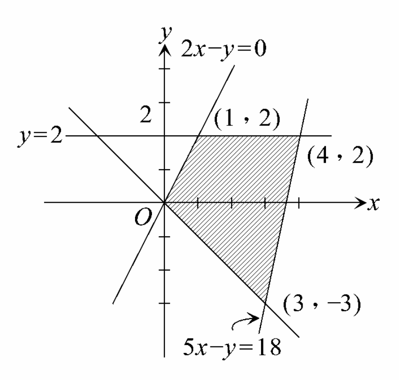
高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：94.11.23					
範圍	Book5 chap2 不等式(2)	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1. 在 $y\le 2$，$2x-y\ge 0$，$x+y\ge 0$ 及 $5x-y\le 18$ 的條件下，函數 $x-2y$ 的最大值爲
   (A) -3 (B) 0 (C) 3 (D) 6 (E) 9

【解答】(E)

【詳解】$\begin{cases} y\le 2 \\ 2x-y\ge 0 \\ x+y\ge 0 \\ 5x-y\le 18 \end{cases}$ 的圖形爲一四邊形區域



其頂點爲(0，0)，(3，−3)，(4，2)，(1，2)

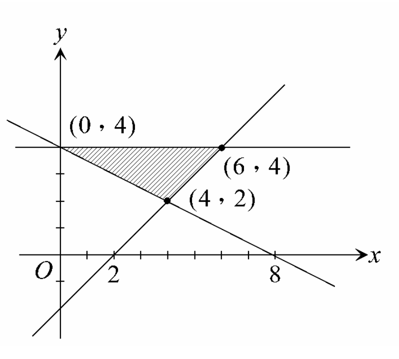
$(x，y)$	(0，0)	(3，−3)	(4，2)	(1，2)
$x-2y$	0	9	0	−3

由表知，$x-2y$ 的最大值爲 9，應選(E)

2. 不等式 $6-2y\le x-2\le y\le 4$ 的圖形面積爲(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

【解答】(C)

【詳解】$6-2y\le x-2\le y\le 4 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x+2y-8\ge 0 \\ x-y-2\le 0 \\ y-4\le 0 \end{cases}$ 下圖三角形區域

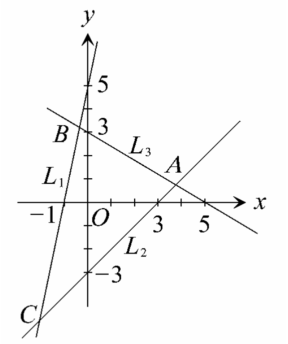


頂點坐標爲(4，2)，(6，4)，(0，4)，面積 $=\dfrac{1}{2}\times 6\times 2=6$，應選(C)

3. (複選)三直線L_1：$5x-y+5=0$，L_2：$x-y=3$，L_3：$3x+5y=15$ 圍成一個△ABC，下列哪些點在△ABC的內部？(A) (0，0) (B) (1，−3) (C) (2，1) (D) (−2，0) (E) (0，1)

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】L_1：$5x-y+5=0$，L_2：$x-y-3=0$，L_3：$3x+5y-15=0$ 圍成△ABC如下圖

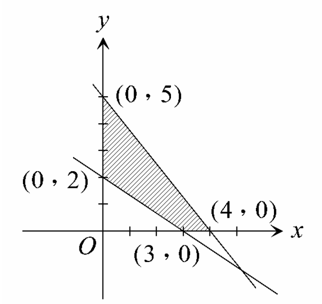


△ABC的內部（不含邊界）為含原點(0，0)之部分

此部分滿足的不等式組為$\begin{cases} 5x-y+5>0 \\ x-y-3<0 \\ 3x+5y-15<0 \end{cases}$

△ABC內部的點滿足此不等式，故應選(A)，(C)，(E)

4. 下圖中，斜線部分的區域為 R，下列哪些敘述是對的？



(A)區域 R 由不等式組$\begin{cases} 2x+3y\ge 6 \\ 5x+4y\le 20 \end{cases}$所圍成

(B)區域 R 的面積為 7

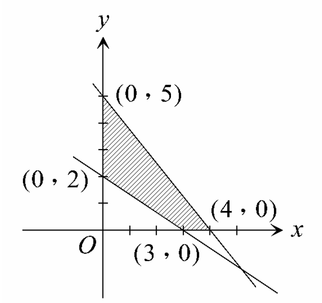
(C)直線 L：$y=2x+k$ 與區域 R 相交時，k 之最小值為 -8

(D) $(x，y)\in R$，$f(x，y)=x+y$ 的最大值為 5

(E) $P(x，y)\in R$，$O(0，0)$，$\overline{OP}$ 的最小值為 2

【解答】(B)(C)(D)

【詳解】下圖斜線內之四邊形區域R由四條直線所圍成



此四條直線的方程式為

L_1：$y=0$，L_2：$\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{5}=1 \quad \Rightarrow \quad 5x+4y=20$

