高雄市明誠中學 高三數學平時測驗　　日期：94.11.24					
範圍	Book4　CH1 圓錐曲線	班級	普三　　班	姓名	
		座號			

一、單選題(每題 10 分)

1. 以$F(0，1)$為焦點，以$L：y=-1$為準線的拋物線的方程式為何？
(A) $y^2=4x$　(B) $y^2=-4x$　(C) $x^2=4y$　(D) $x^2=-4y$　(E) $y=x^2$

【解答】(C)

【詳解】

焦點$F(0，1)$，準線$L：y=-1$　$\Rightarrow$　對稱軸方程式為$x=0$

$4\,|\,c\,|=4\times 1=4$，頂點$(0，0)$，由標準式得拋物線方程式為$x^2=4y$

2. 已知雙曲線$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$上一點$P$到其中一焦點$F$的距離為 4，那麼$P$到另一焦點$F'$的距離是多少？(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 10　(E) 12

【解答】(D)

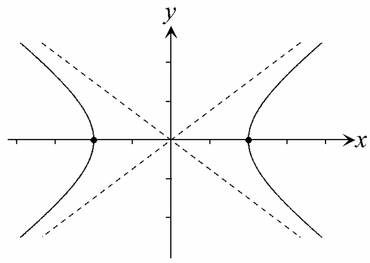
【詳解】

雙曲線$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$　$\Rightarrow$　$a^2=9$　$\Rightarrow$　$a=3$，由雙曲線定義 $|\overline{PF}-\overline{PF'}|=2a$

$\Rightarrow$　$|4-\overline{PF'}|=2\times 3=6$　$\Rightarrow$　$4-\overline{PF'}=\pm 6$

$\Rightarrow$　$\overline{PF'}=10$ 或 -2（不合）　$\therefore$　$\overline{PF'}=10$

3. (複選)關於雙曲線$\Gamma：9x^2-16y^2=144$之敘述，下列何者正確？
(A)兩頂點為$(4，0)$，$(-4，0)$　(B)兩焦點為$(0，5)$，$(0，-5)$　(C)共軛軸長為 3
(D)若P為Γ上任一點，則P到其兩漸近線之距離乘積為$\dfrac{144}{25}$
(E)過點$(\dfrac{4\sqrt{13}}{3}，2)$且與$\Gamma$相切之直線只有一條



【解答】(A)(D)(E)

【詳解】

$\Gamma：\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$，中心$(h，k)=(0，0)$

$a^2=16$，$b^2=9$，$c^2=a^2+b^2=25$　$\Rightarrow$　$a=4$，$b=3$，$c=5$

(A)對。兩頂點$(h\pm a，k)=(0\pm 4，0)=(\pm 4，0)$

(B)錯。兩焦點$(h\pm c，k)=(0\pm 5，0)=(\pm 5，0)$

(C)錯。共軛軸長 $2b=6$

(D)對。$\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}=\dfrac{16\times 9}{16+9}=\dfrac{144}{25}$

(E)對。$(\dfrac{4\sqrt{13}}{3}，2)\in\Gamma$，所以過點$(\dfrac{4\sqrt{13}}{3}，2)$且與$\Gamma$相切之直線只有一條

4. 下列關於方程式$ax^2+y^2+4x-2ay=0$之圖形S的敘述何者為真？
(A) S代表圓　$\Rightarrow$　$a=1$　(B) S代表橢圓　$\Rightarrow$　$a>1$　(C) S代表雙曲線　$\Rightarrow$　$a<0$
(D) S代表拋物線　$\Rightarrow$　$a=0$　(E) S代表等軸雙曲線　$\Rightarrow$　$a=-1$

【解答】(A)(C)(D)(E)

【詳解】

$ax^2+y^2+4x-2ay=0 \quad\Rightarrow\quad a(x+\dfrac{2}{a})^2+(y-a)^2=\dfrac{4}{a}+a^2$

(A) $a=1 \quad\Rightarrow\quad (x+2)^2+(y-1)^2=5$，$S$表一圓

(B) $a>0$ 且$a\neq 1 \quad\Rightarrow\quad S$表一橢圓

(C) $a<0 \quad\Rightarrow\quad S$表一雙曲線

(D) $a=0 \quad\Rightarrow\quad y^2=-4x$，$S$表一拋物線

(E) $a=-1 \quad\Rightarrow\quad -(x-2)^2+(y+1)^2=-3$，$S$表一等軸雙曲線

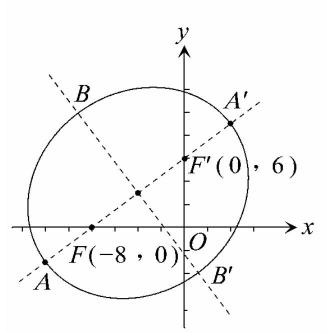
故應選(A)(C)(D)(E)

5. 有關方程式$\sqrt{(x+8)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-6)^2}=20$之圖形，下列敘述何者爲真？

(A)圖形是中心在$(-4，3)$之橢圓　(B)短軸所在之直線斜率爲$\dfrac{3}{4}$　(C)圖形不與坐標軸成對稱　(D)短軸之長爲$5\sqrt{3}$　(E)原點在圖形的內部

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】



方程式$\sqrt{(x+8)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-6)^2}=20$之圖形爲一橢圓

焦點爲$F(-8，0)$，$F'(0，6)$，長軸長$2a=20\Rightarrow a=10$，

中心爲$\overline{FF'}$之中點$(-4，3)$

$2c=\overline{FF'}=\sqrt{64+36}=10\Rightarrow c=5$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{100-25}=5\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ 短軸長 $2b=10\sqrt{3}$，長軸在直線FF'：$3x-4y+24=0$上

短軸所在之直線斜率爲$-\dfrac{4}{3}$，且圖形不與坐標軸成對稱，又原點$(0，0)$代入方程式中

$\sqrt{(0+8)^2+0^2}+\sqrt{0^2+(0-6)^2}=14<20 \quad\therefore$ 原點在圖形的內部

應選(A)(C)(E)

二、填充題(每題 10 分)

1. 求拋物線$\dfrac{(3x-4y+2)^2}{25}=(x-1)^2+(y-2)^2$的對稱軸方程式__________。

【解答】$4x+3y-10=0$

【詳解】

$\dfrac{(3x-4y+2)^2}{25}=(x-1)^2+(y-2)^2 \quad\Rightarrow\quad \dfrac{|3x-4y+2|}{5}=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$

則拋物線的焦點爲$(1，2)$，準線爲$3x-4y+2=0$

對稱軸爲過焦點$(1，2)$且垂直$3x-4y+2=0$之直線，對稱軸方程式爲$4x+3y-10=0$

2. 設有一拋物線Γ：$y^2=8x$，若與Γ共軸、共焦點，通過點$(1，2\sqrt{6})$的拋物線爲$y^2=ax+b$，$a>0$，則$(a，b)=$__________。

