高雄市明誠中學　高三數學平時測驗　　日期：95.01.06					
範圍	Book4　CH3　機率、統計	班級	普三　　班	姓名	
		座號			

一、單選題(每題 10 分)

1. 自 $1\sim10^5$之自然數中，任取一數，取到數字之和爲 11 的自然數的機率爲

(A)0.01300　(B)0.01340　(C)0.01355　(D)0.01365

【解答】(B)

【詳解】

一數之數字和爲 11 有多少個，即求

$x+y+z+u+t=11$，$0\le x$，y，z，u，$t\le 9$ 之整數解有多少組

$\because$　有一未知數爲 11 之解有 5 種，有一未知數爲 10 之解有 $5\times C^4_1=20$ 種

$\therefore$　所求整數解共有 $H^5_{11}-5-20=1340$ 種　$\therefore$　所求機率爲 $\dfrac{1340}{10^5}=0.01340$

2. 擲 3 個硬幣，出現 3 正面可得 12 元，2 正面可得 8 元，一正面可得 4 元，爲了公平起見，出現三反面時，應賠多少元？(A)20 元　(B)24 元　(C)36 元　(D)40 元　(E)48 元

【解答】(D)

【詳解】

投 3 個硬幣，其樣本空間元素個數 $n(S)=2^3=8$，設出現三反面應賠 x 元，則

得款數	12	8	4	$-x$
機率 p	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

今欲公平，則必須期望值 $E=0$　$\Rightarrow$　$12\times\dfrac{1}{8}+8\times\dfrac{3}{8}+4\times\dfrac{3}{8}+(-x)\times\dfrac{1}{8}=0$

$\therefore$　$x=40$，即賠 40 元

3. (複選)測量一條繩子的長度 8 次，得到下面的長度資料（單位：公尺）

2.41，2.43，2.44，2.45，2.46，2.46，2.47，2.48

如果將上面的各數據都乘以 100，再減去 240，得到新的數據，試問下列各敘述哪些是正確的？(A)新數據的算術平均數爲 5　(B)新數據的標準差大於 2

(C)原數據的算術平均數爲 2.45　(D)原數據的標準差大於 0.2

(E)原數據的中位數爲 2.455

【解答】(A)(B)(C)(E)

【詳解】

新數據爲 1，3，4，5，6，6，7，8

新數據平均數 $=\dfrac{1}{8}(1+3+4+5+6+6+7+8)=5$

新數據標準差 $=\sqrt{\dfrac{1}{7}\sum\limits_{k=1}^{8}(x_k-5)^2}=\sqrt{\dfrac{36}{7}}\doteqdot 2.27$

原數據之平均數爲$(5+240)\div100=2.45$

原數據之標準差爲 $2.27\div100=0.0227$

原數據的中位數爲 2.455

二、填充題(每題 10 分)

1. 同時擲三粒公正的骰子，求

(1)三粒骰子的點數均相同時，可得 300 元；恰有兩粒點數相同時，可得 200 元，則其期望值爲＿＿＿＿＿元。

(2)出現最大點數的期望值爲＿＿＿＿＿。

【解答】(1) $\dfrac{275}{3}$　(2) $\dfrac{119}{24}$

【詳解】

(1) $E = 300 \cdot \dfrac{6}{6^3} + 200 \cdot \dfrac{C_2^3 P_2^6}{6^3} = \dfrac{1800 + 18000}{216} = \dfrac{275}{3}$

(2) $E = 1 \cdot \dfrac{1}{6^3} + 2 \cdot \dfrac{2^3 - 1^3}{6^3} + 3 \cdot \dfrac{3^3 - 2^3}{6^3} + 4 \cdot \dfrac{4^3 - 3^3}{6^3} + 5 \cdot \dfrac{5^3 - 4^3}{6^3} + 6 \cdot \dfrac{6^3 - 5^3}{6^3}$

$= \dfrac{1 + 14 + 57 + 148 + 305 + 546}{216} = \dfrac{119}{24}$

2. 將 5 個大小形狀相同，顏色不同的球，全投入 3 個不同的袋子中，則

(1)每個袋子中均有球的機率爲＿＿＿＿＿。　(2)空袋子個數的期望值爲＿＿＿＿＿個。

【解答】(1) $\dfrac{50}{81}$　(2) $\dfrac{32}{81}$

【詳解】

5 個不同顏色的球放入 3 個不同的袋子中，其放入法有 $3^5 = 243$ 種

(1)每個袋子均有球，依個數安排可分成兩類 $\begin{cases}(3, 1, 1)\\(2, 2, 1)\end{cases}$

故放法有 $C_3^5 \times C_1^2 \times C_1^1 \times \dfrac{3!}{2!} + C_2^5 \times C_2^3 \times C_1^1 \times \dfrac{3!}{2!} = 60 + 90 = 150$

$\therefore$　所求機率爲 $\dfrac{150}{243} = \dfrac{50}{81}$

(2)

空袋子個數	0	1	2
機　　　率	$\dfrac{150}{243}$	$\dfrac{90}{243}$	$\dfrac{3}{243}$

$\therefore$　空袋子個數的期望值$= 0 \times \dfrac{150}{243} + 1 \times \dfrac{90}{243} + 2 \times \dfrac{3}{243} = \dfrac{96}{243} = \dfrac{32}{81}$