L_3：$x=0$，L_4：$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1 \quad \Rightarrow \quad 2x+3y=6$

(A)區域R爲不等式組$x \ge 0$，$y \ge 0$，$5x+4y \le 20$，$2x+3y \ge 6$ 的圖形

(B)區域R的面積 $=\frac{1}{2}\times 4\times 5-\frac{1}{2}\times 3\times 2=10-3=7$

(C) L：$y=2x+k$表斜率 2 的直線與區域R相交且使k值爲最小時，其y截距最小，故必過四邊形的頂點$(4，0)$，此時k之值爲 -8

(D) $f(x，y)=x+y$的最大值爲$f(0，5)=0+5=5$

(E) $P\in R$，$\overline{OP}$ 的最小值爲O到L_4之距離，即$\overline{OP}$ 的最小值$=\frac{6}{\sqrt{4+9}}=\frac{6}{\sqrt{13}}$ 應選(B)(C)(D)

二、填充題(每題 10 分)

1. 若$x \ge y \ge z \ge -1$ 及$x+3y-2z=5$，則 $3x-2y+z$之最大值是__________，最小值是______。

【解答】19，$-\frac{1}{4}$

【詳解】

由 $x=5-3y+2z$，在 $x\ge y$，$y\ge z$，$z\ge -1$ 之條件下

亦即在 $4y-2z\le 5$，$y\ge z$，$z\ge -1$ 所圍三角形之三頂點 $A(\frac{5}{2}，\frac{5}{2})$，$B(-1，-1)$，$C(\frac{4}{3}，-1)$

將 A，B，C 代入目標函數 $3x-2y+z$ 中，而 $3x-2y+z=15-11y+7z$

$(y，z)$	$(\frac{5}{2}，\frac{5}{2})$	$(-1，-1)$	$(\frac{3}{4}，-1)$
$3x-2y+z$	5	19	$-\frac{1}{4}$

$\therefore$ $3x-2y+z$ 的最大值 19，最小值 $-\frac{1}{4}$

2. 坐標平面上，下列不等式組$\begin{cases}3x-4y+20\ge 0\\ 8x+3y-56\le 0\\ x\ge 0，y\ge 0\end{cases}$所示圖形中，格子點有__________個。

【解答】46

【詳解】不等式組$\begin{cases}3x-4y+20\ge 0\\ 8x+3y-56\le 0\\ x\ge 0，y\ge 0\end{cases}$的圖形爲一四邊形區域

其中的格子點爲

$x=0$ 時，$y=0$～5 有 6 個（由 $3x-4y+20\ge 0$）

$x=1$ 時，$4y\le 3+20=23$，$y=0$～5 有 6 個

$x=2$ 時，$4y\le 26$，$y=0$～6 有 7 個

$x=3$ 時，$4y\le 29$，$y=0$～7 有 8 個

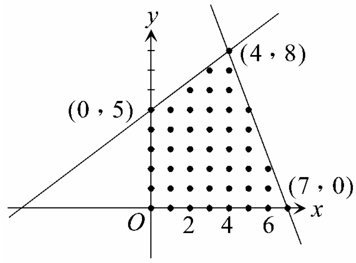
$x=4$ 時，$4y\le 32$，$y=0$～8 有 9 個

$x=5$ 時，$3y\le 56-40=16$，$y=0$～5 有 6 個

$x=6$ 時，$3y\le 56-48=8$，$y=0$～2 有 3 個

$x=7$ 時，$3y\le 56-56=0$，$y=0$ 有 1 個

格子點共有 $6+6+7+8+9+6+3+1=46$ 個



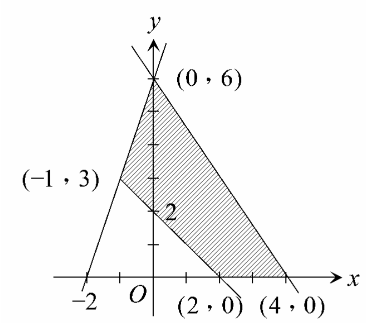
3. 設x，$y \in R$且滿足下列不等式：$x+y \geq 2$，$3x+2y \leq 12$，$3x-y+6 \geq 0$，$y \geq 0$，則

(1) $2x+y+1$ 的最大值爲__________，最小值爲__________。

(2)若$m \leq \dfrac{y+2}{x+3} \leq M$，則$(M，m)=$__________。

【解答】(1) 9，2　(2)$(\dfrac{8}{3}，\dfrac{2}{7})$

【詳解】$\begin{cases} x+y \geq 2 \\ 3x+2y \leq 12 \\ 3x-y+6 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$，圖形如下爲一四邊形區域



其頂點爲(2，0)，(4，0)，(0，6)，(－1，3)

