高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：94.07.29					
範圍	Book1 1-2+ans 集合	班級	普二 班	姓名	
		座號			

一、單一選擇題 (每題 10 分)

1. 設 A，B，C 為三集合，則 $[(A\cup B')\cap B]'=$

(A) $A'\cup B'$ (B) $A\cap B$ (C) $A\cup B$ (D) $A'\cap B'$ (E) A

【解答】(A)

【詳解】由笛摩根定理知

$[(A\cup B')\cap B]'=(A\cup B')'\cup B'=(A'\cap B)\cup B'=(A'\cup B')\cap(B\cup B')=A'\cup B'$

2. 在 1 至 1000 共一千個自然數中，刪去 3 之倍數，再刪去 5 之倍數，若剩下 n 個，則 $n=$

(A) 577 (B) 555 (C) 533 (D) 511 (E) 567

【解答】(C)

【詳解】$1000-\left(\left[\frac{1000}{3}\right]+\left[\frac{1000}{5}\right]-\left[\frac{1000}{15}\right]\right)=1000-467=533$

3. 設 $A=\{2，2+d，2+2d\}$，$B=\{2，2r，2r^2\}$，其中 $d\neq 0$，若 $A=B$，則

$r^2-r+1=$(A) 3 (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{17}{16}$

【解答】(C)

【詳解】

$A=\{2，2+d，2+2d\}$，$B=\{2，2r，2r^2\}$，$d\neq 0$

若 $A=B$，則(1) $\begin{cases}2+d=2r\\2+2d=2r^2\end{cases}$ 或(2) $\begin{cases}2+d=2r^2\\2+2d=2r\end{cases}$

(1) $\begin{cases}2+d=2r & \cdots\cdots ①\\2+2d=2r^2 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

由① $d=2r-2$ 代入②得 $2+4r-4=2r^2$

$\Rightarrow\ 2r^2-4r+2=0\ \Rightarrow\ r^2-2r+1=0\ \Rightarrow\ r=1$ 代入① $d=0$（不合）

(2) $\begin{cases}2+d=2r^2 & \cdots\cdots ③\\2+2d=2r & \cdots\cdots ④\end{cases}$

由③ $d=2r^2-2$ 代入④得 $2+4r^2-4=2r$

$\Rightarrow\ 4r^2-2r-2=0\ \Rightarrow\ 2r^2-r-1=0\ \Rightarrow\ r=-\frac{1}{2}$ 或 1（不合）

$\therefore\ r=-\frac{1}{2}$，$d=-\frac{3}{2}$，則 $r^2-r+1=(-\frac{1}{2})^2-(-\frac{1}{2})+1=\frac{7}{4}$

4. 下列各敘述何者是正確的？(複選)

(A)設 A，B，C 為三集合，若 $A\subset B$，$B\subset C$，$C\subset A$，則 $A=B=C$

(B)設 $S=\{4n+1\mid n\in Z\}$，$T=\{2n+1\mid n\in Z\}$，則 $S\subset T$

(C)設 $A=\{1，2，3\}$，則能滿足 $\{1\}\subset B\subset A$ 且 $A\neq B$ 的集合 B 共有 3 個

(D)$A=\{2x+6y \mid x，y\in Z\}$，$B=\{3x+7y \mid x，y\in Z\}$，$C=\{4x+8y \mid x，y\in Z\}$，則 $C\supset A\supset B$

(E)若 $A-B=A$，則 $A\cap B=\phi$

【解答】(A)(B)(C)(E)

【詳解】

(A) $$\left.\begin{array}{l} A\subset B，B\subset C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} A\subset C \\ C\subset A\end{array}\right\} \Rightarrow A=C \\ B\subset C，C\subset A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} B\subset A \\ A\subset B\end{array}\right\} \Rightarrow A=B \end{array}\right\} \Rightarrow A=B=C \quad \therefore \text{ (A)是正確的}$$

(B) S 為 4 的倍數多 1，T 為 2 的倍數多 1 即為奇數 $\Rightarrow S\subset T \quad \therefore$ (B)是正確的

(C) $A=\{1，2，3\}$，$\{1\}\subset B\subset A$，$B\neq A \quad \Rightarrow \quad B=\{1\}$，$\{1，2\}$，$\{1，3\}$共有 3 個