3. A袋中有 100 元 5 張，10 元 3 張，1 元 4 張，B袋中有 10 元鈔票 10 張，

(1)自A袋中任取二張，其期望值爲＿＿＿＿＿。

(2)自A袋中取一張放入B袋，再自B袋取二張，求期望值爲＿＿＿＿＿。

【解答】(1) 89　(2) $\dfrac{289}{11}$

【詳解】

(1) $E = 2(100 \times \dfrac{5}{12} + 10 \times \dfrac{3}{12} + 1 \times \dfrac{4}{12}) = 89$

(2) $E = 2(\dfrac{89}{2} \times \dfrac{1}{11} + 10 \times \dfrac{10}{11}) = 2 \times \dfrac{289}{22} = \dfrac{289}{11}$

4. 甲、乙二人下棋爲賭，約定先贏 3 局者勝，敗者付給勝者 1000 元，已知甲、乙二人棋藝相等，現於甲勝 2 局、乙勝 1 局時，比賽因故中止且決定不再比賽，如按機率處理，乙應付給甲__________元才合理。

【解答】500 元

【詳解】

在甲勝 2 局，乙勝 1 局時，繼續比賽，則

甲勝的機率 $=\underset{(甲)}{\frac{1}{2}}+\underset{(乙，甲)}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=\frac{3}{4}$

乙勝的機率 $=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

∴ 甲得款額的期望值 $1000\times\frac{3}{4}+(-1000)\times\frac{1}{4}=500$

故乙應給甲 500 元才算合理

5. 根據統計資料得知，一個 50 歲的人，在一年內存活的機率爲 98.5%，今有一個 50 歲的人參加一年期保險額度爲五十萬元的人壽保險，須繳保費一萬元，則保險公司獲利的期望值爲__________。

【解答】2500（元）

【詳解】

保險公司獲利的期望值 $=98.5\%\times10000+1.5\%\times(10000-500000)=2500$（元）

6. 甲，乙，丙分別出 340 元，300 元，270 元，輪流投擲一公正的骰子，依甲，乙，丙，甲，乙，丙，… 之次序，誰先投出么點者爲勝，可獲得全部獎金，

(1)此遊戲對甲，乙，丙三人而言，哪一人最不利？__________。

(2)若遊戲改爲只有甲，乙二人，依甲，乙，乙，甲，甲，乙，乙，甲，…之次序，誰先投出么點者爲勝，可獲得全部獎金，遊戲之前，乙出 330 元，爲使遊戲公平，甲應出____元。

【解答】(1) 丙 (2) 341

【詳解】

(1)甲：乙：丙 $=\frac{1}{6}:(\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}):(\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6})=36:30:25$

∴ 甲勝機率 $=\frac{36}{91}$，乙勝機率 $=\frac{30}{91}$，丙勝機率 $=\frac{25}{91}$，又 $340+300+270=910$

故甲應出 $910\cdot\frac{36}{91}=360$ 元，乙應出 $910\cdot\frac{30}{91}=300$ 元，丙應出 $910\cdot\frac{25}{91}=250$ 元

∵ $270>250$ ∴ 對丙最不利

(2)甲：乙 $=[\frac{1}{6}+(\frac{5}{6})^3\frac{1}{6}]:[\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}+(\frac{5}{6})^2\frac{1}{6}]=341:330$

∴ 甲勝機率 $=\frac{341}{671}$；乙勝機率 $=\frac{330}{671}$

$E=330\cdot\frac{341}{671}-x\cdot\frac{330}{671}=0 \Rightarrow x=341$（元）

7. 甲、乙兩人下棋，兩人棋力相當，規定先勝 3 局者可得獎金 1000 元，但每次對局均須分出勝負，不許和局。今兩人進行到甲勝 2 局，乙勝 1 局時，比賽因故停止，依公平的

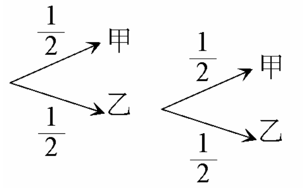
原則，來分此 1000 元獎金，則甲應得__________元。

【解答】750

【詳解】

若比賽不終止，繼續比到先勝 3 局才停，其情形有

（甲勝 2 局，乙勝 1 局）



$\therefore$　甲先勝 3 局的機率 $=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$，故甲應得 $1000\times\dfrac{3}{4}=750$ 元

8. 某人參加保齡球賽，每場比賽得勝機率為 $\dfrac{1}{3}$，失敗機率為 $\dfrac{2}{3}$。今參加五場比賽，規定勝一場可得獎金 1000 元，敗一場罰款 400 元，則

(1)此人至少贏得 3000 元的機率為__________。

(2)此人獲得獎金的期望值為__________。

【解答】(1) $\dfrac{11}{243}$　(2) $\dfrac{1000}{3}$ 元

【詳解】

(1)此人至少贏 3000 元，則五場比賽中須勝 4 場輸 1 場或勝 5 場

$\therefore$　至少贏 3000 元的機率 $=C^5_4(\dfrac{1}{3})^4(\dfrac{2}{3})+C^5_5(\dfrac{1}{3})^5=\dfrac{10+1}{243}=\dfrac{11}{243}$

(2)

比賽結果	5 勝	4 勝 1 負	3 勝 2 負	2 勝 3 負	1 勝 4 負	5 負
所得款額	5000	3600	2200	800	-600	-2000
機率	$(\frac{1}{3})^5$	$C^5_4(\frac{1}{3})^4(\frac{2}{3})$	$C^5_3(\frac{1}{3})^3(\frac{2}{3})^2$	$C^5_2(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^3$	$C^5_1(\frac{1}{3})(\frac{2}{3})^4$	$(\frac{2}{3})^5$