(1)令 $2x+y+1=k$ 表斜率 －2 的直線系，當直線通過區域之頂點時，k 有極值

$(x，y)$	(2，0)	(4，0)	(0，6)	(－1，3)
k	5	9	7	2

由表知，$2x+y+1$ 之最大值爲 9，最小值爲 2

(2)令 $\dfrac{y+2}{x+3}=t$，則 $y+2=t(x+3)$表通過定點(－3，－2)斜率 t 之直線系，當此直線系繞(－3，－2)旋轉而掃過區域時，顯然通過頂點時，斜率 t 有極值

$(x，y)$	(2，0)	(4，0)	(0，6)	(－1，3)
t	$\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{2}{7}$	$\dfrac{8}{3}$	$\dfrac{5}{2}$

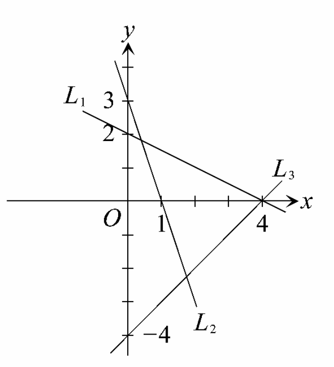
由表知，t 之最大值 $M=\dfrac{8}{3}$，最小值 $m=\dfrac{2}{7}$

4. 若點$P(k，2k-3)$在三直線L_1：$x+2y-4=0$，L_2：$3x+y-3=0$，L_3：$x-y-4=0$ 所圍成三角形的內部，則k之範圍爲__________。

【解答】$\dfrac{6}{5}<k<2$

【詳解】

三直線L_1：$x+2y-4=0$，L_2：$3x+y-3=0$，L_3：$x-y-4=0$ 所圍成的三角形如下圖



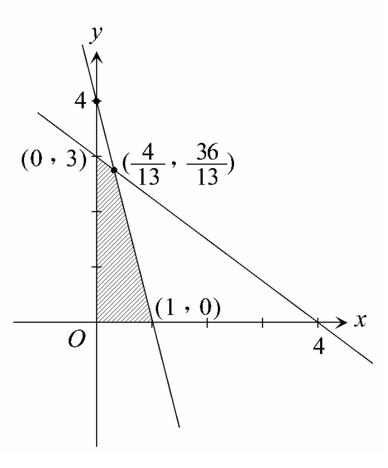
三角形內部（不含邊界）滿足不等式組$\begin{cases} x+2y-4<0 \\ 3x+y-3>0 \\ x-y-4<0 \end{cases}$，點$P(k，2k-3)$在三角形內部

因此$\begin{cases} k+2(2k-3)-4<0 \\ 3k+(2k-3)-3>0 \\ k-(2k-3)-4<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5k-10<0 \\ 5k-6>0 \\ -k-1<0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{6}{5}<k<2$

5. 在$x\ge 0$，$y\ge 0$，$4x+y\le 4$，$3x+4y\le 12$ 的條件下，$x+2y$的最大值爲__________。

【解答】6

【詳解】作不等式組$\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 4x+y\le 4 \\ 3x+4y\le 12 \end{cases}$ 的圖形如下



其頂點坐標爲(0，0)，(1，0)，$(\dfrac{4}{13}，\dfrac{36}{13})$，(0，3)

代入 $x+2y$ 得值依次爲 0，1，$\dfrac{76}{13}$，6，故最大值爲 6

6. 某人飼養一隻寵物，每天需要 A、B、C 三種營養素分別 8 個單位，13 個單位及 17 個單位，而此人以甲、乙兩種食物提供 A、B、C 三種營養素，已知甲、乙兩種食物每斤所含的營養素如下表所示：

營養素／食物	A	B	C
甲	1	3	2
乙	2	1	2

已知甲、乙兩種食物每斤 35 元與 40 元，若此人每天想用最經濟的方式提供食物，則他

必須餵食甲、乙兩種食物各多少斤，又每天的最少費用是多少？請依下列方式作答：

(1)寫出限制條件的不等式解。

(2)以圖解法表出(1)的解。

(3)寫出目標函數。

(4)寫出目標函數的最優解。（含食物量及最少的費用）

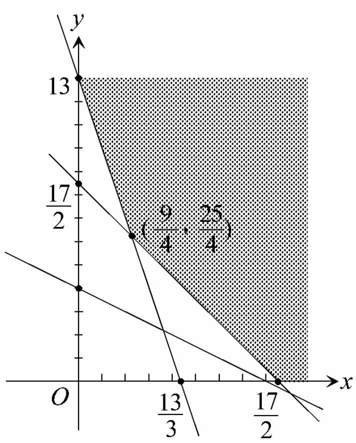
【解答】(1) $\begin{cases} x+2y\ge 8 \\ 3x+y\ge 13 \\ 2x+2y\ge 17 \\ x\ge 0，y\ge 0 \end{cases}$ (2)$(\frac{9}{4}，\frac{25}{4})$ (3) $f(x，y)=35x+40y$