【解答】$(12，12)$

【詳解】

與$y^2=8x$共軸、共焦點之拋物線$\Rightarrow$頂點$(0,0)$，焦點$(2,0)$

設頂點爲$(t,0)$, $c=2-t$，則其方程式爲$y^2=4(2-t)(x-t)$，$t\in R$

$\because$ 過$(1，2\sqrt{6}) \quad\Rightarrow\quad 24=4(2-t)(1-t) \quad\Rightarrow\quad t^2-3t-4=0 \quad\Rightarrow\quad t=4，-1$

$t = 4 \quad \Rightarrow \quad y^2 = -8(x-4) = -8x + 32$，$a < 0$ 不合

$t = -1 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 12(x+1) = 12x + 12 \quad \therefore \quad a = 12$，$b = 12$

3. 一拋物線的頂點在y軸上，軸爲$y = 2$，而焦點在$x + 2y = 7$ 上，則此拋物線的方程式爲___。

【解答】$(y-2)^2 = 12x$

【詳解】

拋物線的軸$y = 2$，頂點在y軸上 $\Rightarrow$ 頂點$(0，2)$，設拋物線方程式$(y-2)^2 = kx$

則焦點爲$(\frac{k}{4}，2)$，又焦點在$x + 2y = 7$ 上 $\Rightarrow$ $k = 12$，故$(y-2)^2 = 12x$爲所求

4. 雙曲線 $4x^2 - y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$ 之

(1)頂點坐標爲__________。 (2)漸近線方程式爲__________。

(3)雙曲線上任一點到二漸近線之距離之積 = __________。

【解答】(1) $(1，-4)$，$(1，0)$ (2) $2x - y - 4 = 0$，$2x + y = 0$ (3) $\frac{4}{5}$

【詳解】

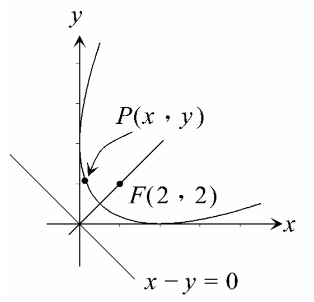
$4x^2 - y^2 - 8x - 4y + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4(x-1)^2 - (y+2)^2 = -4 \quad \Rightarrow \quad -\frac{(x-1)^2}{1} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$

$\therefore$ 中心$(1，-2)$，$a = 2$，$b = 1$ $\Rightarrow$ $c^2 = 1 + 4 = 5$，頂點$(1，-4)$，$(1，0)$

漸近線 $2x - 2 = \pm(y+2)$ $\Rightarrow$ $2x - y - 4 = 0$ 或 $2x + y = 0$

任一點到二漸近線之距離之積 $= \frac{a^2b^2}{a^2+b^2} = \frac{4}{5}$

5. 以點$F(2，2)$爲焦點，以直線$x + y = 0$ 爲準線的拋物線方程式爲__________。



【解答】$x^2 - 2xy + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

【詳解】

以$F(2，2)$爲焦點，L：$x + y = 0$ 爲準線的拋物線

設$P(x，y)$在拋物線上，則$\overline{PF} = d(P，L)$，即$\sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} = \frac{|x+y|}{\sqrt{2}}$

亦即 $2(x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4) = x^2 + 2xy + y^2$，所以可得$x^2 - 2xy + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$

6. 設拋物線$y = mx^2 + 3(m-4)x - 9$ 交x軸於相異二點P，Q。當$\overline{PQ}$長最小時，m的值爲____，又$\overline{PQ}$之最小值爲__________。

【解答】$m = 8$，最小值$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

【詳解】$y = mx^2 + 3(m-4)x - 9$ 的圖形與x軸交於相異兩點P，Q

$\Leftrightarrow \quad D = 9(m-4)^2 - 4m(-9) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad m^2 - 4m + 16 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad (m-2)^2 + 12 > 0$ 恆成立

設$P(\alpha，0)$，$Q(\beta，0)$，則$mx^2 + 3(m-4)x - 9 = 0$ 的二根α，β

$\Rightarrow \quad \alpha + \beta = -\frac{3(m-4)}{m}$，$\alpha\beta = \frac{-9}{m}$

$\therefore \quad \overline{PQ}^2 = |\alpha - \beta|^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = \frac{9(m-4)^2}{m^2} + \frac{36}{m} = 9(\frac{16}{m^2} - \frac{4}{m} + 1) = 9[(\frac{4}{m} - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}]$

當$\frac{4}{m} = \frac{1}{2}$，即$m = 8$ 時，$\overline{PQ}^2$ 最小值爲 $9 \times \frac{3}{4}$ $\Rightarrow$ $\overline{PQ}$最小值 $= \frac{3\sqrt{3}}{2}$

7. 拋物線Γ_1：$y^2=4x$，橢圓Γ_2：$bx^2+9y^2=9b$有共同之焦點F_1，P為Γ_1，Γ_2位於x軸上方之交點，F_2為Γ_2之另一焦點，且$\angle PF_2F_1=\alpha$，$\angle PF_1F_2=\beta$，求$\cos\alpha\cdot\cos\beta=$ ________。

【解答】$\frac{-1}{7}$

【詳解】

$\begin{cases}\Gamma_1: y^2=4x \\ \Gamma_2: \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{b}=1\end{cases}$，由$\Gamma_1$圖形可知$F_1(1，0)$ $\therefore$ $F_2(-1，0)$

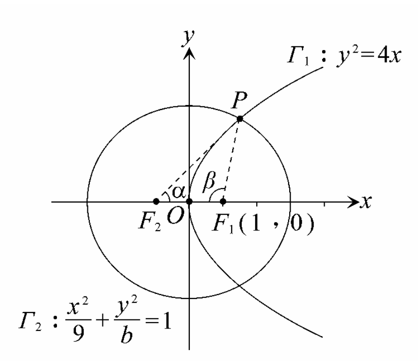
橢圓之$a^2=9$，$c=1$ $\therefore$ $b=a^2-c^2=8$ $\begin{cases}\Gamma_1: y^2=4x\cdots\cdots ① \\ \Gamma_2: 8x^2+9y^2=72\cdots\cdots ②\end{cases}$

①代入② $\Rightarrow$ $8x^2+9(4x)=72$ $\Rightarrow$ $(2x-3)(x+6)=0$

$\Rightarrow$ $x=\frac{3}{2}$，-6，$x=\frac{3}{2}$代入① $\Rightarrow$ $y=\pm\sqrt{6}$，取$P(\frac{3}{2}，\sqrt{6})$