期望值

$=5000\,(\dfrac{1}{3})^5+3600\,C^5_4(\dfrac{1}{3})^4\,(\dfrac{2}{3})+2200\,C^5_3(\dfrac{1}{3})^3(\dfrac{2}{3})^2+\ 800\,C^5_2(\dfrac{1}{3})^2(\dfrac{2}{3})^3$

$-600\,C^5_1(\dfrac{1}{3})\,(\dfrac{2}{3})^4-2000\,(\dfrac{2}{5})^5=\dfrac{1000}{3}$（元）

9. 一袋中有 1，2，3，…，n 個球各一個，每一個球被取中機會均等，今自袋中任取二球，若兩球號碼差為 k 時，可得獎金 k 元，試求得獎金的期望值為__________。

【解答】 $\dfrac{n+1}{3}$ 元

【詳解】

取出兩球號碼差有 1，2，3，4，…，$n-1$ 種情形

當 $k=1$ 時，取出兩球為(1，2)，(2，3)，(3，4)，…，($n-1$，n)等 $n-1$ 種

　$k=2$ 時，取出兩球為(1，3)，(2，4)，(3，5)，…，($n-2$，n)等 $n-2$ 種

　$k=3$ 時，取出兩球為(1，4)，(2，5)，(3，6)，…，($n-3$，n)等 $n-3$ 種

$\vdots$

$k=n-1$ 時，取出兩球為(1，n)等 1 種

$\therefore$ 兩球差為 k 的機率 $=\dfrac{n-k}{C_2^n}=\dfrac{2(n-k)}{n(n-1)}$，$k=1$，2，3，⋯，$n-1$

故期望值 $=\sum_{k=1}^{n-1}k\times\dfrac{2(n-k)}{n(n-1)}=\dfrac{2}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n-1}(nk-k^2)=\dfrac{2}{n(n-1)}[n\times\dfrac{n(n-1)}{2}-\dfrac{(n-1)n(2n-1)}{6}]$

$=n-\dfrac{1}{3}(2n-1)=\dfrac{n+1}{3}$ 元

10.一袋中有 10 個樣品，其中有 2 個不良品。今自袋中任取一個樣品，取得良品則放回，直到取到不良品才停止，試求所取樣品次數的期望值為__________。

【解答】5 次

【詳解】

每次取出良品的機率 $=\dfrac{4}{5}$，不良品的機率 $=\dfrac{1}{5}$

$\therefore$ 期望值 $E=1\times\dfrac{1}{5}+2\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}+3\times(\dfrac{4}{5})^2\times(\dfrac{1}{5})+4\times(\dfrac{4}{5})^3\times(\dfrac{1}{5})+\cdots$

$\Rightarrow\ \dfrac{4}{5}E=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}+2\times(\dfrac{4}{5})^2\times(\dfrac{1}{5})+3\times(\dfrac{4}{5})^3\times(\dfrac{1}{5})+4\times(\dfrac{4}{5})^4\times(\dfrac{1}{5})+\cdots$

兩式相減得

$$\frac{1}{5}E=1\times\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+(\frac{4}{5})^2\times\frac{1}{5}+(\frac{4}{5})^3\times\frac{1}{5}+\cdots=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{4}{5}}=1\Rightarrow\quad E=5\text{ 次}$$

11.袋中有編號 1，2，3 的三個白球，編號 1，2，3，4 的四個紅球，編號 1，2，3，4，5 的五個黑球，今任意抽取兩球，求

(1)兩球不同色的機率為__________。 (2)兩球號碼和的期望值為__________。

【解答】(1) $\dfrac{47}{66}$ (2) $\dfrac{31}{6}$

【詳解】

$$\begin{cases}\text{白：}1,2,3\\ \text{紅：}1,2,3,4\\ \text{黑：}1,2,3,4,5\end{cases}$$

(1) 白紅 紅黑 黑白

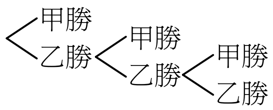
$$\frac{C_1^3C_1^4+C_1^4C_1^5+C_1^5C_1^3}{C_2^{12}}=\frac{12+20+15}{66}=\frac{47}{66}$$

(2) $[\dfrac{(1+2+3)+(1+2+3+4)+(1+2+3+4+5)}{12}]\times 2=\dfrac{31}{6}$

12.甲、乙二人網球比賽，約定先贏 3 局者勝，敗者應付給勝者 4000 元。若已知甲、乙二人實力相當，現於甲勝 2 局時因故不能繼續比賽，如按機率處理，乙應付給甲__________元。

【解答】3000

【詳解】



$P(\text{甲勝})=\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^3=\frac{7}{8}$，$P(\text{乙勝})=(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$

$E(\text{甲})=4000\times\frac{7}{8}+(-4000)\times\frac{1}{8}=3000$（元）

13.某人投籃命中率爲 0.4，若讓他連續投籃直到中了才停止，則其投籃次數的期望值___次。

【解答】$\frac{5}{2}$

【詳解】

因每次投籃命中率爲 0.4，不中的機率爲 0.6，而命中後即停止

故投籃次數的期望值$=0.4+2(0.6)(0.4)+3(0.6)^2(0.4)+\cdots=(0.4)\times\frac{1}{(1-0.6)^2}=\frac{5}{2}$（次）