$\therefore$ (C)是正確的

(D) $A=\{2x+6y \mid x，y\in Z\}=\{2k \mid k\in Z\}$表所有 2 的倍數所成的集合

$B=\{3x+7y \mid x，y\in Z\}=Z$ 表所有整數所成的集合

$C=\{4x+8y \mid x，y\in Z\}=\{4k \mid k\in Z\}$表所有 4 的倍數所成的集合

$\Rightarrow \quad C\subset A\subset B \quad \therefore$ (D)是不正確的

(E) $A-B=A-(A\cap B)=A \quad \Rightarrow \quad A\cap B=\phi$，故(E)是正確的

5. 設$A=\{2，4，6\}$，則下列敘述何者正確？(複選)

(A) $\exists x，y\in A$使$x^2<y+1$ (B) $\forall x，y\in A$使$x^2<y+1$ (C) $\exists x\in A，\forall y\in A$使$x^2<y+1$

(D) $\forall x\in A，\exists y\in A$使$x^2<y+1$ (E) $\forall x，y\in A$使$x-y$為偶數

【解答】(A)(E)

【詳解】

(A)當$x=2$，$y=4$ 或$x=2$，$y=6$ 時，$x^2<y+1$ 都成立

(B)當$x=4$，$y=2$ 時，$x^2 \not< y+1$

(C)當$x=2$，$y=2$ 或$x=4$，$y=2$ 或$x=6$，$y=2$ 時，$x^2 \not< y+1$

(D)當$x=4$ 時，$y=2$，4 或 6 都使$x^2>y+1$

(E) $\forall x，y\in A$，$x，y$都是偶數 $\therefore$ $x-y$為偶數

6. 設 $A=\{1，2，3，4，5，6，7，8，9，10\}$，$B=\{1，3，5，7，9，11\}$，
$C=\{3，6，9，12，15\}$，則下列各式何者是正確的？(複選)

(A) $A-B=\{2，4，6，8，10，-11\}$ (B) $B-A=\{11\}$ (C) $A-(B\cup C)=\{2，4，8，10\}$

(D) $(B\cup C)-A=\{11，12，15\}$ (E) $(A\cap B)-C=B-C$

【解答】(B)(C)(D)

【詳解】

$A=\{1，2，3，4，5，6，7，8，9，10\}$

$B=\{1，3，5，7，9，11\}$，$C=\{3，6，9，12，15\}$

$A-B=\{2，4，6，8，10\}$，故(A)為不正確，$B-A=\{11\}$，故(B)為正確

$B\cup C=\{1，3，5，6，7，9，11，12，15\}\Rightarrow A-(B\cup C)=\{2，4，8，10\}$，故(C)為正確

又$(B\cup C)-A=\{11，12，15\}$，故(D)為正確

$A\cap B=\{1，3，5，7，9\} \quad \Rightarrow \quad (A\cap B)-C=\{1，5，7\}$，$B-C=\{1，5，7，11\}$

故$(A\cap B)-C\neq B-C$　$\therefore$　(E)爲不正確

二、填充題(每題 10 分)

7. 設$A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid x<-4$ 或$x>2\}$，$T=\{x\mid a<x<3a\}$，若$(A\cap B)\subset T$，則實數a之範圍爲__________。

【解答】$1\leq a\leq 2$

【詳解】$A\cap B=\{x\mid 2<x<3\}\subset T=\{x\mid a<x<3a\}$

$\Rightarrow$　$a\leq 2$ 且 $3a\geq 3$　$\Rightarrow$　$a\leq 2$ 且 $a\geq 1$，得 $1\leq a\leq 2$

8. 設集合A含有 8 個元素，集合B含有 5 個元素，則

(1) $A\cap B$最多有__________個元素，最少有__________個元素。

(2) $A\cup B$最多有__________個元素，最少有__________個元素。

【解答】(1) 5，0　(2) 13，8

9. 設n爲整數，則n^2除以 7 所得餘數所成的集合爲__________。

【解答】{0，1，2，4}

【詳解】找規則

1^2餘 1，2^2餘 4，3^2餘 2，4^2餘 2，5^2餘 4，6^2餘 1，7^2餘 0，8^2餘 1，9^2餘 4，10^2餘 2，11^2餘 2，12^2餘 4，13^2餘 1，14^2餘 0，…………..