$\overrightarrow{F_2P}=(\frac{5}{2}，\sqrt{6})$，$\overrightarrow{F_2F_1}=(2，0)$，$\overrightarrow{F_1P}=(\frac{1}{2}，\sqrt{6})$，$\overrightarrow{F_1F_2}=(-2，0)$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\overrightarrow{F_2P}\cdot\overrightarrow{F_2F_1}}{|\overrightarrow{F_2P}||\overrightarrow{F_2F_1}|}\times\frac{\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}}{|\overrightarrow{F_1P}||\overrightarrow{F_1F_2}|}=\frac{5}{\frac{7}{2}\times 2}\times\frac{-1}{\frac{5}{2}\times 2}=\frac{-1}{7}$$



8. 有一雙曲線 $|\sqrt{(x+5)^2+(y-3)^2}-\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}|=8$，求此雙曲線的中心坐標__、兩條漸近線方程式________。

【解答】(1) $(0，3)$ (2) $y-3=\pm\frac{3}{4}x$

【詳解】雙曲線 $|\sqrt{(x+5)^2+(y-3)^2}-\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}|=8\cdots\cdots①$

兩焦點$F(5，3)$，$F'(-5，3)$ $\therefore$ 中心坐標$(\frac{5-5}{2}，\frac{3+3}{2})=(0，3)$

由①得$\sqrt{(x+5)^2+(y-3)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}\pm 8$

$\Rightarrow$ $(x+5)^2+(y-3)^2=(x-5)^2+(y-3)^2\pm 16\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}+64$

$\Rightarrow$ $\pm\ 4\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}=5x-16$ $\Rightarrow$ $9x^2-16(y-3)^2=144$

$\Rightarrow$ $\frac{x^2}{16}-\frac{(y-3)^2}{9}=1$ $\Rightarrow$ 漸近線$\frac{x^2}{16}-\frac{(y-3)^2}{9}=0$

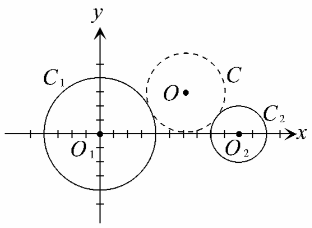
$\Rightarrow$ $\frac{x}{4}\pm\frac{y-3}{3}=0$ $\Rightarrow$ $y-3=\pm\frac{3}{4}x$

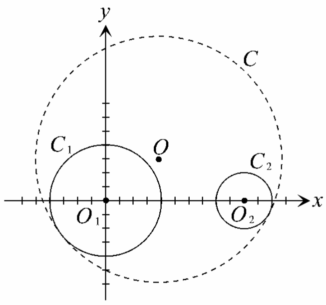
9. 已知兩圓C_1：$x^2+y^2=16$，C_2：$(x-10)^2+y^2=4$，若動圓C與C_1，C_2均相切，則此動圓C

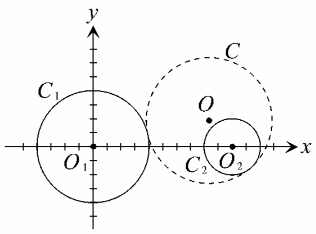
之圓心軌跡方程式爲__________。

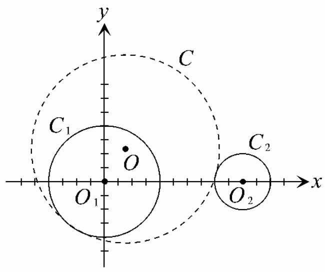
【解答】$\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{24}=1$ 或 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$

【詳解】









已知C_1之圓心$O_1(0，0)$，半徑$r_1=4$，C_2之圓心$O_2(10，0)$，半徑$r_2=2$

設動圓C之圓心$O(x，y)$

(1)①若C與C_1，C_2均外切，則$\overline{OO_1}-\overline{OO_2}=2$

②若C與C_1，C_2均內切，則$\overline{OO_2}-\overline{OO_1}=2$

由①②得$|\overline{OO_1}-\overline{OO_2}|=2$，又$\overline{O_1O_2}=10$

故O之軌跡爲以O_1，O_2爲焦點，貫軸長爲 2 的雙曲線，其中心爲$(5，0)$，$2a=2$，$2c=10$

$\Rightarrow\quad a=1$，$c=5$，$b^2=c^2-a^2=25-1=24$，所求軌跡方程式爲$\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{24}=1$

(2)①若C與C_1外切，與C_2內切，則$\overline{OO_1}-\overline{OO_2}=6$

②若C與C_1內切，與C_2外切，則$\overline{OO_2}-\overline{OO_1}=6$

由①②得$|\overline{OO_1}-\overline{OO_2}|=6$，又$\overline{O_1O_2}=10$

故O之軌跡方程式爲以O_1，O_2爲焦點，貫軸長爲 6 的雙曲線

其中心爲$(5，0)$，$2a=6$，$2c=10\quad\Rightarrow\quad a=3$，$c=5$，$b^2=c^2-a^2=25-9=16$

所求軌跡方程式爲$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$

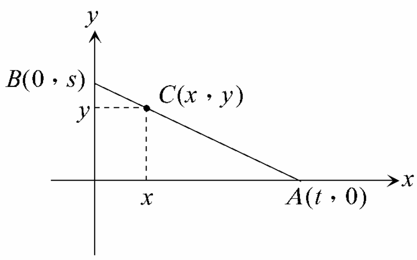
故由(1)(2)可知軌跡方程式爲$\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{24}=1$ 或 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$

10.設$\dfrac{(x+1)^2}{t+1}+\dfrac{(y+1)^2}{3-t}=1$ 表長軸在直線$y+1=0$ 上之橢圓，則t之範圍爲__________。

【解答】$1<t<3$

【詳解】$t+1>3-t>0\quad\Rightarrow\quad 1<t<3$

11.若線段$\overline{AB}$之長爲 5，其上一點C使$\overline{AC}：\overline{CB}=3：2$，當$A$在$x$軸上移動，$B$在$y$軸上移動，則動點$C$所形成的圖形方程式爲__________，此圖形上相異兩點距離的最大值 ＝ ___



。

【解答】 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$；6

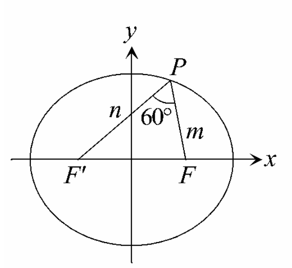
【詳解】

如右圖，設$A(t，0)$，$B(0，s)$，$C(x，y)$，

因爲 $\overline{AC}$ ： $\overline{CB}$ $=3：2$，所以$x=\dfrac{2}{5}t$，$y=\dfrac{3}{5}s$

即$t=\dfrac{5}{2}x$，$s=\dfrac{5}{3}y$，又 $\overline{AB}=5=\sqrt{t^2+s^2}$ ，所以$t^2+s^2=25$，亦即$\dfrac{25}{4}x^2+\dfrac{25}{9}y^2=25$

所以點C的圖形爲方程式$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的圖形，圖形爲橢圓，橢圓上相異兩點的最大距離爲長軸頂點長 $=6$