14.將 3 個球任意投入 3 個不同的袋中，每次投一個球，連續投 3 次，則

(1)每個袋子均有球的機率爲__________。

(2)3 個球均投入同一袋中的機率爲__________。

【解答】(1)$\frac{2}{9}$　(2)$\frac{1}{9}$

【詳解】

令樣本空間爲 S，則 $n(S)=3^3=27$

(1)每個袋子均有球的事件 A，則 $n(A)$ =將 3 個不同球排在 3 個相異袋子的排列數$=3!=6$

$\therefore\ P(A)=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

(2)3 個球全放在同一袋中的排列數 $=3$　∴　機率 $=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

15.自一副撲克牌中，任取 10 張，若每張被取出的機會相等，求

(1)樣本空間S的元素個數$n(S)=$__________。

(2)若A表 10 張牌中至少有一黑桃的事件，則$n(A)=$__________。

【解答】(1)C^{52}_{10}　(2)$C^{52}_{10}-C^{39}_{10}$

【詳解】

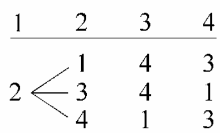
(1) $n(S)=52$ 張牌中，任取 10 張的取法 $=C^{52}_{10}$

(2)52 張中，任取 10 張無一黑桃的取法有 C^{39}_{10} 種，10 張中至少有一黑桃取法有 $C^{52}_{10}-C^{39}_{10}$ 種

即 $n(A)=n(S)-n(A')=C^{52}_{10}-C^{39}_{10}$

16.若將四位數 1234 的數字任意重新排列，則恰有兩個數字位置不變的機率爲__________，每個數字都改變位置的機率爲__________。

【解答】$\frac{1}{4}$；$\frac{3}{8}$



【詳解】

樣本空間 S：1，2，3，4，重新任意排列，其方法有 $4!=24$ 種

事件 A：恰兩個數字位置不變的排列有 $C^4_2=6$

事件 B：每個數字位置都改變的排列如下，若 1 的位置改爲 2，則

因此，共有 $3\times3=9$ 種排列每個數字都改變

$P(A)=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

17.袋中有 3 個紅球，2 個白球，1 個黑球，每球被取的機會相同，

(1)若一次取兩球，則兩球同色的機率爲__________。

(2)若一次取三球，則三球均不同色的機率爲__________。

【解答】(1) $\frac{4}{15}$ (2) $\frac{3}{10}$

【詳解】

(1)設一次取兩球的樣本空間 S，$|S|=C^6_2=15$，取到兩球同色的事件 A

$|A|=C^3_2+C^2_2=4$，所以 $P(A)=\frac{4}{15}$

(2)一次取三球，三球均不同色的機率=$\frac{C^3_1C^2_1C^1_1}{C^6_3}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

18.投擲一不均勻骰子一次，其出現點數與其發生的機率成正比，則出現質數點的機率爲__。

【解答】$\frac{10}{21}$

【詳解】

令出現 1 點的機率爲 k，則出現 2，3，4，5，6 點的機率分別爲 $2k$，$3k$，$4k$，$5k$，$6k$

$\because\ P(S)=1 \Rightarrow k+2k+3k+4k+5k+6k=1 \Rightarrow k=\frac{1}{21}$

故出現質數點的機率爲 $\frac{2}{21}+\frac{3}{21}+\frac{5}{21}=\frac{10}{21}$

19.一盒子中有 5 個球，球上分別編號爲 1，2，3，4，5，且每球被取的機率相同，

(1)若一次取兩球，則兩球中編號較大者的期望值爲__________。

(2)若一次取兩球，則兩球編號差之平方的期望值爲__________。

【解答】(1) 4 (2) 5

【詳解】

(1)設取到的數中，較大的數爲 X，則 X 的機率分布如下

X	1	2	3	4	5
機率	$\frac{0}{C^5_2}$	$\frac{1}{C^5_2}$	$\frac{2}{C^5_2}$	$\frac{3}{C^5_2}$	$\frac{4}{C^5_2}$

取到較大編號數的數值期望值 $E(X)=2\times\frac{1}{10}+3\times\frac{2}{10}+4\times\frac{3}{10}+5\times\frac{4}{10}=4$

(2)設取到的兩數編號差的平方爲 X，則機率分布如下

X	1	4	9	16
機率	$\frac{4}{C^5_2}$	$\frac{3}{C^5_2}$	$\frac{2}{C^5_2}$	$\frac{1}{C^5_2}$

期望值 $E(X)=1\times\frac{4}{10}+4\times\frac{3}{10}+9\times\frac{2}{10}+16\times\frac{1}{10}=5$

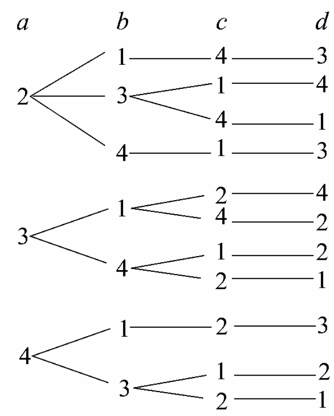
20.設 a，b，c，d 爲 1，2，3，4 四個數的任意排列，則 $(a-1)(b-2)(c-3)\neq 0$ 的機率爲_，$(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)=0$ 的機率爲__________。

【解答】$\dfrac{11}{24}$；$\dfrac{5}{8}$

【詳解】

a，b，c，d 是 1，2，3，4 的任意排列

(1)欲使 $(a-1)(b-2)(c-3)\neq 0$，則 $a\neq 1$，$b\neq 2$，$c\neq 3$，滿足這條件的排列如下



共有 11 種排列

所以 $(a-1)(b-2)(c-3)\neq 0$ 的機率 $=\dfrac{11}{4\,!}=\dfrac{11}{24}$

(2)欲使 $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)=0$，則 $a=1$ 或 $b=2$ 或 $c=3$ 或 $d=4$