(4)每天餵食甲食物$\frac{17}{2}$斤，可使費用爲$\frac{595}{2}$元最少

【詳解】

(1)設此人每天餵食甲食物 x 斤，乙食物 y 斤，則限制條件的不等式組$\begin{cases} x+2y\ge 8 \\ 3x+y\ge 13 \\ 2x+2y\ge 17 \\ x\ge 0，y\ge 0 \end{cases}$

(2)畫出(1)中不等式之圖解，如下圖



$\begin{cases} 3x+y=13 \\ 2x+2y=17 \end{cases}$的解爲$(\frac{9}{4}，\frac{25}{4})$

(3)目標函數 $f(x，y)=35x+40y$

(4) $f(x，y)$的最佳解 $f(0，13)=520$，$f(\frac{9}{4}，\frac{25}{4})=\frac{1315}{4}$，$f(\frac{17}{2}，0)=\frac{595}{2}$

所以，每天餵食甲食物$\frac{17}{2}$斤，可使費用 $=\frac{595}{2}$元最少

7. 某人有 140 坪的空地，想將它分割成數塊，隔成大小兩種規格的隔間分租出去，若甲、乙兩種規格的隔間各占 12 坪與 8 坪，且隔間費用各 16000 元與 12000 元，今此人有 20 萬元資金準備作隔間費，而預訂甲、乙兩種規格隔間的月租費各 6400 元與 4400 元，試問他要怎麼規畫甲、乙兩規格的隔間（各多少間），才能使他將所有隔間租出去時的月租費收入最多？可收多少租金？

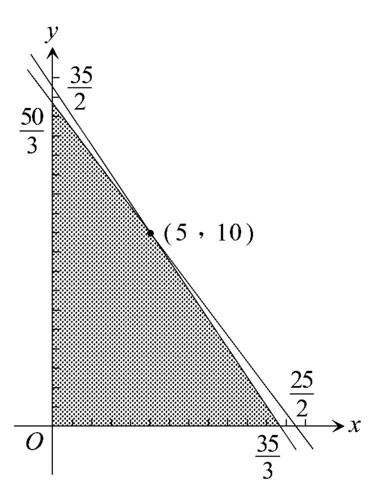
【解答】甲規格 5 間，乙規格 10 間，可得月租費 76000 元最高

【詳解】

設甲規格，乙規格的隔間分別隔 x 間與 y 間，則(※)$\begin{cases}12x+8y\le 140\\16000x+12000y\le 200000\\x，y\text{為0或正整數}\end{cases}$

目標函數 $f(x，y)=6400x+4400y$，由上(※)式可化為$\begin{cases}x，y\ge 0，x，y\text{為整數}\\3x+2y\le 35\\4x+3y\le 50\end{cases}$

$\begin{cases}3x+2y=35\\4x+3y=50\end{cases}$的解為(5，10)



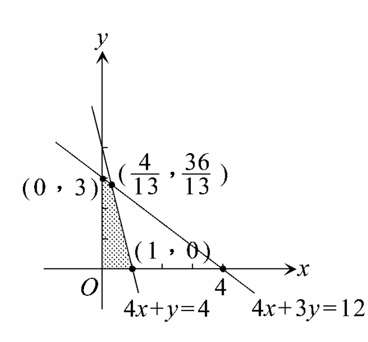
由圖可得，目標函數 $f(5，10)=100(64\times 5+44\times 10)=76000$ 最大，即隔甲規格 5 間，乙規格 10 間，可得月租費 76000 元最高

8. 在$x\ge 0$，$y\ge 0$，$4x+y\le 4$，$3x+4y\le 12$ 的條件下，分別求下列各小題的最大值與最小值：
(1)$5x-y+6$。　(2)x^2+y^2。　(3)$\dfrac{y+2}{x+1}$。

【解答】(1)11，3　(2)9，0　(3)5，1

【詳解】

先畫出不等式組區域的圖形，找出此區域的頂點(0，0)，(1，0)，$(\dfrac{4}{13}，\dfrac{36}{13})$，(0，3)



(1)

頂點	(0，0)	(1，0)	$(\frac{4}{13}，\frac{36}{13})$	(0，3)
$5x-y+6$	6	11	$\frac{62}{13}$	3

所以最大值為 11，最小值為 3

(2)幾何意義：x^2+y^2表示點$(x，y)$到(0，0)的平方距離

由圖形知(0，3)離(0，0)最遠；(0，0)離(0，0)最近

所以最大值爲$x^2+y^2=0^2+3^2=9$，最小值爲$x^2+y^2=0^2+0^2=0$

(3)幾何意義：$\dfrac{y+2}{x+1}$表示點$(x，y)$到$(-1，-2)$的斜率

由圖形知(0，3)到$(-1，-2)$的斜率最大；(1，0)到$(-1，-2)$的斜率最小

所以最大值爲$\dfrac{y+2}{x+1}=\dfrac{3+2}{0+1}=5$，最小值爲$\dfrac{y+2}{x+1}=\dfrac{0+2}{1+1}=1$