12.求$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{18}=1$一點$P$與兩焦點$F$、$F'$ 夾角爲 60 度，求△PFF' 之面積__________。

【解答】$6\sqrt{3}$

【詳解】

橢圓$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{18}=1$，$a^2=25$，$b^2=18$，$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-18}=\sqrt{7}$　$\overline{FF'}=2\sqrt{7}$

設$\overline{PF}=m$，$\overline{PF'}=n$，又$\angle FPF'=60°$，$m+n=2a=10$

$\therefore$　$(2\sqrt{7})^2=m^2+n^2-2mn\cdot\cos 60°$　$\Rightarrow$　$28=m^2+n^2-mn=(m+n)^2-3mn$

$\Rightarrow$　$28=10^2-3mn$　$\Rightarrow$　$mn=24$　$\therefore$　△PFF' 面積$=\dfrac{1}{2}mn\sin 60°=\dfrac{1}{2}\cdot 24\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

13.△ABC中，已知$A(-1，-2)$，$B(5，-2)$，若△ABC之周長爲 16，則點C之軌跡在一個圓錐曲線Γ上，Γ 的方程式爲__________（化成標準式）。

【解答】 $\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y+2)^2}{16}=1$

【詳解】

$\overline{AB}=6$，設$C(x，y)$，則$\overline{AC}+\overline{BC}+\overline{AB}=16$　$\Rightarrow$　$\overline{AC}+\overline{BC}=10$

$\therefore$　$\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2}=10$

$\Rightarrow$　$\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}=10-\sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2}$

$\Rightarrow$　$(x+1)^2+(y+2)^2=100-20\sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2}+(x-5)^2+(y+2)^2$

$\Rightarrow$　$10\sqrt{(x-5)^2+(y+2)^2}=-6x+62$　$\Rightarrow$　$100[(x-5)^2+(y+2)^2]=(-6x+62)^2$

$\Rightarrow$　$16x^2+25y^2-64x+100y-236=0$　$\Rightarrow$　$\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y+2)^2}{16}=1$

14.設點$P(x_0，y_0)$在橢圓$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 上移動，F，F'爲橢圓的兩焦點，則△PFF'的重心軌跡方程式爲__________。

【解答】$9x^2+25y^2=25$

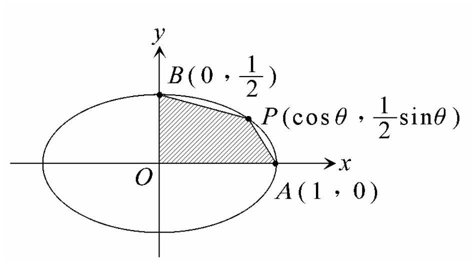
【詳解】橢圓$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$，$c^2=25-9=16$　$\Rightarrow$　$c=4$，焦點$F(4，0)$，$F'(-4，0)$

設$P(x_0，y_0) = (5\cos\theta，3\sin\theta)$（$\theta \neq 0$ 或π）

則△PFF'的重心$G(x，y) = (\frac{5}{3}\cos\theta，\sin\theta)$（$\theta \neq 0$ 或π），即$\cos\theta = \frac{3}{5}x$，$\sin\theta = y$

由$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ 得$(\frac{3}{5}x)^2 + y^2 = 1$，即 $9x^2 + 25y^2 = 25$（$y \neq 0$）

15.設橢圓$x^2 + 4y^2 = 1$ 分別交x軸正向，y軸正向於A，B，點P在第一象限之 $\overset{\frown}{AB}$ 弧上移動，O為原點。令四邊形$OAPB$面積最大值S，此時P坐標為$(x_0，y_0)$，則$S =$ ＿＿＿＿＿，$(x_0，y_0) =$ ＿＿＿＿＿。



【解答】$S = \frac{\sqrt{2}}{4}$，$(x_0，y_0) = (\frac{\sqrt{2}}{2}，\frac{\sqrt{2}}{4})$

【詳解】

$x^2 + 4y^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$，$A(1，0)$，$B(0，\frac{1}{2})$，$P(\cos\theta，\frac{1}{2}\sin\theta)$，$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

四邊形$OAPB$的面積 $= \frac{1}{2}\ \left| \begin{vmatrix} 0 & 1 & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\sin\theta & \frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{4}(\sin\theta + \cos\theta) = \frac{\sqrt{2}}{4}\sin(\theta + \frac{\pi}{4})$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{4} < \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}$，$\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$時，面積最大值 $= \frac{\sqrt{2}}{4}$，此時$\theta = \frac{\pi}{4}$，$P(\frac{\sqrt{2}}{2}，\frac{\sqrt{2}}{4})$

16.設 $5[(x+1)^2 + (y-2)^2] = (x+2y+2)^2$之軌跡為$\Gamma$，則

(1) Γ 之對稱軸方程式為＿＿＿。(2) Γ 之正焦弦長為＿＿＿。(3) Γ 之頂點為＿＿＿＿。

【解答】(1) $2x - y + 4 = 0$　(2) $2\sqrt{5}$　(3) $(-2，0)$

【詳解】

$5[(x+1)^2 + (y-2)^2] = (x+2y+2)^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|x+2y+2|}{\sqrt{5}}$

$\therefore$　焦點$F(-1，2)$，準線 $\rho：x + 2y + 2 = 0$，斜率為$-\frac{1}{2}$

(1)對稱軸為過$(-1，2)$且斜率為 2 的直線　$\therefore \quad 2(x+1) - (y-2) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - y + 4 = 0$

(2)正焦弦長 $= 2 \cdot d(F，\rho) = 2 \cdot \frac{|-1+4+2|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

(3)$\begin{cases} x + 2y + 2 = 0 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow$　頂點$V(-2，0)$

17.與$y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$ 共軸、共焦點且過$(3，1)$之拋物線方程式為＿＿＿＿＿。

【解答】$(y+3)^2 = -16(x-4)$或$(y+3)^2 = 4(x+1)$

【詳解】

$y^2 - 4x + 6y + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad (y+3)^2 = 4(x+1)$，頂點為$(-1，-3)$，$c = 1$

$\Rightarrow$　焦點為$(0，-3)$且對稱軸為$y + 3 = 0$

設所求拋物線方程式Γ：$(y+3)^2 = 4k(x+k)$，將$(3，1)$代入

$\therefore \quad 16 = 4k(3+k) \quad \Rightarrow \quad k^2 + 3k - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad k = 1$ 或 -4

