高雄市明誠中學 高二(下)平時測驗 日期：95.05.29					
範圍	3-2 機率(2)	班級	普二 班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1. 從 5 雙不同花色的襪子中，任取 4 隻，每隻被取到的機會相等，則此 4 隻，恰成一雙機率為____________。

【解答】$\dfrac{1}{7}$

【詳解】

4 隻恰成一雙⇒ 一雙及來自不同的二雙之一，所求機率 $=\dfrac{C_1^5\cdot C_2^4\cdot 1^2}{C_4^{10}}=\dfrac{5\cdot 6\cdot 1}{210}=\dfrac{1}{7}$

2. 重複投擲一公正骰子，令 x_i 表第 i 次所擲出的點數，則
(1) $x_1\le x_2\le x_3$ 的機率為____________。 (2) $x_1<x_2<x_3$ 的機率為____________。
(3)合於 $x_1+x_2+x_3+x_4=7$ 的機率為____________。

【解答】(1) $\dfrac{7}{27}$ (2) $\dfrac{5}{54}$ (3) $\dfrac{5}{324}$

【詳解】

(1) $x_1\le x_2\le x_3$ 表投擲 3 次所出現點數可相同(即可重複)，且須依大小順序排列

其個數相當於從 6 種點數共出現 3 次的重複組合數，故機率為 $\dfrac{H_3^6}{6^3}=\dfrac{C_3^8}{6^3}=\dfrac{7}{27}$

(2) $x_1<x_2<x_3$，此事件元素個數為從 6 個點數中任取 3 個相異點(從小至大)的組合數

故機率為 $\dfrac{C_3^6}{6^3}=\dfrac{5}{54}$

(3) $x_1+x_2+x_3+x_4=7$ 表投擲 4 次所出現點數和 $=7$，件相當於 $x_1+x_2+x_3+x_4=7$

且 $1\le x_1$，x_2，x_3，$x_4\le 6$ 的正整數解的組數，故機率為 $\dfrac{H_3^4}{6^4}=\dfrac{C_3^6}{6^4}=\dfrac{5}{324}$

3. 有 4 個人同時玩猜拳（剪刀、石頭、布），同時出拳一次，則
(1)恰有一人得勝的機率為__________。 (2)無法分出勝負的機率為__________。

【解答】(1) $\dfrac{4}{27}$ (2) $\dfrac{13}{27}$

【詳解】

(1)4 人猜拳，其出拳方法有 3^4 種，4 人中恰有 1 人勝的選擇有 C_1^4 種

如當勝者出「剪刀」時，其他 3 人只能出「布」1 種

勝者的出拳法有 3 種，其餘 3 人皆只有 1 種 ∴ 所求機率 $=\dfrac{C_1^4\times 3\times 1^3}{3^4}=\dfrac{4}{27}$

(2)無人得勝其出拳法為剪刀，石頭，布均有人出或 4 人均出同一種

令「剪刀」為 a，「石頭」為 b，「布」為 c，則不分勝負的出拳法有

①二同二異（$aabc$，$bbac$，$ccab$）：方法數$C_1^3\times C_2^2\times\dfrac{4\,!}{2\,!}=36$

②四同（$aaaa$，$bbbb$，$cccc$）：方法數$C_1^3\times\dfrac{4\,!}{4\,!}=3$

$\therefore$　所求機率 $=\dfrac{36+3}{3^4}=\dfrac{13}{27}$

4. 擲一公正骰子 4 次，求

(1) 恰有 3 次點數相同之機率__________。　(2) 點數為二同二異之機率為__________。

【解答】(1)$\dfrac{5}{54}$　(2) $\dfrac{5}{9}$

【詳解】

(1) 即三同一異 ○○○□$\Rightarrow C_2^6\times 2!\times\dfrac{4!}{3!}(\dfrac{1}{6})^3(\dfrac{1}{6})^1=\dfrac{5}{54}$

(2) ○○△□$\Rightarrow C_3^6\times\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{4!}{2!}(\dfrac{1}{6})^2(\dfrac{1}{6})^1(\dfrac{1}{6})^1=\dfrac{5}{9}$

5. 一不公正骰子，每面出現之機率與其點數成正比，擲此骰子 2 次，求點數和為 10 之機率為__________。

【解答】$\dfrac{73}{441}$

【詳解】

$P(1):P(2):P(3):P(4):P(5):P(6)=k:2k:3k:4k:5k:6k$

$\Rightarrow\quad k+2k+3k+4k+5k+6k=21k=1\quad\Rightarrow\quad k=\dfrac{1}{21}$

點數和為 10 的情形有$(4,6)$，$(5,5)$，$(6,4)$，故所求 $=\dfrac{4}{21}\times\dfrac{6}{21}+\dfrac{5}{21}\times\dfrac{5}{21}+\dfrac{6}{21}\times\dfrac{4}{21}=\dfrac{73}{441}$

8. 若 $P(A)=\dfrac{1}{2}$，$P(B)=\dfrac{1}{3}$，$P(A\cap B)=\dfrac{1}{10}$，求(1) $P(A\cup B)$。　(2) $P(B')$。

【解答】(1)$\dfrac{11}{15}$　(2)$\dfrac{2}{3}$

【詳解】

(1) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{10}=\dfrac{11}{15}$

(2) $P(B')=1-P(B)=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

7. 若 A，B，C 為某試驗的三個事件，且 $P(B)=\dfrac{1}{4}$，$P(C)=\dfrac{1}{3}$，$P(A\cup B)=\dfrac{1}{2}$，

$P(A\cap B)=P(B\cap C)=P(C\cap A)=\dfrac{1}{12}$，$P(A\cap B\cap C)=\dfrac{1}{24}$，求 $P(A\cup B\cup C)$。