設 $a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$ 的排列分別形成 A，B，C，D 集合

則 $|A|=|B|=|C|=|D|=3\,!$

$|A\cap B|=|B\cap C|=|C\cap D|=|D\cap A|=|A\cap C|=|B\cap D|=2\,!$

$|A\cap B\cap C|=|A\cap B\cap D|=|A\cap C\cap D|=|B\cap C\cap D|=1$

$|A\cap B\cap C\cap D|=1$

所以 $|A\cup B\cup C\cup D|=4\times 3\,!-6\times 2\,!+4\times 1\,!-1=15$

所以 $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)=0$ 的機率 $=\dfrac{15}{24}=\dfrac{5}{8}$

21.有大小不同尺寸之鞋 6 雙，任取 4 隻，則此 4 隻中恰有 2 隻成一雙之機率為__________。

【解答】$\dfrac{16}{33}$

【詳解】$P=\dfrac{C_1^6C_2^5 2^2}{C_4^{12}}=\dfrac{16}{33}$

22.六對夫婦參加一家庭舞會，若舞伴是以抽籤的方式來決定的，則至少有一對夫妻共舞的機率為__________。

【解答】$\dfrac{91}{144}$

【詳解】$P=1-\dfrac{1}{2\,!}+\dfrac{1}{3\,!}-\dfrac{1}{4\,!}+\dfrac{1}{5\,!}-\dfrac{1}{6\,!}=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{24}+\dfrac{1}{120}-\dfrac{1}{720}=\dfrac{91}{144}$

23.有六雙大小分別不同的鞋子（共 12 隻），假設每隻鞋被選出的機會均等，今從其中任意挑選出四隻，試求此四隻恰為匹配的兩雙的機率為__________。

【解答】$\dfrac{1}{33}$

【詳解】全部挑法有 C_4^{12} 種，挑出恰為匹配的兩雙有 $C_1^6\times 1\times C_1^5\times 1$ 種

∴　機率為 $\dfrac{C_1^6\times 1\times C_1^5\times 1}{C_4^{12}}=\dfrac{1}{33}$

24.袋中有 5 紅球，3 白球；今任取 3 球，每球被取到的機會相等，則 3 球中至少 2 紅球之機率為__________。

【解答】$\dfrac{5}{7}$

【詳解】3 球中，至少 2 紅球　⇒　2 紅 1 白及 3 紅球，所求機率 $=\dfrac{C_2^5C_1^3+C_3^5}{C_3^8}=\dfrac{30+10}{56}=\dfrac{5}{7}$

25.高二某班有 50 位學生，依照座號列出其身高如下表：

座號	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
身高	158	166	175	158	168	166	189	169	163	167
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
身高	181	178	175	160	183	183	155	165	167	169
座號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
身高	171	165	175	159	167	165	164	173	177	179
座號	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
身高	165	185	166	162	163	168	167	169	181	173
座號	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
身高	169	169	180	165	176	170	170	190	171	188

(1)用所附隨機號碼表第 30 行、第 31 行選出 10 位同學，則身高平均值為________公分。

(2)用系統抽樣，取出座號為 $5k+1$，$k\in Z$的 10 位同學，則身高平均值為________公分。

(3)用系統抽樣，將座號依序分成 5 個區間，每個區間選第 3 位同學，則身高平均值為______公分。

(4)將全班同學以 170 公分為界分成二層，第一層為身高小於 170 公分者，第二層為身高 170 公分或 170 公分以上者，再從隨機號碼表中第 18、19 行依序在第一層取 6 位，第二層取 4 位，依下列公式計算出其平均身高：

① $\overline{y_1}=$ __________。　② $\overline{y_2}=$ __________。　③ $\overline{y}=$ __________。

隨機號碼表

1306	1189	5731	3968	5606	5084	8947	3897	1636	7810
0422	2431	0649	8085	5053	4722	6598	5044	9040	5121
6597	2022	6168	5060	8656	6733	6364	7649	1871	4328
7965	6541	5645	6243	7658	6903	9911	5740	7824	8520
7695	6937	0406	8894	0441	8135	9797	7285	5905	9539
5160	7851	8464	6789	3938	4197	6511	0407	9239	2232
2961	0551	0539	8288	7478	7565	5581	5771	5442	8761
1428	4183	4312	5445	4854	9157	9158	5218	1464	3634
3666	5642	4539	1561	7849	7520	2547	0756	1206	2033
6543	6799	7454	9052	6689	1946	2574	9386	0304	7945
9975	6080	7423	3175	9377	6951	6519	8287	8994	5532
4866	0956	7545	7723	8085	4948	2228	9583	4415	7065
8239	7068	6694	5168	3117	1586	0237	6160	9585	1133
8722	9191	3386	3443	0434	4586	4150	1224	6204	0937
1330	9120	8785	8382	2929	7089	3109	6742	2468	7025
2296	2952	4764	9070	6356	9192	4012	0618	2219	1109
3582	7052	3132	4519	9250	2486	0830	8472	2160	7046
5872	9207	7222	6494	8973	3545	6967	8490	5264	9821
1134	6342	6201	3792	5651	0538	4676	2064	0584	7996
1403	4497	7390	8503	8239	4236	8022	2914	4368	4529