故$(y+3)^2 = -16(x-4)$或$(y+3)^2 = 4(x+1)$

18.二次函數$y = px^2 + qx + r$在x等於 4 時，值最大，而其圖上x坐標為 2 之點的切線為

$y=3x-4$，則 $(p，q，r)=$__________，函數最大值 $=$__________。

【解答】$(-\frac{3}{4}，6，-7)$；5

【詳解】$y=px^2+qx+r$在x等於 4 時，值最大 $\Rightarrow$ $y=p(x-4)^2+k$，$p<0$

$x=2$時，$y=p(2-4)^2+k=4p+k$，拋物線在點$(2，4p+k)$之切線方程式爲

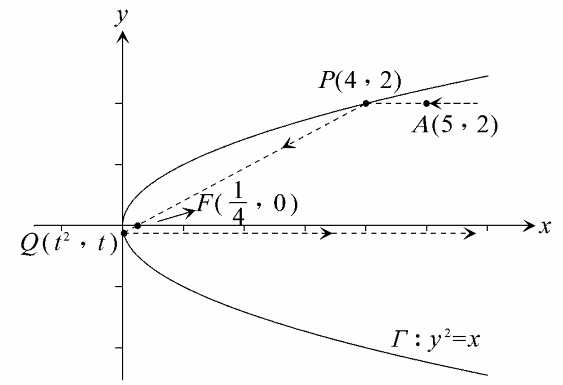
$\frac{y+4p+k}{2}=p(2-4)(x-4)+k$，化簡得$y=-4px+12p+k$，與$y=3x-4$爲同一直線

因此 $-4p=3$，$12p+k=-4$ $\Rightarrow$ $p=-\frac{3}{4}$，$k=5$，故$y=-\frac{3}{4}(x-4)^2+5=-\frac{3}{4}x^2+6x-7$

得$(p，q，r)=(-\frac{3}{4}，6，-7)$，最大值 5

19.設拋物線Γ：$y^2=x$，一光線從點$(5，2)$射出，平行Γ 的對稱軸，射在Γ 上的P點，經反射後，又射到Γ 上的Q點，則P點的坐標爲__________，Q點的坐標爲__________。

【解答】$(4，2)$，$(\frac{1}{64}，-\frac{1}{8})$



【詳解】

Γ：$y^2=x$，焦點爲$F(\frac{1}{4}，0)$，以$y=2$代入，

得$x=4$ $\therefore$ $P(4，2)$

令$Q(t^2，t)\in\Gamma$，$t<0$，由P，F，Q共線得$\frac{t-2}{t^2-4}=\frac{0-2}{\frac{1}{4}-4}$

$\Rightarrow$ $t=-\frac{1}{8}$ $\therefore$ $Q(\frac{1}{64}，-\frac{1}{8})$

20.若點$P(2，-3)$爲拋物線$y^2=8x$之一弦$\overline{AB}$的中點，則直線$\overleftrightarrow{AB}$方程式爲__________，弦$\overline{AB}$的長爲__________。

【解答】$4x+3y+1=0$，$\frac{5\sqrt{7}}{2}$

【詳解】(1)設$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，$P(2，-3)$爲$\overline{AB}$中點 $\therefore$ $x_1+x_2=4$，$y_1+y_2=-6$

又$\begin{cases} {y_1}^2=8x_1 \quad \cdots\cdots① \\ {y_2}^2=8x_2 \quad \cdots\cdots② \end{cases}$，① $-$ ②得$(y_1+y_2)(y_1-y_2)=8(x_1-x_2)$

$\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AB}$ 斜率 $=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{8}{y_1+y_2}=\frac{8}{-6}=-\frac{4}{3}$

$\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AB}$：$y+3=-\frac{4}{3}(x-2)$ $\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AB}$：$4x+3y+1=0$

(2)由(1)，$x_1-x_2=-\frac{3}{4}(y_1-y_2)$，$(x_1-x_2)^2=\frac{9}{16}(y_1-y_2)^2$

$\begin{cases} 4x+3y+1=0 \\ y^2=8x \end{cases}$ $\Rightarrow$ $y^2+6y+2=0$，二根爲y_1，y_2 $\therefore$ $y_1y_2=2$

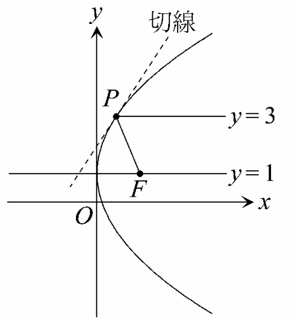
$\overline{AB}^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=\frac{9}{16}(y_1-y_2)^2+(y_1-y_2)^2$

$=\frac{25}{16}(y_1-y_2)^2=\frac{25}{16}[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]=\frac{25}{16}[(-6)^2-4\cdot2]=\frac{25\cdot7}{4}$ $\Rightarrow\overline{AB}=\frac{5\sqrt{7}}{2}$

21.拋物線Γ：$(y-1)^2=6x$，一入射光沿直線$y=3$射到Γ上一點P，經拋物線反射後，反射光

與對稱軸交於一點Q，則P之坐標爲__________，Q之坐標爲__________。

【解答】$P(\frac{2}{3}，3)$；$Q(\frac{3}{2}，1)$



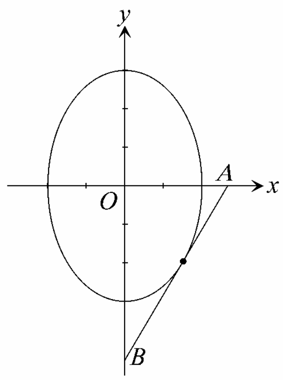
【詳解】

Γ：$(y-1)^2=6x$的對稱軸$y-1=0$，頂點$(0，1)$，

$y=3$ 代入得$x=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，知$P$點爲$(\frac{2}{3}，3)$

反射光與對稱軸的交點即爲焦點F，故$Q=F$的坐標爲$(\frac{3}{2}，1)$

22.橢圓$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$之任一切線分別與$x$軸，$y$軸交點於$A$，$B$，則線段$\overline{AB}$之最小值爲__________，又△$OAB$面積最小值爲__________（$O$爲原點）。



【解答】5；6

【詳解】橢圓$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$上一點$P(2\cos\theta，3\sin\theta)$且$P$不是頂點

則過P之切線$\frac{(2\cos\theta)x}{4}+\frac{(3\sin\theta)y}{9}=1$，即$(3\cos\theta)x+(2\sin\theta)y=6$

與x軸交點$A(\frac{2}{\cos\theta}，0)$，與$y$軸交點$B(0，\frac{3}{\sin\theta})$

(1)線段$\overline{AB}$之長

$=\sqrt{\frac{4}{\cos^2\theta}+\frac{9}{\sin^2\theta}}=\sqrt{[(\frac{2}{\sin\theta})^2+(\frac{3}{\sin\theta})^2](\cos^2\theta+\sin^2\theta)}\ge\sqrt{(2+3)^2}=5$（柯西不等式）

∴　最小值爲 5

(2)△OAB的面積 $=\frac{1}{2}\left|\frac{2}{\cos\theta}\times\frac{3}{\sin\theta}\right|=\frac{6}{|\sin 2\theta|}\ge 6$，∵　$|\sin2\theta|\le1$　∴　最小值 $=6$

