<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二(下)平時測驗　　日期：95.04.10</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">2-2、3
乘法加法原理、排列</td><td>班級</td><td>普二　　班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、選擇題(每題 10 分)

1.(複選)「庭院深深深幾許」等七個字重排，則

(A)三個「深」字相連的排列數 ＝120

(B)同字不相鄰的排列數 ＝240

(C)首末排「深」字且同字不相鄰的排列數 ＝96

(D)「庭、院」兩字排在「深」之左(未必相鄰)的排列數= 84

(E)「庭、院」兩字排在「深」之左，「幾、許」兩字排在「深」之右的排列數 ＝40

【解答】(A)(B)(D)

【詳解】

(A)三個「深」相連： 將三個「深」視為一體與其他字排列，排法有 $5! \times \frac{3!}{3!} = 120$ 種

(B)同字不相鄰：

先排「庭、院、幾、許」，再將三個「深」字插在 3 個間隔中

其排法有 $4! \times \frac{P_3^5}{3!} = 240$ 種

(C)首末排「深」且同字不相鄰：

$\boxed{深}$ ○ ○ ○ ○ ○ $\boxed{深}$

↑ ↑ ↑

(三選一 排「深」)

其排法有 $3\times 4! = 72$ 種

(D)「庭、院」在「深」之左

○○○○○幾許，排法有 $\frac{7!}{5!}$

最左二個○位置填入「庭、院」有 2！種填法，其餘三個○位置填「深」字填法 1 種

故所有排法有 $\frac{7!}{5!} \times 2! = 84$ 種

(E)「庭、院」在「深」之左，「幾、許」在深之右

○○深深深○○

↓ ↓

「庭、院」 「幾、許」

排法有 $1 \times 2! \times 2! = 4$ 種

2. (複選)下列各式何者正確？

(A) $6! = 720$ (B) $n! = P_n^n$ (C) $P_m^n = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$ (D) $P_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$

(E) $0! = 1$

【解答】(A)(B)(C)(D)(E)

二、填充題(每題 10 分)

1. 7200 之正因數中為 5 的倍數但不為 9 的倍數者有__________個。

【解答】24

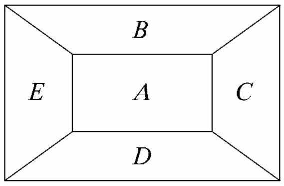
【詳解】

$7200=2^5\cdot 3^2\cdot 5^2$，$d\,|\,7200$ 且 $5\,|\,d$，但 $9\nmid d$

設$d=2^p\times 3^q\times 5^r$，其中 $p=0,1,2,3,4,5$； $q=0,1$； $r=1,2$

則d共有 $6\times 2\times 2=24$ 個

2.如圖，用 4 種顏色著色，4 色都用，塗在下圖區域中，相鄰區域顏色須相異，則有__________種塗法。



【解答】72

【詳解】

依 A，B，C，D，E 的順序，分成兩類

①B，D 同色、塗法有 $4\times 3\times 2\times 1\times 2=48$ 種

②B，D 異色、塗法有 $4\times 3\times 2\times 1\times 1=24$ 種

共有 $48+24=72$ 種塗法

3.用一元硬幣 8 個，五元硬幣 1 個，十元硬幣 1 個，

(1)可付______________種款項。(2)有______________種付款方式。

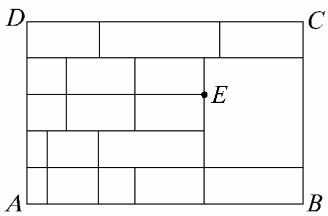
【解答】(1) 23 (2) 35

【詳解】

(1) 大鈔換小鈔$\Rightarrow 8+5\times 1+10\times 1=23$，有 1 元至 23 元，共 23 種款項

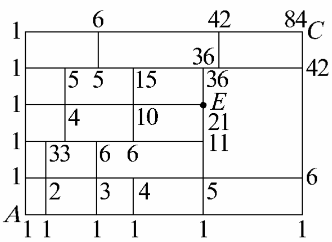
(2) $(8+1)(1+1)(1+1)-1\ =35$

4.某地街道圖如右，則由$A\ \rightarrow\ E$走捷徑有__________種走法，$A\ \rightarrow\ C$走捷徑有__________種走法。