9. 雞兔同籠，頭數不超過 20 個，腳數不超過 50 隻。若雞每隻賣 200 元，兔每隻賣 300 元，問總共最多可賣多少元？若雞每隻賣 300 元，兔每隻賣 200 元，則總共最多可賣多少元？

【解答】最多 4500 元，最多 6000 元

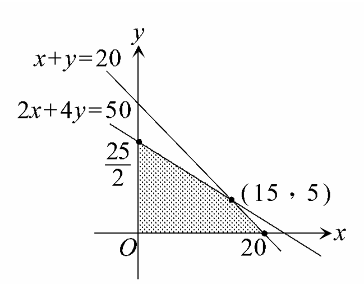
【詳解】

(1)設雞 x 頭，兔 y 頭，$\begin{cases} x\ge 0，y\ge 0 \\ x+y\le 20 \\ 2x+4y\le 50 \end{cases}$，目標函數 $k=200x+300y$，由斜率 $m=-\dfrac{2}{3}$ 知，最大值發生在點(15，5)上

所以 $x=15$，$y=5$，$k=4500$ 元最多

(2)設雞 x 頭，兔 y 頭，$\begin{cases} x\ge 0，y\ge 0 \\ x+y\le 20 \\ 2x+4y\le 50 \end{cases}$，目標函數 $k=300x+200y$，由斜率 $m=-\dfrac{3}{2}$ 知，最大值發生在點(20，0)上

所以 $x=20$，$y=0$，$k=6000$ 元最多



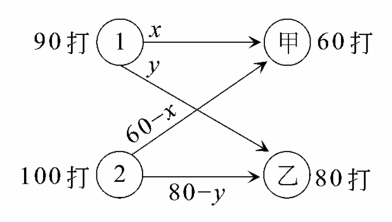
10.某商人有二倉庫，第一倉庫存有產品 90 打，第二倉庫存有產品 100 打，該商人自甲乙二地接到訂單，甲、乙二地分別各申購產品 60 打與 80 打，假定每打之運費如下表所示，則應如何運送可使運費最少？又最少運費爲多少？

每打運費	甲	乙
第一倉庫	200 元	280 元
第二倉庫	240 元	300 元

【解答】第一倉庫運 60 打給甲地，運 30 打給乙地；第二倉庫運 0 打給甲地，運 50 打給乙地；運費最小爲 35400 元

【詳解】

用下列圖表來假設

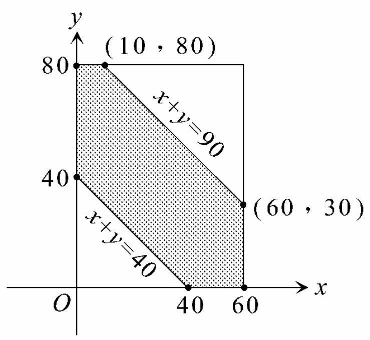


$$\begin{cases} x \ge 0，y \ge 0 \\ 60 - x \ge 0，80 - y \ge 0 \\ x + y \le 90 \\ (60 - x) + (80 - y) \le 100 \end{cases} \text{化簡爲} \begin{cases} 0 \le x \le 60 \\ 0 \le y \le 80 \\ 40 \le x + y \le 90 \end{cases}$$

目標函數 $k = 200x + 280y + 240(60 - x) + 300(80 - y) = -40x - 20y + 38400$

由圖形可知取$(x，y) = (60，30)$時，運費最小爲 35400 元

即第一倉庫運 60 打給甲地，運 30 打給乙地；第二倉庫運 0 打給甲地，運 50 打給乙地



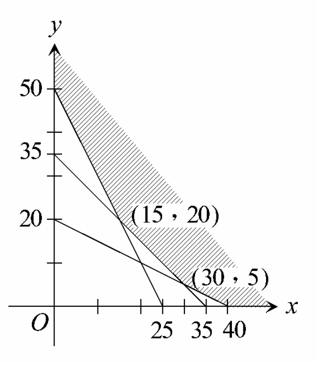
11.某農夫有一塊菜圃，最少須施氮肥 5 公斤，磷肥 4 公斤及鉀肥 7 公斤，已知農會出售甲、乙兩種肥料，甲種肥料每公斤 10 元，其中含氮 20%，磷 10%，鉀 20%，乙種肥料每公斤 14 元，其中含氮 10%，磷 20%，鉀 20%，問他向農會買甲、乙兩種肥料各多少公斤加以混合施肥，才能使花費最少而又有足夠分量的氮、磷、鉀肥？