23.過點$(-1，2)$與錐線 $2x^2+xy+y^2-4=0$ 相切的直線方程式爲__________。

【解答】$2x-3y+8=0$

【詳解】$2(-1)^2+(-1)\cdot2+2^2-4=2-2+4-4=0$，知點$(-1，2)$在錐線上

由切線公式得在點$(-1，2)$的切線方程式爲

$2(-1)x+\frac{2x+(-1)y}{2}+2y-4=0$，化簡得 $2x-3y+8=0$

24.自原點O作拋物線$y=x^2+x+a$的切線有兩條，若此兩條切線互相垂直，則a的值爲_____。

【解答】$\frac{1}{2}$

【詳解】過原點O之直線$y=mx$代入拋物線$y=x^2+x+a$得

$mx=x^2+x+a$　⇒　$x^2+(1-m)x+a=0$ 有等根，判別式爲 0，

$(1-m)^2-4a=0$　⇒　$m^2-2m+1-4a=0$

已知切線有二條，即m有二解，設爲m_1，m_2

則二根乘積$m_1m_2=-1$（二切線互相垂直），由根與係數關係知 $1-4a=-1$，故$a=\frac{1}{2}$

25.若雙曲線$y^2-x^2=a^2$與直線$x+2y=3$ 相切，則$a^2=$__________，切點坐標爲__________。

【解答】3；(－1，2)
【詳解】
$y^2-x^2=a^2$與$x+2y=3$ 相切　$\Rightarrow$　$y^2-(3-2y)^2=a^2$　$\Rightarrow$　$3y^2-12y+a^2+9=0$ 有等根
判別式爲 0，得$(-6)^2-3(a^2+9)=0$　$\Rightarrow$　$a^2=3$　又 $3y^2-12y+12=0$
$\Rightarrow$　$y^2-4y+4=0$　$\Rightarrow$　$y=2$ 代入$x+2y=3$ 得$x=-1$，故切點爲(－1，2)

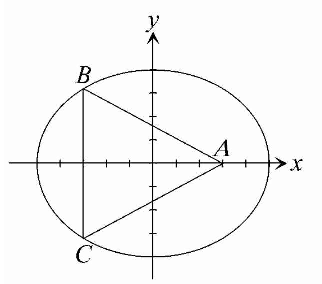
26.直線 $y=-2x+4$ 上一點 P 與拋物線 $y=1-x^2$ 上的點 Q 之距離最小，則 P 之坐標爲____，Q 之坐標爲__________。
【解答】$(\frac{9}{5}，\frac{2}{5})$；(1，0)
【詳解】設$Q(a，1-a^2)$，Q 到直線 $2x+y=4$ 的距離爲
$\frac{|2a+1-a^2-4|}{\sqrt{5}}=\frac{|-(a^2-2a+1)-2|}{\sqrt{5}}=\frac{|(a-1)^2+2|}{\sqrt{5}}$
當 $a=1$時，最小值 $\frac{2}{\sqrt{5}}$，此時$Q(1，0)$，又過Q 作 $2x+y=4$ 之垂直線 $x-2y=1$
二直線交點$P(x，y)$，$x=\frac{9}{5}$，$y=\frac{2}{5}$，即$P(\frac{9}{5}，\frac{2}{5})$

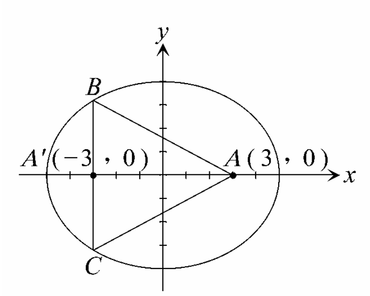
27.若不論 a 爲任何實數值，拋物線$y=x^2+2ax+a^2+2a$恆與一定直線相切，則此定直線方程式爲__________。
【解答】$y=-2x-1$
【詳解】
設定直線 L：$y=mx+n$ 與拋物線$y=x^2+2ax+a^2+2a$相切
則 $x^2+2ax+a^2+2a=mx+n$，即 $x^2+(2a-m)x+a^2+2a-n=0$ 有等根，判別式爲 0
得 $(2a-m)^2-4(a^2+2a-n)=0$，即 $-4(m+2)a+m^2+4n=0$ 對任意實數 a 恆成立
故 $m+2=0$ 且 $m^2+4n=0$，得$m=-2$，$n=-1$，故L：$y=-2x-1$ 爲所求

28.求與$x+2y=0$ 垂直，且與拋物線$y^2=16x$相切之直線方程式爲__________。
【解答】$y=2x+2$
【詳解】
$\because$　所求直線L與$x+2y=0$ 垂直　$\therefore$　斜率爲 2，又與拋物線$y^2=16x$相切
故此直線方程式爲$y=2x+\frac{4}{2}$，即$y=2x+2$

29.拋物線$y=4x-x^2$在點(1，3)之切線與坐標軸圍成一個三角形，此三角形的面積 ＝______。
【解答】$\frac{1}{4}$
【詳解】點(1，3)在$y=4x-x^2$之圖形上，設切線方程式爲$y-3=m(x-1)$
則 $3+m(x-1)=4x-x^2$有等根，即$x^2+(m-4)x+3-m=0$ 有等根
判別式爲 0，得$(m-4)^2-4(3-m)=0$　$\Rightarrow$　$m^2-4m+4=0$　$\Rightarrow$　$m=2$
故切線方程式爲$y=2x+1$，此切線與x，y軸交點分別爲$A(-\frac{1}{2}，0)$，$B(0，1)$
故△OAB之面積 $=\frac{1}{2}|(-\frac{1}{2})\times 1|=\frac{1}{4}$

30.已知橢圓方程式$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$，若有光束自焦點$A(3，0)$射出，經二次反射回到$A$點，設二次反射點爲$B$，$C$，如圖所示，求△$ABC$之周長__________。





【解答】20

【詳解】

Γ：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1 \quad \Rightarrow \quad a=5$，$b=4$，由橢圓的光學性質知

若光束自焦點 $A(3，0)$射出，經一次反射後，必通過另一焦點 $A'(-3，0)$

$\therefore$ △ABC 之周長 $=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(\overline{AB}+\overline{BA'})+(\overline{A'C}+\overline{CA})=2a+2a=4a=4\times 5=20$

31.若k爲實數，且拋物線$y=x^2+kx-k$與直線$x-y-1=0$ 交於相異兩點，則k的範圍爲____；若此直線被拋物線所截的線段長爲 4，則k的值爲__________。

【解答】$k<-3$ 或 $k>1$，$-1\pm 2\sqrt{3}$

【詳解】

$x-y-1=0 \quad \Rightarrow \quad y=x-1$，代入拋物線$y=x^2+kx-k$

得$x^2+(k-1)x+1-k=0$，設α，β爲其兩根，$\alpha+\beta=1-k$，$\alpha\beta=1-k$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(1-k)^2-4(1-k)=(1-k)(-3-k)$