【解答】(1) 169.9　(2) 169.6　(3) 174.2　(4) ①166.5　②176.5　③170.9

【詳解】

(1)利用所附隨機號碼表的第 30、31 行，選取 10 位的身高資料如下：

座號	04	28	40	21	38	16	22	47	49	06
身高	158	173	173	171	169	183	165	170	171	166

平均值 $=\dfrac{158+173+173+171+169+183+165+170+171+166}{10}=169.9$

(2)座號爲 $5k+1$，$k\in Z$ 等 10 位身高資料如下：

座號	01	06	11	16	21	26	31	36	41	46
身高	158	166	181	183	171	165	165	168	169	170

平均值 $=\dfrac{158+166+181+183+171+165+165+168+169+170}{10}=169.6$

(3)將 50 人依座號分成 5 個區間，每個區間 10 人中的第 3 位，其座號與身高資料如下

座號	03	13	23	33	43
身高	175	175	175	166	180

平均值 $=\dfrac{175+175+175+166+180}{5}=174.2$

(4)第一層：身高 170 公分以下者有 28 位其座號爲 01，02，04，05，06，08，09，10，14，17，18，19，20，22，24，25，26，27，31，33，34，35，36，37，38，41，42，44

第二層：身高大於或等於 170 公分者有 22 位其座號爲 03，07，11，12，13，15，16，21，23，28，29，30，32，39，40，43，45，46，47，48，49，50

依隨機號碼表第 18、19 行在第一層選 6 位，第二層選 4 位，其座號身高資料如下

第一層：

座號	05	44	37	08	35	25
身高	168	165	167	169	163	167

第二層：

座號	47	11	43	23
身高	170	181	180	175

故 $\overline{y_1}=\dfrac{168+165+167+169+163+167}{6}=166.5$，$\overline{y_2}=\dfrac{170+181+180+175}{4}=176.5$

$\overline{y}=\dfrac{166.5\times 28+176.5\times 22}{50}=\dfrac{4662+3883}{50}=170.9$

26.自一副撲克（A poker hand）牌 52 張中任取 5 張，

(1)求 5 張牌成爲「富而好施」（Full house），即點數如(x，x，y，y，y)的形式，但x，y是不同點數的機率爲__________。

(2)求 5 張牌成爲「兩對」（Two pairs），即點數如(x，x，y，y，z)的形式，但x，y，z是不同點數的機率爲__________。

【解答】(1)$\dfrac{6}{4165}$　(2)$\dfrac{198}{4165}$

【詳解】

(1) $P=\dfrac{P_2^{13}C_2^4C_3^4}{C_5^{52}}=\dfrac{13\times 12\times 6\times 4}{\dfrac{52\times 51\times 50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\dfrac{6}{4165}$

(2) $P=\dfrac{C_2^{13}C_1^{11}C_2^4C_2^4C_1^4}{C_5^{52}}=\dfrac{13\times 6\times 11\times 6\times 6\times 4}{\dfrac{52\times 51\times 50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\dfrac{198}{4165}$

27.有 10 位同學數學成績平均爲 60 分，標準差 4 分。已知 10 人中 8 人的成績爲 54，56，57，58，60，61，64，65，則另外兩人的成績爲__________。

【解答】59，66

【詳解】

設另外兩人成績爲a，b，令$y=x-60$，則

x：54，56，57，58，60，61，64，65，a，b

y：-6，-4，-3，-2，0，1，4，5，p，q

（$p=a-60$，$q=b-60$）

$\therefore\quad \overline{y}=\overline{x}-60=0 \quad\Rightarrow\quad \dfrac{1}{10}(-6-4-3-2+0+1+4+5+p+q)=0$

$\Rightarrow\quad p+q=5\cdots\cdots$① $\quad\because\quad S_Y=S_X=4$

$\therefore\quad \dfrac{1}{9}[(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+4^2+5^2+p^2+q^2]=16$

$\Rightarrow\quad p^2+q^2=37\cdots\cdots$②

解①，②得$\begin{cases}p=-1\\q=6\end{cases}$或$\begin{cases}p=6\\q=-1\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}a=59\\b=66\end{cases}$或$\begin{cases}a=66\\b=59\end{cases}$

故另兩人的成績爲 59 分及 66 分

28.某次數學考試，甲班 50 位同學之平均成績爲 71 分，標準差爲 7 分，乙班 40 位同學之平均成績爲 80 分，標準差爲 8 分，

(1)甲，乙兩班 90 位同學此次數學考試之平均成績$\overline{x}$爲__________。

(2)甲，乙兩班 90 位同學此次數學考試之標準差σ爲__________。（寫成$a\sqrt{b}$，a，$b\in Q$

形式）

【解答】(1) 75　(2) $\dfrac{\sqrt{681}}{3}$

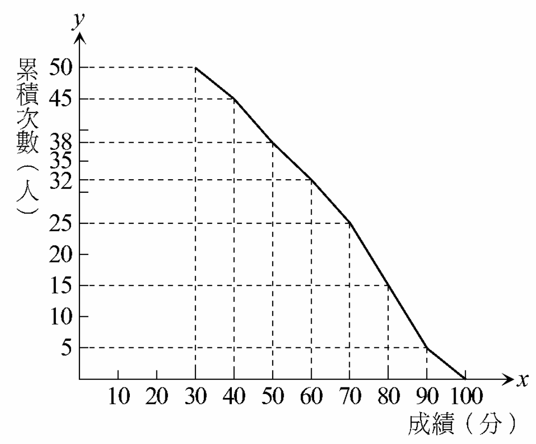
【詳解】

(1) $\bar{x}=\dfrac{71\times 50+80\times 40}{90}=75$

(2) $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{50}\sum_{i=1}^{50}x_i^{\,2}-71^2}=7\\ \sqrt{\dfrac{1}{40}\sum_{i=51}^{90}x_i^{\,2}-80^2}=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sum_{i=1}^{50}x_i^{\,2}=254500\\ \sum_{i=51}^{90}x_i^{\,2}=258560\end{cases}\Rightarrow\sum_{i=1}^{90}x_i^{\,2}=513060$