$\Rightarrow$　由上可知，所成之集合爲{0，1，2，4}

10.設$A=\{3,3r,3r^2\}$，$B=\{-6,-6+d,-6+2d\}$，其中r，d爲整數，且$A=B$，則$d=$__________。

【解答】9

【詳解】

(1)若 $-6+d=3$，則 $d=9$，得 $B=\{-6，3，12\}=\{3，-6，12\}=A$，則 $r=-2$

(2)若 $-6+2d=3$，則 $d=\dfrac{9}{2}$（不合）

11.設$A=\{1，3\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+a=0\}$，若$A-B=\{1\}$，則a的值爲__________。

【解答】0

【詳解】

$\because$　$A-B=A-(A\cap B)=\{1\}$　$\therefore$　$A\cap B=\{3\}$

$x=3$ 代入$x^2-3x+a=0$　$\Rightarrow$　$9-9+a=0$　$\Rightarrow$　$a=0$

12.設$U=\{n\mid n\in N，n\leq 10\}$爲宇集，$A$與$B$均爲$U$之子集，已知$A\cap B=\{3，4\}$，$A\cap B'=\{7，9，10\}$，$A'\cap B'=\{2，8\}$，則$B=$__________。

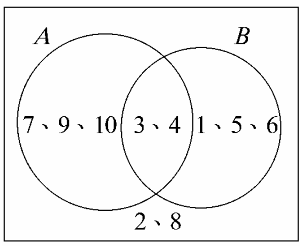
【解答】$B=\{1，3，4，5，6\}$

【詳解】

$U=\{1，2，\cdots，9，10\}$

$A\cap B=\{3，4\}$　$\Rightarrow$　$\{3，4\}\subset A$，$\{3，4\}\subset B$

$A\cap B'=\{7，9，10\}$　$\Rightarrow$　$\{7，9，10\}\subset A$，$\{7，9，10\}\subset B'$



$A' \cap B' = \{2，8\} \quad \Rightarrow \quad \{2，8\} \subset A'，\{2，8\} \subset B'$

$\therefore \quad B \cap A' = \{1，5，6\}$

$\therefore \quad A = \{3，4，7，9，10\}，B = \{1，3，4，5，6\}$

13.設$\{2x，x+y\} = \{6，2\}$，則數對$(x，y) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】$(3，-1)$或$(1，5)$

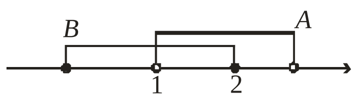
【詳解】若$\{2x，x+y\} = \{6，2\}$，則$\begin{cases} 2x = 6 \\ x+y = 2 \end{cases}$或$\begin{cases} 2x = 2 \\ x+y = 6 \end{cases}$，即$(x，y) = (3，-1)$或$(1，5)$

14.設$A = \{x \mid x^2 + ax + b < 0\}$，$B = \{x \mid x^2 + bx - 10 \le 0\}$，$A \cap B = \{x \mid 1 < x \le 2\}$

(1) $(a，b) =$＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。 (2) $A \cup B =$＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】(1) $(-4，3)$ (2)$\{x \mid -5 \le x < 3\}$

【詳解】



由題義知$\Rightarrow$2 滿足$x^2 + bx - 10 = 0$；1 滿足$x^2 + ax + b = 0$

代入$\Rightarrow \begin{cases} 4+2b-10=0 \\ 1+a+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=3 \end{cases}$

$A: x^2 - 4x + 3 < 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Rightarrow 1 < x < 3$