$\because$ 交於相異兩點A，B $\quad \therefore \quad D=(k-1)^2-4(1-k)>0$

$\Rightarrow \quad (k-1)(k+3)>0 \quad \therefore \quad k<-3$ 或$k>1$，$A(\alpha，\alpha-1)$，$B(\beta，\beta-1)$

$\overline{AB}^2=(\alpha-\beta)^2+(\alpha-1-\beta+1)^2=2(\alpha-\beta)^2=16$，$(k-1)(k+3)=8 \quad \Rightarrow \quad k=-1\pm 2\sqrt{3}$

32.橢圓Γ：$4x^2+9y^2=36$ 上任一切線，若分別與x軸，y軸交於點A，B，則 $\overline{AB}$ 長之最小值爲__________。

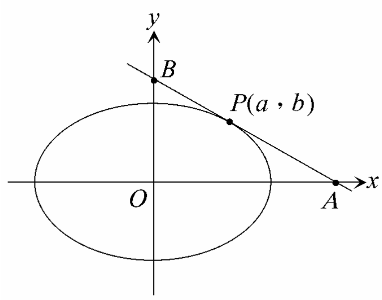
【解答】5

【詳解】設切點$P(a，b)$，則 $4a^2+9b^2=36$，且切線L：$4ax+9by=36 \Rightarrow A(\dfrac{9}{a}，0)$，$B(0，\dfrac{4}{b})$，

求 $\overline{AB}$ 長之最小值，即爲求$\sqrt{\dfrac{81}{a^2}+\dfrac{16}{b^2}}$ 之最小值

<u>柯西</u>不等式，$[(2a)^2+(3b)^2][(\dfrac{9}{a})^2+(\dfrac{4}{b})^2]\ge(18+12)^2=900$

$[(\dfrac{9}{a})^2+(\dfrac{4}{b})^2]\ge\dfrac{900}{36} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB}=\sqrt{\dfrac{81}{a^2}+\dfrac{16}{b^2}}\ge\dfrac{30}{6}=5$



33.設拋物線Γ：$y=x^2-2x+2k$與直線ℓ：$y=2x+k$，$k \in R$，

(1)若對任意之實數x，Γ之圖形恆在直線ℓ之上方，則k之範圍爲__________。

(2)若Γ與ℓ相切，則$k=$__________。(3)若Γ與ℓ之交弦長爲 $2\sqrt{5}$，則$k=$__________。

【解答】(1) $k>4$ (2) 4 (3) 3

【詳解】

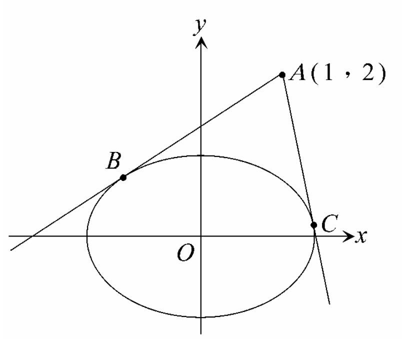
(1) $\forall x$：$x^2-2x+2k>2x+k \Rightarrow x^2-4x+k>0$ 恆成立

$\therefore\ b^2-4ac<0 \Rightarrow 4-k<0 \Rightarrow k>4$

(2) $x^2-2x+2k=2x+k \Rightarrow x^2-4x+k=0$ $\therefore\ b^2-4ac=4(4-k)=0 \Rightarrow k=4$

(3)交弦長 $=\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}\cdot\sqrt{1+m^2}=\sqrt{16-4k}\cdot\sqrt{1+4}=2\sqrt{5} \Rightarrow 16-4k=4 \Rightarrow k=3$

34.Γ：$x^2+2y^2=2$，由$A(1，2)$向Γ 作切線得二切點B，C，則$\overline{BC}$長爲__________。



【解答】$\dfrac{2}{9}\sqrt{119}$

【詳解】

切點弦$\overleftrightarrow{BC}$：$1\cdot x+2\cdot(2\cdot y)=2 \Rightarrow \overleftrightarrow{BC}$：$x+4y=2$

$$\begin{cases}\overleftrightarrow{BC}：x=2-4y\ \cdots\cdots ①\\ \Gamma：x^2+2y^2=2\cdots\cdots ②\end{cases}$$

①代入②$\Rightarrow (2-4y)^2+2y^2=2 \Rightarrow 9y^2-8y+1=0$ 之二根爲y_1，y_2

則$\begin{cases}y_1+y_2=\dfrac{8}{9}\\ y_1y_2=\dfrac{1}{9}\end{cases}$ 且$\begin{cases}B(2-4y_1，y_1)\\ C(2-4y_2，y_2)\end{cases}$，$\overline{BC}=\sqrt{[(2-4y_1)-(2-4y_2)]^2+(y_1-y_2)^2}$

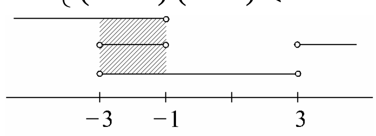
$=\sqrt{17(y_1-y_2)^2}=\sqrt{17[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]}=\sqrt{17[(\frac{8}{9})^2-4\times\frac{1}{9}]}=\frac{2}{9}\sqrt{119}$

35.$\dfrac{(x+2)^2}{9-t^2}+\dfrac{(y-2)^2}{t+1}=1$ 圖形爲貫軸平行x軸的雙曲線，則t的範圍爲__________。

【解答】$-3<t<-1$

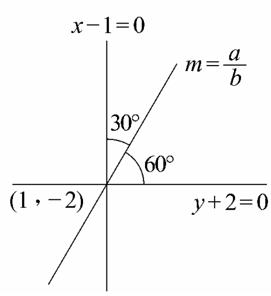
【詳解】$\dfrac{(x+2)^2}{9-t^2}+\dfrac{(y-2)^2}{t+1}=1$ 圖形爲貫軸平行 x 軸的雙曲線

$$\therefore\ \begin{cases}9-t^2>0\\ t+1<0\\ (9-t^2)(t+1)<0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-3<t<3\\ t<-1\\ (t-3)(3+t)(t+1)>0\end{cases} \quad \therefore\ -3<t<-1$$



36.一雙曲線的中心(1，−2)，貫軸平行y軸，漸近線與貫軸夾角 30°，中心到焦點距離爲 1，則此雙曲線方程式爲__________。

【解答】$\dfrac{4}{3}(y+2)^2-4(x-1)^2=1$



【詳解】雙曲線之中心(1，−2)，貫軸平行y軸$\Rightarrow$設雙曲線方程式爲

$\dfrac{(y+2)^2}{a^2}-\dfrac{(x-1)^2}{b^2}=1$，則漸近線爲$b(y+2)\pm a(x-1)=0$，

斜率 $=\pm\dfrac{a}{b}$，

漸近線與貫軸夾角 30°⇒一漸近線斜角 60°⇒斜率 $\dfrac{a}{b}=\tan 60°=\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $a=\sqrt{3}\,b$……①