$\therefore\quad \sigma=\sqrt{\dfrac{513060}{90}-75^2}=\sqrt{\dfrac{227}{3}}=\dfrac{\sqrt{681}}{3}$

29.某班某月英文成績之累積次數分布曲線如下：（採相同組距 10 且不含上限），求



(1)全距__________分。　(2) 70～80 分有__________人。

(3)不及格（60 以下）有__________人。　(4)中位數__________分。

(5)算術平均數__________分。　(6)四分位差__________分。　(7)標準差__________。

【解答】(1) 70　(2) 10　(3) 18　(4) 70　(5) 67　(6) 31.67　(7) 18.74

【詳解】

組別	以上累積次數	次數 f_i
30～40	50	5
40～50	45	7
50～60	38	6
60～70	32	7
70～80	25	10
80～90	15	10
90～100	5	5

(1)全距 $=100-30=70$

(2) 70 分以上 25 人，80 分以上 15 人　$\therefore$　70～80 分有 $25-15=10$ 人

(3) 60 分以上有 32 人，故不及格者有 $50-32=18$ 人，即表中 $5+7+6=18$ 人

(4)$\because$　f_i中，由下而上累加得 $5+10+10=25$

剛好爲 $\dfrac{50}{2}$，表 70 分以上有 25 人，故 $Me=70$

(5)

（$A=75$）

組別	組中點 x_i	次數 f_i	C_i	$d_i=\frac{x_i-A}{h}$	f_id_i	d_i^2	$f_id_i^2$
30～40	35	5	5	−4	−20	16	80
40～50	45	7	12	−3	−21	9	63
50～60	55	6	18	−2	−12	4	24
60～70	65	7	25	−1	−7	1	7
70～80	75	10	35	0	0	0	0
80～90	85	10	45	1	10	1	10
90～100	95	5	50	2	10	4	20
總計		50			−40		204

令$A=75$，$h=10$　∴　$\bar{x}=75+\frac{h}{n}\sum_{i=1}^{7}f_id_i=75+\frac{10}{50}\times(-40)=67$

(6)①∵　由次數f那一欄由上往下累加，$5+7+6=18>\frac{50}{4}$

第一四分位數Q_1落在 50～60 之間，$\frac{Q_1-50}{60-50}=\frac{\frac{50}{4}-12}{18-12}$　⇒　$Q_1=50+\frac{5}{6}=50.83$

②∵　$5+7+6+7+10+10=45>3\times\frac{50}{4}=37.5$

∴　第三四分位數Q_3落在 80～90 之間，$Q_3=80+10\times\frac{\frac{150}{4}-35}{45-35}=80+\frac{10}{4}=82.5$

故四分位差$Q.D.=Q_3-Q_1=31.67$

(7) $S^2=\frac{1}{49}[\sum_{k=1}^{50}{x_k}^2-\frac{1}{50}(\sum_{k=1}^{50}x_k)^2]\times10^2=\frac{1}{49}[204-\frac{1}{50}(40)^2]\times10^2=351.02$

∴　$S=18.74$

30.某校 204 班有學生 47 人，某次數學測驗成績經計算算數平均數與標準差後，發現成績有誤，甲多算了 20 分，乙少算了 20 分，經重新計算算數平均數與標準差後，則以下哪些人的說法正確？__________。

甲說：標準差必不變。　乙說：算數平均數必不變。　丙說：全距必不變。

丁說：中位數必不變。　戊說：變異數必不變。

【解答】乙

【詳解】

(1)甲多算 20 分，乙少算 20 分，全班新總分數與原來總分數不變

⇒　算術平均數不變　∴　乙對

(2)假設甲是全班分數最低，乙是全班分數最高

⇒　全距變大，變異數、標準差也變大　∴　甲、丙、戊不對

(3)假設甲是全班分數排行第 24 位，即中位數的位置又與前後的分數不同

⇒　中位數變了　∴　丁不對

31.設變數X的數值資料爲 7，13，9，6，12，18，16，15 等 8 個，則

(1)算術平均數$\bar{x}=$__________。　(2)中位數$Me=$__________。

(3)四分位差$Q.D.=$__________。　(4)標準差$S=$__________。

【解答】(1) 12　(2) 12.5　(3) 7.5　(4) 4.34

【詳解】

爲了計算方便可先作平移變量，$Y = X - 12$（平移值$A = 12$）

X：6，7，9，12，13，15，16，18，Y：－6，－5，－3，0，1，3，4，6

(1) $\overline{y} = \dfrac{1}{8}(-6-5-3+0+1+3+4+6) = 0 \Rightarrow \overline{x} = \overline{y} + 12 = 0 + 12 = 12$

(2) $Me = \dfrac{12+13}{2} = \dfrac{25}{2} = 12.5$（$x$值最中間兩個數的平均值）

(3) X：6　7　9　12　13　15　16　18

$$\begin{array}{cccccccc} 6 & 7 & 9 & 12 & 13 & 15 & 16 & 18 \\ & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & Q_1 & & Me & & Q_3 & & \end{array}$$

$\because\ Q_1 = \dfrac{7+9}{2} = 8$，$Q_3 = \dfrac{15+16}{2} = 15.5 \quad \therefore\ Q.D. = Q_3 - Q_1 = 15.5 - 8 = 7.5$