$B: x^2 + 3x - 10 \le 0 \Rightarrow (x-2)(x+5) \le 0 \Rightarrow -5 \le x \le 2$

$\Rightarrow A \cup B = \{x \mid -5 \le x < 3\}$

15.滿足$\{1，2\} \subset A \subset \{1，2，3，4\}$的集合$A$共有＿＿＿＿＿＿＿＿＿個。

【解答】4

【詳解】

(1)集合 A 必須有 1，2 兩個元素才使$\{1，2\} \subset A$

(2)為使 $A \subset \{1，2，3，4\}$，則 A 可在 3 與 4 兩元素中選取

3	要	要	不要	不要
4	要	不要	要	不要

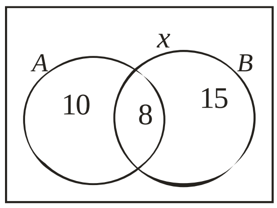
$\therefore \quad A$ 有 4 個可能

16.某班共有學生 50 人，某次英數抽考，英文 18 人不及格，數學 23 人不及格，其中更有 8 人兩科都不及格，則

(1)兩科都及格的有＿＿＿＿＿＿＿＿＿人。 (2)數學及格而英文不及格的有＿＿＿＿＿＿＿＿＿人。

【解答】(1) 17 (2) 10

【詳解】文（Venn）氏圖解法



設 A:英文不及格；B:數學不及格

$x + 10 + 8 + 15 = 50 \Rightarrow x = 17$

17.設$A = \{x \mid |x-2| \le 3\}$，$B = \{x \mid |x| \le k\}$

(1)若$A \subset B$，求k的範圍＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。 (2)若$B \subset A$且k為正數，求k的範圍＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

【解答】(1) $k \ge 5$ (2) $0 < k \le 1$

【詳解】

$|x-2|\le 3 \Rightarrow -1\le x\le 5$；$|x|\le k \Rightarrow -k\le x\le k$

(1)　$A\subset B \Rightarrow \begin{cases} -k\le -1 \\ k\ge 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k\ge 1 \\ k\ge 5 \end{cases} \Rightarrow k\ge 5$

(2)　$B\subset A \Rightarrow \begin{cases} -k\ge -1 \\ k\le 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k\le 1 \\ k\le 5 \end{cases} \Rightarrow k\le 1$；又 k 爲正數，故 $0<k\le 1$

18.設$A=\{a^2，a+1，-3\}$，$B=\{a^2+1，2a-1，a-3\}$，已知$A\cap B=\{-3\}$，則$A-B=$____。

【解答】$\{1，0\}$

【詳解】

(i) $2a-1=-3 \quad\Rightarrow\quad a=-1$，得 $A=\{1，0，-3\}$，$B=\{2，-3，-4\}$，則 $A-B=\{1，0\}$

(ii) $a-3=-3 \quad\Rightarrow\quad a=0$，得 $A=\{0，1，-3\}$，$B=\{1，-1，-3\}$

則 $A\cap B=\{1，-3\}$矛盾

19.A，B爲兩集合，已知A有 18 個元素，B有 23 個元素，$A-B$有 7 個元素，求$A\cup B$之元素個數__________。

【解答】30

【詳解】

已知 $n(A)=18$，$n(B)=23$，$n(A-B)=n(\mathrm{A})-n(A\cap B)=7 \quad\Rightarrow\quad n(A\cap B)=11$

$\therefore\quad n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=18+23-11=30$

20.設$A=\{(y，x)\mid 2x+y=5\}$，$B=\{(x-1，y+1)\mid 2x-y-3=0\}$，則$A\cap B=$__________。

【解答】$\{(1，2)\}$

【詳解】

設$(a,b)\in A\bigcap B$

$(a,b)\in A \Rightarrow \begin{cases} y=a \\ x=b \end{cases},\quad 2b+a=5$　；

$(a,b)\in B \Rightarrow \begin{cases} x-1=a \\ y+1=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=a+1 \\ y=b-1 \end{cases} \Rightarrow 2(a+1)-(b-1)=3 \quad\Rightarrow\quad 2a-b=0$）

解$\begin{cases} a+2b=5 \\ 2a-b=0 \end{cases}\quad\therefore\quad a=1，b=2 \quad\therefore\quad A\cap B=\{(1，2)\}$

21.設$A=\{(x，y)\mid 2x+y=1\}$，$B=\{(y+1，x-2)\mid ax+by=1\}$，若$A=B$，則$a=$__________，$b=$__________。

【解答】1，2

【詳解】

$(\alpha,\beta)\in A \Rightarrow 2\alpha+\beta=1$，

若 $A=B$，$(\alpha,\beta)\in B \Rightarrow \begin{cases} y+1=\alpha \\ x-2=\beta \end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} y=\alpha-1 \\ x=\beta+2 \end{cases}$

$\Rightarrow\quad a(\beta+2)+b(\alpha-1) \quad\Rightarrow\quad b\alpha+a\beta=1-2a+b \quad\Leftrightarrow$與$2\alpha+\beta=1$同義