【解答】$\dfrac{17}{24}$

【詳解】

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow \quad P(A)=P(A\cup B)-P(B)+P(A\cap B)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$

又 $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(C\cap A)+P(A\cap B\cap C)$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-3\times\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{17}{24}$

9. 從一副 52 張撲克牌中任取 5 張，每張被取中機率均等。若 p ，q ，r ，s 分別表示取中同花，恰為兩對，三條及富而好施（Full house）的機率，試比較 p ，q ，r ，s 的大小關係。

【解答】$q>r>p>s$

【詳解】

一副牌有四種花色，每種花色各 13 張，且機會均等，所求各事件機率分別為

$p=\frac{C_1^4\times C_5^{13}}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times11\times10\times9\times4}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times396$

$q=\frac{C_3^{13}\times\frac{3!}{2!}\times C_2^4\times C_2^4\times C_1^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times11\times3\times6\times4\times5!}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times9504$

$r=\frac{C_3^{13}\times\frac{3!}{2!}\times C_3^4\times C_1^4\times C_1^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times11\times2\times4\times4\times120}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times4224$

$s=\frac{C_2^{13}\times2!\times C_2^4\times C_3^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times6\times4\times120}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times288$

故 $q>r>p>s$

6. 袋中有 10 支籤，其中 3 支為有獎，甲，乙，丙依序抽取一籤，先抽到有獎籤時為勝，

(1)若規定取後不放回，求甲，乙，丙三人得勝之機率分別為何？

(2)若規定取後放回，依甲乙丙，甲乙丙，…順序抽籤，求甲，乙，丙三人得勝之機率分別為何？

【解答】(1) $P(甲)=\frac{9}{20}$ ，$P(乙)=\frac{13}{40}$ ，$P(丙)=\frac{9}{40}$

(2) $P(甲)=\frac{100}{219}$ ，$P(乙)=\frac{70}{219}$ ，$P(丙)=\frac{49}{219}$

【詳解】

(1) 甲，甲 乙 丙 甲，甲 乙 丙 甲 乙 丙 甲

$P(甲)=\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}+\frac{1}{8}+\frac{1}{40}=\frac{9}{20}$

甲乙，甲 乙 丙 甲 乙，甲 乙 丙 甲 乙 丙 甲 乙

$P(乙)=\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}=\frac{7}{30}+\frac{1}{12}+\frac{1}{120}=\frac{13}{40}$

甲 乙 丙，甲 乙 丙 甲 乙 丙，甲 乙 丙 甲 乙 丙 甲 乙

$P(丙)=\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{7}{40}+\frac{1}{20}=\frac{9}{40}$

(2) 甲， 甲乙， 甲 乙 丙

甲：乙：丙 $=\frac{3}{10}:\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}:\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=100:70:49$

$\therefore\ P(甲)=\frac{100}{219}$，$P(乙)=\frac{70}{219}$，$P(丙)=\frac{49}{219}$

10.某公司生產的 25 個產品中，有 7 個是不良品。設每一件產品被取中機會均等，今每次取一件，取出不放回，連取四次，試求下列各事件的機率：

(1)在第一次取到不良品。 (2)在第三次取到不良品。 (3)在第三次取到第二個不良品。

【解答】(1) $\frac{7}{25}$ (2) $\frac{7}{25}$ (3) $\frac{63}{575}$

【詳解】

(1)第一次取中不良品機率 $=\frac{C_1^7}{C_1^{25}}=\frac{7}{25}$

(2)

1	2	3	機 率
良	良	不良	$\frac{18\times17\times7}{25\times24\times23}$
良	不良	不良	$\frac{18\times7\times6}{25\times24\times23}$
不良	良	不良	$\frac{7\times18\times6}{25\times24\times23}$
不良	不良	不良	$\frac{7\times6\times5}{25\times24\times23}$

$\therefore$ 第三次取中不良品的機率 $=\frac{1}{25\times24\times23}(18\times17\times7+18\times7\times6+7\times18\times6+7\times6\times5)=\frac{7}{25}$

(3)如上表，第三次取中第二個不良品的機率 $=\frac{1}{25\times24\times23}(18\times7\times6+7\times18\times6)=\frac{63}{575}$

11.有十個球，編號為 1，2，3，4，⋯，9，10，今任取三球，求三個數中，任二個均不連續的機率為何？

【解答】$\frac{7}{15}$

【詳解】

樣本空間為 S，則 $n(S)=C_3^{10}=120$，任二個均不連續的情況分為

十個編號為 1，2，3，4，⋯，9，10，今任取三號，任二個均不連續 $\Rightarrow\frac{7!}{7!}\times\frac{P_3^8}{3!}=56$

$\therefore$ 所求機率為 $\frac{56}{5!}==\frac{7}{15}$

12.一袋中有黑球、白球、紅球共 12 個，已知黑球有四個且由袋中任取二球，取到二個均為紅球的機率為 $\frac{5}{33}$ ，求白球的個數。

【解答】3 個

【詳解】

設白球有 x 個，則紅球有 $8-x$ 個，$\frac{C_2^{8-x}}{C_2^{12}}=\frac{5}{33} \quad \Rightarrow \quad (8-x)(7-x)=20 \quad \Rightarrow \quad x=3$

13.從 8 個正數、5 個負數中，任取 3 個數相乘，求相乘結果是正數的機率是多少？

【解答】 $\frac{68}{143}$

【詳解】

積為正數可分為「三正數」或「一正數和二負數」二種

(1)三正數 $\Rightarrow$ $C_3^8=56$（種），

(2)一正數和二負數 $\Rightarrow$ $C_1^8\times C_2^5=80$（種）

$\therefore$ 所求機率 $=\frac{56+80}{C_3^{13}}=\frac{136}{286}=\frac{68}{143}$