【解答】買甲種肥料 30 公斤，乙種肥料 5 公斤時，花費 370 元爲最少

【詳解】

設農夫向農會購買甲種肥料 x 公斤，乙種肥料 y 公斤將已知條件列表如下

	氮	磷	鉀	價格
甲種	20%	10%	20%	10（元／公斤）
乙種	10%	20%	20%	14（元／公斤）
限制	5	4	7	



得條件不等式$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ \dfrac{20}{100}x+\dfrac{10}{100}y \ge 5 \\ \dfrac{10}{100}x+\dfrac{20}{100}y \ge 4 \\ \dfrac{20}{100}x+\dfrac{20}{100}y \ge 7 \end{cases}$，即$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 2x+y \ge 50 \\ x+2y \ge 40 \\ x+y \ge 35 \end{cases}$

而花費爲 $f(x，y)=10x+14y$

不等式組的可行解區域之頂點爲(40，0)，(30，5)，(15，20)，(0，50)代入目標函數 $f(x，y)=10x+14y$ 中，

得 $f(40，0)$，$f(30，5)=300+70=370$

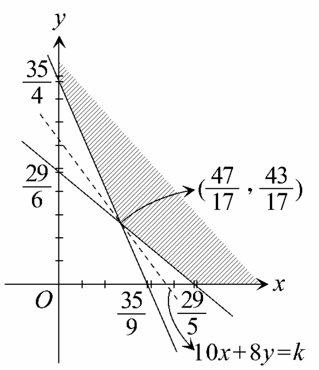
$f(15，20)=150+280=430$，$f(0，50)=700$

故甲種肥料 30 公斤，乙種肥料 5 公斤時，花費 370 元最少

12.有甲、乙兩種維他命丸，甲種每粒含 5 單位維他命 A，9 單位維他命 B，每粒售價 10 元，乙種每粒含 6 單位維他命 A，4 單位維他命 B，每粒售價 8 元，假設每人每天最少需要 29 單位維他命 A，及 35 單位維他命 B，則這兩種維他命丸應各吃幾粒，才能使花費最少且獲得足夠的維他命 A 與 B？

【解答】每天吃甲、乙各 3 粒時，花費 54 元最少

【詳解】



設每天吃甲種維他命丸 x 粒，乙種 y 粒

則可獲得維他命 A 有 $5x+6y$ 單位，維他命 B 有 $9x+4y$ 單位

得條件不等式爲$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 5x+6y \ge 29 \\ 9x+4y \ge 35 \end{cases}$且 x，y 均爲整數，每天費用 $f(x，y)=10x+8y$（元）

可行解區域的頂點$(\dfrac{29}{5}，0)$，$(\dfrac{47}{17}，\dfrac{43}{17})$，$(0，\dfrac{35}{4})$，令 $10x+8y=k$

此直線斜率 $-\dfrac{10}{8}=-\dfrac{5}{4}$ 介於二直線 $5x+6y=29$ 與 $9x+4y=35$ 的斜率之間

故欲得目標函數的最佳解，需直線 $10x+8y=k$ 通過點$(\dfrac{47}{17}，\dfrac{43}{17})$附近的格子點

這些格子點有(2，5)，(3，3)，(4，2)，(4，3)，(5，1)，⋯

又 $f(2，5)=60$，$f(3，3)=54$，$f(4，2)=56$，$f(4，3)=64$，$f(5，1)=58$，⋯

故當 $x=y=3$，即每天吃甲、乙各 3 粒時，花費 54 元最少

13.濃度 8%的食鹽水 100 克，今從其中取出 20 克，再加入 20 克的水混合，再由其中取出 20 克後，再加入 20 克的水，如此繼續操作 n 次，若要使食鹽水的濃度不大於 2%，求 n 的最小值。

【解答】7

【詳解】

設操作n次後，食鹽水的濃度爲a_n%，依題意

令$a_0=100\cdot\dfrac{8}{100}$，$a_1=100\cdot\dfrac{8}{100}\cdot\dfrac{4}{5}$，$a_2=100\cdot\dfrac{8}{100}\cdot(\dfrac{4}{5})^2$，⋯，

$a_n=100\cdot\dfrac{8}{100}\cdot(\dfrac{4}{5})^n$

欲使$a_n\le 2$，則 $100\cdot\dfrac{8}{100}\cdot(\dfrac{4}{5})^n\le 2$，即$(\dfrac{4}{5})^n\le\dfrac{1}{4}$

取對數，得$n\log\dfrac{4}{5}\le\log\dfrac{1}{4}$ $\Rightarrow$ $n(2\log 2-\log 5)\le -2\log 2$

$\Rightarrow$ $n(-1+0.9030)\le -2\times 0.3010$ $\Rightarrow$ $n\ge\dfrac{-0.6020}{-0.0970}\doteqdot 6.2$