$\Rightarrow\quad \dfrac{b}{2}=\dfrac{a}{1}=\dfrac{1-2a+b}{1}\quad\Rightarrow\quad 2a=b$，$1-2a+b=a$，解之 $a=1$，$b=2$

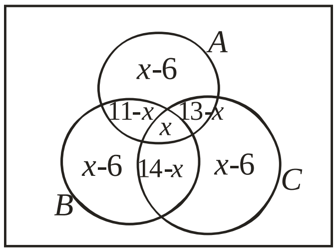
22.某班人數 60 人，在第一次月考英文，數學，國文三科中，國文及格者 42 人，英文及格者 41 人，數學及格者 39 人，國、英不及格者 11 人，國、數不及格者 13 人，英、數不及格者 14 人，至少一科不及格者 29 人。

(1)三科均不及格的人數為__________人。(2)至少有二科不及格的人數為__________人。

【解答】(1) 9　(2) 20

【詳解】

設$\begin{cases}A\text{: 國文不及格者之集合}\\B\text{: 英文不及格者之集合}\\C\text{: 數學不及格者之集合}\end{cases}$，則 $n(A)=18$，$n(B)=19$，$n(C)=21$，



又 $n(A\cap B)=11$，$n(B\cap C)=14$，$n(C\cap A)=13$，$n(A\cup B\cup C)=29$

(1) $(x-6)+(11-x)+x+(13-x)+(x-6)+(14-x)+(x-6)=29\Rightarrow x=9$

(2)所求為 $(11-x)+x+(13-x)+(14-x)$ ，$x=9$

$(11-9)+9+(13-9)+(14-9)=20$

23.(1)已知$A=\{x\mid\sqrt{x}\in N$，$1\le x\le 10^6\}$，$B=\{x\mid x=20k$，$k\in Z\}$，則$n(A-B)=$__________。

(2) $x\in R$，設$A=\{x\mid -4\le x\le 3\}$，$B=\{x\mid -3\le x\le 8\}$，則$A\cap B=$__________。

(3)已知$A=\{(x，y)\mid 2x-y=1\}$，$B=\{(y-1，x+2)\mid ax+by=1\}$，

若$A=B$，則$a^2+b^2=$__________。

【解答】(1) 900　(2) $\{x\mid -3\le x\le 3\}$　(3) $\dfrac{1}{5}$

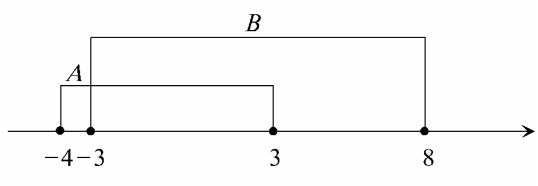
【詳解】

(1) $1\le x\le 10^6\quad\Rightarrow 1\le\sqrt{x}\le 10^3$　，且 $\sqrt{x}\in N$ ，　$\therefore\quad n(A)=10^3-1+1=1000$

當 $\sqrt{x}=\sqrt{20k}=\sqrt{2^2\cdot 5\cdot k}\in N\Rightarrow\ k=5^1\cdot m^2$，$\sqrt{x}=10m$，$m\in N$ ，$1\le m\le 100$

$n(A\cap B)=100$ ，　$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=1000-100=900$

(2)



$\Rightarrow\quad A\cap B=\{x\mid -3\le x\le 3\}$

(3)參閱 21 題

(方法二)

$\because\quad A=\{(x，y)\mid 2x-y=1\}$，$B=\{(y-1，x+2)\mid ax+by=1\}$且$A=B$

$\forall P\in A$，設$P(1+k，1+2k)\Leftarrow$參數式

$\begin{cases}y-1=1+k\\x+2=1+2k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=2+k\\x=-1+2k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2y=4+2k\\x=-1+2k\end{cases}\Rightarrow 2y-x=5$，$\dfrac{2}{5}y-\dfrac{1}{5}x=1$(同除以 5)

$\therefore\quad a=-\dfrac{1}{5}$，$b=\dfrac{2}{5}$，$a^2+b^2=\dfrac{1}{25}+\dfrac{4}{25}=\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$