【解答】21 種；84 種

【詳解】



5.以 1000 元換成 500 元，100 元，50 元三種鈔票，其換法有__________種，若其中 100 元券至少一張，其換法有__________種。

【解答】18；15

【詳解】

設 1000 元券換成 500 元 x 張，100 元 y 張，50 元 z 張

則 $500x+100y+50z=1000$，x，y，z 為非負整數 $\Rightarrow$ $10x+2y+z=20$

(1)①當 $x=0 \Rightarrow 2y+z=20$，其解為 $\begin{array}{c|cccccc} y & 0, & 1, & 2, & \cdots, & 10 \\ \hline z & 20, & 18, & 16, & \cdots, & 0 \end{array}$ 共有 11 組解

②當 $x=1 \Rightarrow 2y+z=10$，其解為 $\begin{array}{c|cccccc} y & 0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5 \\ \hline z & 10, & 8, & 6, & 4, & 2, & 0 \end{array}$ 共有 6 組解

③當 $x=2 \Rightarrow 2y+z=0$，有 1 組解(2，0，0)

$\therefore$ 換法有 $11+6+1=18$ 種

(2)限制 100 元至少一張時（即 $y \ge 1$）

①當 $x=0$ 時 $\Rightarrow 2y+z=20$，其解有 10 組

②當 $x=1$ 時 $\Rightarrow 2y+z=10$，其解有 5 組

$\therefore$ 換法有 $10+5=15$ 種

6.設一室有 5 個門，兄弟二人由不同門進入，不同門出來，則

(1)自己可以由相同門進出時，其方法有＿＿＿＿＿種。

(2)自己不可以由相同門進出時，其方法有＿＿＿＿＿種。

【解答】(1)400　(2)260

【詳解】

(1)兄先進入方法有 5 種，弟再進入方法有 4 種⇒進入方法共有(5×4)種

兄出來時方法有 5 種，弟出來時方法有 4 種⇒出來方法共有(5×4)種

進出方法共有$(5\times4)\times(5\times4)=400$ 種

(2)進入： 兄先進入方法有 5 種，弟再進入方法有 4 種⇒進入方法共有(5×4)種

出來：

①兄由弟進入時的門出來，其出來方法有 $1\times4=4$ 種

②兄不經由弟進入時的門出來，其出來方法有 $3\times3=9$ 種

故進出方法有 $20\times(4+9)=260$ 種

7. 有 4 位男生及 3 位女生排成一列，若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起，其排法有＿＿＿＿＿種，若只要求男生排在一起，其排法有＿＿＿＿＿種。若男女相間隔則排法有＿＿＿＿＿種。

【解答】288；576；144

【詳解】

(1)將 4 位男生視為一體，3 位女生視為一體，排法有 $2!$ 種

4 位男生交換位置，排法有 $4!$ 種，3 位女生交換位置，排法有 $3!$ 種

故排列數 $=2!\times4!\times3!=288$

(2)將 4 位男生視為一體與 3 位女生一起排法有 $4!$ 種

4 位男生交換位置，排法有 $4!$ 種，故排列數 $=4!\times4!=576$

(3)男生先排有 $4!$ 種排法，3 位女生再插中間 3 個空隙 $3!$排法，故排列數 $=4!\times3!=144$

8. 3 瓶相同的汽水，4 個相同的果汁，分給 10 人，則每人至多一物的分法有＿＿＿＿＿種。

【解答】4200

【詳解】

如同 $AAABBBBXXX$ 之排列，$\dfrac{10!}{3!4!3!}=4200$

9. 將$ACCESS$一字的字母重新排列，若限制A一定要排在E之前，但A，E不一定要相鄰，問A，C，C，E，S，S六個字母共可排出__________字。

【解答】90

【詳解】

先求□□CCSS 之排列為$\dfrac{6!}{2!2!2!}$，再將 A，E 放入□□之方法只有 1 種(A 左，E 右)

故所求為$\dfrac{6!}{2!2!2!}\times 1=90$

10. 從 0，1，2，3，4，5 中取出三個不同數，寫成三位數，則其中 4 的倍數有__________個。

【解答】24

【詳解】先取末兩位：04，12，20，24，32，40，52

兩位中①含 0 的有 3 個，其百位數有四個選擇，共 $3\times 4=12$ 個

②不含 0 的有 4 個，其百位數有三個選擇，共 $4\times 3=12$ 個

∴ 所求 4 的倍數共有 $12+12=24$ 個

11. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排一列，甲須排在乙、丙、丁之左，且戊須排在己、庚之右的排法有__________種。