故n之最小值爲 7

14.某工廠 A，B，C 三種不同原料調製二種產品，第一種產品 A，B，C 三種原料各占$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{1}{2}$，第二種產品這三種原料各占$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{4}$，若現有 A 原料 6 公噸，B 原料 5 公噸，C 原料 7 公噸，而第一種產品的售價爲每公噸 5000 元，第二種產品的售價爲每公噸 4000 元，而且銷售也沒有問題，問這兩種產品各生產若干公噸，可獲得最高收入。（若限制兩種產品之產量均爲整數單位）

【解答】第一種產品生產 11 公噸，第二種產品生產 6 公噸，可以得到最大收入爲 79000 元

【詳解】設第一種產品生產 x 公噸，第二種產品生產 y 公噸，依題意列式$\begin{cases}x\ge 0，y\ge 0\\ \dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{4}y\le 6\\ \dfrac{1}{6}x+\dfrac{1}{2}y\le 5\\ \dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}y\le 7\end{cases}$，

再化簡爲$\begin{cases}x\ge 0，y\ge 0\\ 4x+3y\le 72\\ x+3y\le 30\\ 2x+y\le 28\end{cases}$

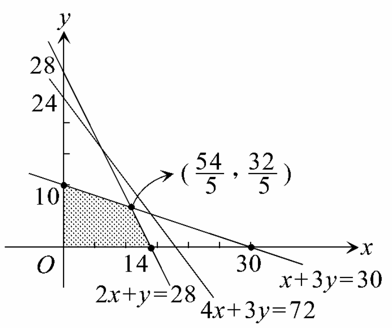
目標函數 $k=5000x+4000y$，其斜率爲 $-\dfrac{5}{4}$，比 $-\dfrac{4}{3}$稍大，故平行線最先碰到頂點($\dfrac{54}{5}$，$\dfrac{32}{5}$)

但題意要求產量需要整數，所以要找($\frac{54}{5}$，$\frac{32}{5}$)附近的格子點（且在可行解區域內）

在可行解內與($\frac{54}{5}$，$\frac{32}{5}$)附近的格子點有(9，7)，(10，6)，(11，6)

$(x，y)$	(9，7)	(10，6)	(11，6)
k	73000	74000	79000

所以第一種產品生產 11 公噸，第二種產品生產 6 公噸，可以得到最大收入爲 79000 元



15.老張帶了 50000 元，開著載重量爲 1000 公斤的貨車去批水果，若水梨與橘子的批價各爲每公斤 60 元與 20 元，零售價各爲每公斤 80 元與 30 元，問他應該買進水梨與橘子各多少公斤，方使收益最大？

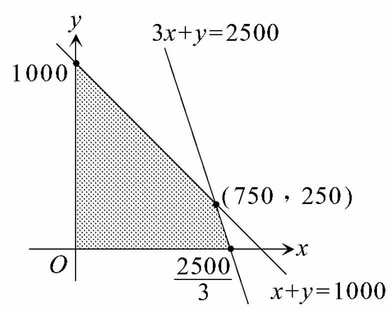
【解答】買水梨 750 公斤，橘子 250 公斤，可得最大收益 17500 元

【詳解】設水梨買 x 公斤，橘子買 y 公斤，則$\begin{cases} x \ge 0，y \ge 0 \\ x + y \le 1000 \\ 60x + 20y \le 50000（3x + y \le 2500） \end{cases}$

收益爲$(80 - 60)x + (30 - 20)y = 20x + 10y$

頂點	(0，0)	(0，1000)	(750，250)	($\frac{2500}{3}$，0)
$20x + 10y$	0	10000	17500	$16666\frac{2}{3}$

所以買水梨 750 公斤，橘子 250 公斤，可得最大收益 17500 元



16.在坐標平面上，畫出下列不等式組的圖形：$x + y \ge 0$，$7x - 2y \le 18$，$x - 2y \ge -6$，並求該區域之面積。

【解答】(1)見詳解　(2)18

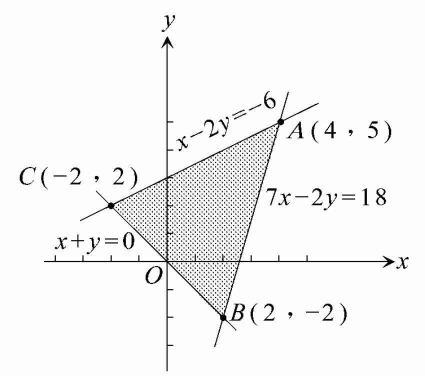
【詳解】

(1)三直線 $x + y = 0$，$7x - 2y = 18$，$x - 2y = -6$

①(1，0)代入 $x + y \ge 0$ 合，表示圖形在 $x + y = 0$ 的右側

②(0，0)代入 $7x - 2y \le 18$ 合，表示圖形在 $7x - 2y = 18$ 的左側

③(0，0)代入 $x-2y\ge -6$ 合，表示圖形在 $x-2y=-6$ 的下側



(2)三直線兩兩交點 $A(4，5)$，$B(2，-2)$，$C(-2，2)$，$\overrightarrow{AB}=(-2，-7)$，$\overrightarrow{AC}=(-6，-3)$