24.設二集合$A=\{0，2，a^2-a-3\}$，$B=\{-1，a+1\}$，若$B\subset A$，求a之值 $=$__________。

【解答】 -1

【詳解】

$\because\ \{-1，a+1\}=B\subset A=\{0，2，a^2-a-3\}$

$\therefore\ -1=a^2-a-3 \ \Rightarrow\ (a-2)(a+1)=0 \ \Rightarrow\ a=2$ 或 -1

(1) $a=2$ 時，$a+1=3\notin\{0，2，-1\}$（不合）

(2) $a=-1$ 時，$a+1=0\in\{0，2，-1\}$

$\therefore\ a=-1$

25.設$A=\{x\mid x\in R，2<x<5\}$，$B=\{x\mid x\in R，2\le|2x+1|\le 7\}$，則

(1) $B=$__________。 (2) $B-A=$__________。

【解答】

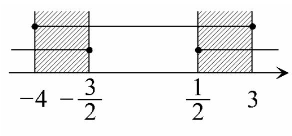
(1) $B=\{x\mid x\in R，-4\le x\le -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\le x\le 3\}$，(2) $B-A=\{x\mid x\in R，-4\le x\le -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\le x\le 2\}$

【詳解】

(1) $|2x+1|\ge 2 \ \Rightarrow\ 2x+1\ge 2$ 或 $2x+1\le -2 \ \Rightarrow\ x\ge\frac{1}{2}$ 或 $x\le -\frac{3}{2}$………①

$|2x+1|\le 7 \ \Rightarrow\ -7\le 2x+1\le 7 \ \Rightarrow\ -4\le x\le 3$……………………②

由①∩②知 $B=\{x\mid x\in R，-4\le x\le -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\le x\le 3\}$



(2) $B-A=\{x\mid x\in R，-4\le x\le -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\le x\le 2\}$

26.設k爲一正實數，集合$A=\{x\mid |x-1|\le 4，x\in R\}$，$B=\{x\mid |x-2|\le k，x\in R\}$，

(1)若$A\subset B$，則k之最小值 $=$__________。

(2)若$B\subset A$，則k之最大值 $=$__________。

【解答】(1)5 (2)3

【詳解】

集合 A：$|x-1|\le 4 \ \Rightarrow\ -4\le x-1\le 4 \ \Rightarrow\ -3\le x\le 5$

集合 B：$|x-2|\le k$，$k>0 \ \Rightarrow\ -k\le x-2\le k \ \Rightarrow\ 2-k\le x\le 2+k$

(1)$A\subset B$，則須 $2-k\le -3$ 且 $2+k\ge 5\Rightarrow\ k\ge 5$ 且 $k\ge 3\Rightarrow k\ge 5 \ \therefore\ k$ 之最小值爲 5

(2)$B\subset A$，則須 $2-k\ge -3$ 且 $2+k\le 5\Rightarrow\ k\le 5$ 且 $k\le 3 \ \Rightarrow\ k\le 3 \ \therefore\ k$ 之最大值爲 3

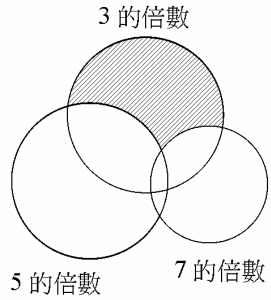
27.設集合 $N=\{x\mid x$ 是正整數$\}$，$A=\{x\mid x\in N，x<1000，x$ 是 3 的倍數$\}$，

$B=\{x\mid x\in N，x<1000，x$ 不是 5 的倍數$\}$，$C=\{x\mid x\in N，x<1000，x$ 不是 7 的倍數$\}$，

求 $n(A\cap B\cap C)=$______________。

【解答】229

【詳解】用文（Venn）氏圖解法知，本題即求斜線部分的個數



$A = \{3\times1，3\times2，\cdots，3\times333\}$　∴　$n(A) = 333$

3 且 5 的倍數者：$15\times1，15\times2，\cdots，15\times66$ 共 66 個

3 且 7 的倍數者：$21\times1，21\times2，\cdots，21\times47$ 共 47 個

3 且 5 且 7 的倍數：$105\times1，105\times2，\cdots，105\times9$ 共 9 個

(4) $n(A\cap B\cap C) = 333-66-47+9 = 229$

28.設 $S = \{(x，y)\mid 2x+y+1=0，x-2y+8=0\}$，$T = \{(x，y)\mid x+y=a，2x-y=b\}$，若 $S = T$，試求 a，b 之值。