(4) $\because\ S_Y = \sqrt{\dfrac{1}{8-1}[(-6)^2+(-5)^2+(-3)^2+0^2+1^2+3^2+4^2+6^2] - \dfrac{8}{8-1}(\overline{y})^2}$

$= \sqrt{\dfrac{1}{7}(36+25+9+0+1+9+16+36)} = \sqrt{\dfrac{132}{7}} \doteqdot 4.34$

$\therefore\ S_X = S_Y = 4.34$

32.有 40 位學生體重次數分布表如下：（單位：公斤）

體重	45～50	50～55	55～60	60～65	65～70	70～75	75～80	80～85
人數	1	7	17	4	3	6	1	1

則(1)第一個四分位數$Q_1 =$ ＿＿＿＿＿＿。　(2)第三個四分位數$Q_3 =$ ＿＿＿＿＿＿。

(3)四分位差$Q.D. =$ ＿＿＿＿＿＿。　(4)算術平均數$M =$ ＿＿＿＿＿＿。

(5)標準差$S =$ ＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) 55.59　(2) 66.67　(3) 11.08　(4) 61　(5) 8.1

【詳解】

先製作次數分布表如下：平移值$A = 62.5$，組距$h = 5$

	體重	組中點 x_i	次數 f_i	以下累積次數 C_i	$x_i - A$	$\dfrac{x_i - A}{h} = d_i$	$f_i d_i$	d_i^2	$f_i d_i^2$
	45～50	47.5	1	1	－15	－3	－3	9	9
	50～55	52.5	7	8	－10	－2	－14	4	28
$Q_1 \rightarrow$	55～60	57.5	17	25	－5	－1	－17	1	17
	60～65	62.5	4	29	0	0	0	0	0
$Q_3 \rightarrow$	65～70	67.5	3	32	5	1	3	1	3
	70～75	72.5	6	38	10	2	12	4	24
	75～80	77.5	1	39	15	3	3	9	9
	80～85	82.5	1	40	20	4	4	16	16
	總計		40				－12		106

(1) Q_1爲第 $\dfrac{40}{4} = 10$ 個數值位在 55～60 內

$\therefore\ \dfrac{Q_1 - 55}{60-55} = \dfrac{10-8}{25-8} \Rightarrow Q_1 = 55 + 5 \times \dfrac{2}{17} = 55.59$

(2) Q_3為第 $\frac{3\times 40}{4}=30$ 個數值位在 65～70 內

$\therefore \quad \frac{Q_3-65}{70-65}=\frac{30-29}{32-29} \quad \Rightarrow \quad Q_3=65+5\times\frac{1}{3}=66.67$

(3) $Q.D.=Q_3-Q_1=66.67-55.59 \fallingdotseq 11.08$

(4)算術平均數$M=A+\frac{h}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i d_i=62.5+\frac{5}{40}\times(-12)=62.5+\frac{-3}{2}=62.5-1.5=61$

(5) $S=h\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} f_i {d_i}^2-\frac{1}{n(n-1)}(\sum_{i=1}^{k} f_i d_i)^2}=5\sqrt{\frac{1}{39}\times 106-\frac{1}{40\times 39}\times(-12)^2}$

$=5\sqrt{2.718-0.092}=5\sqrt{2.626} \fallingdotseq 5\times 1.62=8.1$

33.有 5 個數值資料x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，其平方和為 151，兩兩之積和為 237，則此 5 個資料的算術平均數為__________，變異數為__________。

【解答】5；6.5

【詳解】

$\because \begin{cases} {x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+{x_4}^2+{x_5}^2=151 \\ x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_1x_5+x_2x_3+x_2x_4+x_2x_5+\ldots+x_4x_5=237 \end{cases}$

以$\sum_{i=1}^{5} {x_i}^2=151$，$\sum_{1\le i<j=2}^{5} x_i x_j=237$ 表之

則$(\sum_{i=1}^{5} x_i)^2=\sum_{i=1}^{5} {x_i}^2+2\sum_{1\le i<j=2}^{5} x_i x_j=151+2\times 237=625$

$\Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{5} x_i=25 \quad \therefore \quad \bar{x}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i=5$

$S^2=\frac{1}{5-1}\sum_{i=1}^{5} {x_i}^2-\frac{5}{5-1}(\bar{x})^2=\frac{1}{4}\times 151-\frac{5}{4}\times 25=\frac{151-125}{4}=\frac{26}{4}=6.5$

34.某校九位學生數學抽考分數分別為 30，40，60，50，70，80，60，90，60，則此九個分數的平均值為__________，中位數為__________。若使用簡單隨機抽樣法，從這九個分數中取出三個，則所取出三個分數的中位數等於 60 分的取法有__________種。

【解答】60；60；46

【詳解】

(1)算術平均數 $=\frac{30+40+50+60\times 3+70+80+90}{9}=60$

(2)將九個分數由小而大依次排列得 30，40，50，60，60，60，70，80，90

第 5 個分數為中位數 $\Rightarrow$ 中位數 $=60$

(3)依隨機抽樣取出三個，最中間一個為 60，取法分成三類

①一個 60，另二個必有一個大於 60，一個小於 60 $\therefore$ 取法有 $C_1^3\times C_1^3\times C_1^3=27$

②二個 60，另一個任選 $\therefore$ 取法有 $C_2^3\times C_1^6=18$

③三個均為 60 $\therefore$ 取法有 $C_3^3=1$

故所有取法有 $27+18+1=46$ 種