$\triangle ABC$ 面積為 $\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} -2 & -7 \\ -6 & -3 \end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}|6-42|=18$

17.職棒票價，內野每張 250 元，外野每張 100 元，今有 3000 元欲買內外野票若干張，但內野的張數不少於外野張數的 2 倍，且外野至少買 3 張，問一共有幾種買法？

【解答】9 種

【詳解】

設內野票 x 張，外野票 y 張，$\begin{cases} x\ge 2y\ge 3 \\ 250x+100y\le 3000\ (5x+2y\le 60) \end{cases}$，合併得 $2y\le x\le \frac{60-2y}{5}$

$y=3$，$6\le x\le 10$，5 種；$y=4$，$8\le x\le 10$，3 種；$y=5$，$10\le x\le 10$，1 種

一共有 $5+3+1=9$ 種

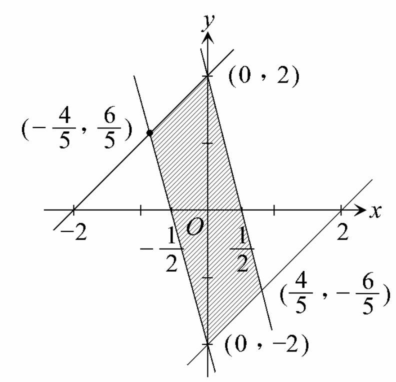
故面積為 $\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 0 & \frac{17}{2} & 6 & -\frac{5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{17}{2} & 11 & \frac{5}{2} & 0 \end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|0-0+\frac{187}{2}-51+15+\frac{55}{2}+0-0\right|=\frac{85}{2}$

18.在直角坐標平面上，作不等式組 $\begin{cases} |4x+y|\le 2 \\ |x-y|\le 2 \end{cases}$ 的圖形；並求其面積。

【解答】$\frac{16}{5}$

【詳解】$\begin{cases} |4x+y|\le 2 \\ |x-y|\le 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2\le 4x+y\le 2 \\ -2\le x-y\le 2 \end{cases}$

圖形為平行四邊形區域，面積分成二個三角形計算得 $2\times\frac{1}{2}(2+2)\times\frac{4}{5}=\frac{16}{5}$



19.某電器股份有限公司，有甲、乙兩廠生產彩色電視機，其營業狀況如下表所示，問甲、乙兩廠每週開工幾日，可以最節省的方式供應所需？

每日產量（架）廠別 型式	甲廠	乙廠	每週需要量（架）
29 吋	12	4	48
25 吋	4	4	32
20 吋	8	24	96
每日開支（元）	80000	60000	

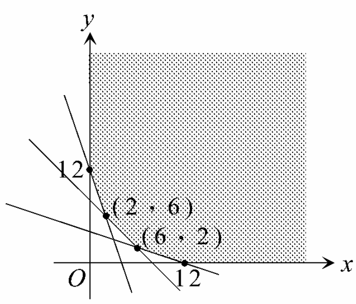
【解答】甲開工 2 日，乙開工 6 日

【詳解】

設甲廠每週開工 x 日，乙廠每週開工 y 日

$$\begin{cases} x \geq 0，y \geq 0 \\ 12x+4y \geq 48 \\ 4x+4y \geq 32 \\ 8x+24y \geq 96 \end{cases} \text{化簡得} \begin{cases} x \geq 0，y \geq 0 \\ 3x+y \geq 12 \\ x+y \geq 8 \\ x+3y \geq 12 \end{cases}$$

目標函數 $k=80000x+60000y$ 要最小



$(x，y)$	$(12，0)$	$(6，2)$	$(2，6)$	$(0，12)$
k	960000	600000	520000	720000

所以甲廠開工 2 日，乙廠開工 6 日，開支 520000 元最省

20.設直線 L：$y=mx-2$，$A(-2，1)$，$B(3，2)$，若直線 L 恆與 $\overline{AB}$ 相交，求實數 m 之範圍。

【解答】$m \leq -\dfrac{3}{2}$ 或 $m \geq \dfrac{4}{3}$

【詳解】

欲使 $\overline{AB}$ 與 L 相交，只要 A，B 兩點在 L 的反側或 L 上即可

A，B 兩點在 L 的反側或 L 上的充要條件爲 $f(A)f(B) \leq 0$（其中 $f(x，y)=mx-y-2$）

所以 $(-2m-1-2)(3m-2-2) \leq 0$，$(2m+3)(3m-4) \geq 0$，即 $m \leq -\dfrac{3}{2}$ 或 $m \geq \dfrac{4}{3}$