中心到焦點距離 $=c=1\Rightarrow a^2+b^2=1$……②，

①代入②得$b^2=\dfrac{1}{4}$，$a^2=\dfrac{3}{4}$

故所求爲$\dfrac{(y+2)^2}{\frac{3}{4}}-\dfrac{(x-1)^2}{\frac{1}{4}}=1$，即$\dfrac{4(y+2)^2}{3}-4(x-1)^2=1$

37.設P爲雙曲線$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$上一點且位在第一象限，若$F_1$，$F_2$爲雙曲線的兩個焦點，且 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=1:3$，則△$F_1PF_2$的周長 $=$__________。

【解答】22

【詳解】$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$中，$a^2=9$，$b^2=16$ $\Rightarrow$ $c^2=a^2+b^2=25$ $\Rightarrow$ $c=5$

令$\overline{PF_1}=x$，則$\overline{PF_2}=3x$，$\overline{PF_2}-\overline{PF_1}=2a$ $\Rightarrow$ $3x-x=2\times 3=6$ $\Rightarrow$ $x=3$

又$\overline{F_1F_2}=2c=10$，故△F_1PF_2的周長 $=\overline{PF_1}+\overline{PF_2}+\overline{F_1F_2}=3+9+10=22$

38.設ℓ爲通過橢圓Γ_1：$\dfrac{(x-1)^2}{3}+\dfrac{(y-2)^2}{4}=\dfrac{1}{4}$與橢圓$\Gamma_2$：$4x^2+3y^2-18y+25=0$兩交點之直線，則直線$\ell$之方程式爲__________。

【解答】$4x-3y+6=0$

【詳解】Γ_1：$4(x-1)^2+3(y-2)^2=3$ $\Rightarrow$ $4x^2+3y^2-8x-12y+13=0$

$\begin{cases}4x^2+3y^2-8x-12y+13=0\\4x^2+3y^2-18y+25=0\end{cases}$ 二式相減 $\Rightarrow$ $-8x+6y-12=0$ $\Rightarrow$ $4x-3y+6=0$

39.雙曲線Γ：$x^2-y^2=8$，$A(1，1)$，由A向Γ 作切線，則切線方程式爲__________。

【解答】$9x+7y-16=0$

【詳解】設切線L：$y-1=m(x-1)$，$\begin{cases}L：y=mx+(1-m)\cdots\cdots①\\\Gamma：x^2-y^2=8\quad\cdots\cdots②\end{cases}$

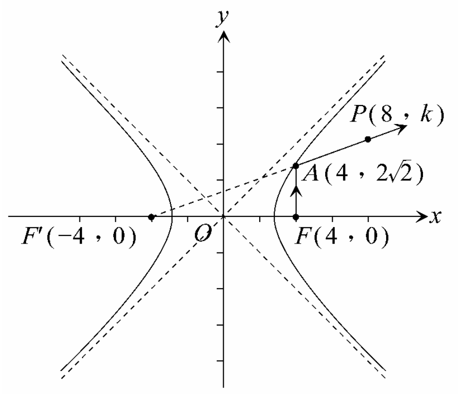
①代入② $\Rightarrow$ $(1-m^2)x^2+2m(m-1)x+(2m-m^2-1-8)=0$

$\because$ 相切 $\therefore$ $D=4m^2(m-1)^2-4(1-m^2)(2m-m^2-9)=0$ $\Rightarrow$ $4(m-1)(7m+9)=0$

$\Rightarrow$ $m=\dfrac{-9}{7}$或$m=1$（不合 $\because$ $m=1$時，切線L與其中一條漸近線重合）

$\therefore$ L：$y-1=\dfrac{-9}{7}(x-1)$ $\Rightarrow$ $9x+7y-16=0$

40.雙曲線Γ：$\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$，又$A\in\Gamma$，已知$A(4，2\sqrt{2})$，$F(4，0)$，若由$F$射至$A$之光線被雙曲線$\Gamma$ 反射，反射光通過$P(8，k)$，則$k=$__________。

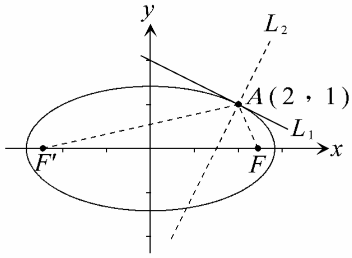


【解答】$3\sqrt{2}$

【詳解】由光學性質可知反射光線必通過直線$\overleftrightarrow{F'A}$，

且$m_{F'A}=\dfrac{2\sqrt{2}-0}{4-(-4)}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\overleftrightarrow{F'A}$：$y-0=\dfrac{\sqrt{2}}{4}(x+4)$，$P(8，k)$代入$\overleftrightarrow{F'A}\Rightarrow\quad k=3\sqrt{2}$



41.設F與F'爲橢圓$x^2+4y^2=8$的兩焦點，若A的坐標爲(2，1)，求$\angle FAF'$的角平分線方程式__________。

【解答】$2x-y=3$

【詳解】過$A(2，1)$之切線L_1：$2x+4y=8$，

由光學性質可知$\angle FAF'$的角平分線爲過A之法線L_2

$\because\quad L_2\perp L_1$，，設$L_2$：$y-1=2(x-2)\quad\Rightarrow\quad L_2$：$2x-y=3$

42.拋物線Γ：$y^2=8x$，

(1) Γ與直線$x-y+1=0$之交弦長 $=$__________。

(2)設Γ上之一弦$\overline{AB}$被$(-3，2)$所平分，則含此弦$\overline{AB}$之直線爲__________。

【解答】(1) 8　(2) $2x-y+8=0$

【詳解】(1)$\begin{cases}y^2=8x\\x-y+1=0\end{cases}\quad\Rightarrow\quad(x+1)^2=8x\quad\Rightarrow\quad x^2-6x+1=0$

$\therefore$　交弦長 $=\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}\cdot\sqrt{1+m^2}=\sqrt{36-4}\cdot\sqrt{1+1}=8$

(2) 設$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，$\overleftrightarrow{AB}$之方程式爲$x+3=k(y-2)\quad\Rightarrow\quad x=ky-2k-3$

$\therefore\quad\begin{cases}x=kx-2k-3\\y^2=8x\end{cases}\quad\Rightarrow\quad y^2=8(ky-2k-3)$

$\Rightarrow\quad y^2-8ky+(16k+24)=0$二根爲$y_1，y_2\quad\therefore\quad y_1+y_2=8k$

$\because\quad\overline{AB}$之中點爲$(-3，2)\quad\therefore\quad\dfrac{y_1+y_2}{2}=2\quad\Rightarrow\quad 4k=2\quad\Rightarrow\quad k=\dfrac{1}{2}$

故$x+3=\dfrac{1}{2}(y-2)\quad\Rightarrow\quad 2x-y+8=0$