【解答】$a = 1$，$b = -7$

【詳解】

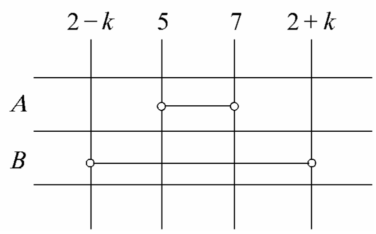
S：$\begin{cases}2x+y+1=0\\x-2y+8=0\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases}$ $\Rightarrow$ $S = \{(-2，3)\}$

$S = T$ $\Rightarrow$ $(-2，3)\in T = \{(x，y)\mid x+y=a，2x-y=b\}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}-2+3=a\\-4-3=b\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}a=1\\b=-7\end{cases}$

29.設集合 $A = \{x\mid x\in R，|x-6|<1\}$是 $B = \{x\mid x\in R，|x-2|<k\}$的部分集合，求實數 k 的範圍。

【解答】$k\ge5$

【詳解】



(1) A：$|x-6|<1$ $\Leftrightarrow$ $5<x<7$

B：$|x-2|<k$ $\Leftrightarrow$ $k>0$， $-k+2<x<k+2$

(2) $A\subset B$，∴　$k+2\ge7$ 且$-k+2\le5$，又 $k>0$ $\Rightarrow$ $k\ge5$ 且 $k\ge-3$，$k>0$ $\Rightarrow$ $k\ge5$

30.設a爲實數，$A = \{4，5，6，7，8\}$，$B = \{6，8，10，4a-a^2\}$，若$A\cap B$有 3 個元素，求a的一切可能值。

【解答】2

【詳解】

A與B已有共同元素 6，8，但$A\cap B$有 3 個元素　∴　$4a-a^2 = 4，5$ 或 7

(1) $a^2-4a+4=0$，$(a-2)^2=0$　∴　$a = 2$

(2) $a^2-4a+5=0$，$D<0$　∴　無實根

(3) $a^2-4a+7=0$，$D<0$　∴　無實根

31.設 a，b 爲二實數，$b>0$，二集合 $A = \{x\mid |ax-2|\le b\}$，$B = \{x\mid x\in R，3\le x\le11\}$，若 $A = B$，試求 a，b 之值。

【解答】$a = \dfrac{2}{7}$，$b = \dfrac{8}{7}$

【詳解】

由 B：$3\le x\le 11$ $\Rightarrow$ 各減去 $\dfrac{3+11}{2}=7$ $\Rightarrow$ $-4\le x-7\le 4$ $\Rightarrow$ $|x-7|\le 4$

$\because$ $A=B$ (等號兩邊同乘 $\dfrac{2}{7}$) $\Rightarrow$ $|\dfrac{2}{7}x-2|\le\dfrac{8}{7}$ $\therefore$ $a=\dfrac{2}{7}$，$b=\dfrac{8}{7}$

32.設 $A=\{x\mid x\in R，x^2-2x-3>0\}$，$B=\{x\mid x\in R，x^2+ax+b\le 0，a，b$ 爲實數$\}$，若 $A\cup B=R$，$A\cap B=(3，4]$，試求 a，b 之值。

【解答】$a=-3$，$b=-4$

【詳解】注意 $(3，4]\Rightarrow 3<x\le 4$

A：$x^2-2x-3>0$ $\Rightarrow$ $(x-3)(x+1)>0$ $\Rightarrow$ $x>3$ 或 $x<-1$

B：$x^2+ax+b\le 0$ $\Rightarrow$ $(x-\alpha)(x-\beta)\le 0$ $\Rightarrow$ $\alpha\le x\le\beta$

其中 α，β 是 $x^2+ax+b=0$ 之二根，且 $\alpha<\beta$，如下圖：

(1)若 $A\cup B=R$，則須 $\alpha\le -1$，且 $\beta\ge 3$

(2)又 $A\cap B=(3，4]$，則須 $\alpha=-1$，$\beta=4$

即 $x^2+ax+b=(x+1)(x-4)=x^2-3x-4$ $\therefore$ $a=-3$，$b=-4$