【解答】420

【詳解】

$\dfrac{7!}{4!3!}\times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{乙丙丁 3 人之排法}}}{3!}\times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{己庚 2 人之排法}}}{2!}=420$

12. 渡船三隻，每船可載 6 人，則 7 人過渡，

(1) 有__________種安全渡法。(2)若甲坐A船，有__________種安全渡法。

【解答】(1)2184　(2)728

【詳解】

(1) 全部 $-$ (7 人同船) ：$3^7-3=2187-3=2184$ 種

(2)甲坐A船，另 6 人均有 3 種選船法，故為 3^6法，但 6 人不可與甲同時選A船

故共有 $3^6-1=729-1=728$ 種

13. 從 1、2、3、4、5、6、7 七個數中，組成數字不重複的三位數，則其中 3 的倍數有________個。

【解答】78

【詳解】將 7 個數字分三類：$3k$ 型者有 3，6，$3k+1$型者有 1，4，7，$3k+2$型者有 2，5

① $3k$ 型取 1 個，$3k+1$型取 1 個，$3k+2$型取 1 個排列，三位數有 $2\times 3\times 2\times 3!=72$ 個

②$3k+1$型取 3 個排列，三位數有 $1\times 3!=6$ 個

$\therefore$　三位數有 $72+6=78$ 個

14.　$aabbccdd$排成一列，其中a與b不相鄰之排法有＿＿＿＿＿種。

【解答】660

【詳解】先排 c，c，d，d，有$\dfrac{4!}{2!2!}$種方法，接著 a，a，b，b 插入 5 間隔排有四類

(1) a，a，b，b　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_4^5}{2!2!}=180$

(2) aa，b，b　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_3^5}{2!}=180$

(3) a，a，bb　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_3^5}{2!}=180$

(4) aa，bb　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times P_2^5=120$

$\therefore$　$180+180+180+120=660$

15.「$tennessee$」一字中，各字母重排，有＿＿＿種排法，若同字母須相鄰，有＿＿種排法。

【解答】3780；24

【詳解】

(1)$\dfrac{9!}{4!2!2!}=3780$（種）（9 個字母中，有 4 個 e，2 個 n，2 個 s，1 個 t）

(2)即 t，e，n，s 全取排列數 $4!=24$（種）

16.甲，乙，丙，⋯等 10 人排成一列，

(1)甲不排首，乙不排第二位，丙不排末之排法有＿＿＿＿＿種。

(2)甲，乙不排首，乙，丙，丁不排末之排法有＿＿＿＿＿種。

【解答】(1) 2656080　(2) 2016000

【詳解】

(1) 全部 $-$(甲排首，乙排第二位，丙排末)$+$(甲排首且乙排第二位，乙排第二位且丙排末，丙排末且甲排首)$-$(甲排首且乙排第二位且丙排末)

$10!-(9!+9!+9!)+(8!+8!+8!)-7!=10!-3\times 9!+3\times 8!-7!=2656080$

(2) (甲，乙以外的 8 人先排首)，後(乙，丙，丁以外的 7 人排末)，其餘 8 人再排

但(戊、己、庚、辛、壬、葵等 6 人一人不可能同時排於首末)

$8\times 7\times 8!-6\times 8!=(8\times 7-6)\times 8!=2016000$

17.自 0，1，2，3，4，5 六個數字中，選取五個排成一五位數，

(1)共有五位數＿＿＿＿＿個。(2)所得的五位數中，大於 31200 者有＿＿＿＿＿個。

【解答】(1) 600　(2) 330

【詳解】

(1)首位數 0 以外可排 1~5$\Rightarrow 5\times P_4^5=600$

(2)首位數可爲 3、4、5

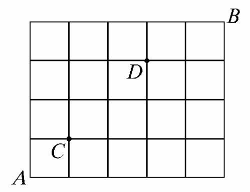
3　$1\left<\begin{matrix}2\\4\\5\end{matrix}\right.$ □□　$3\cdot P^3_2=18$

$3\left<\begin{matrix}2\\4\\5\end{matrix}\right.$ □□□　$3\cdot P^4_3=72$

$\begin{matrix}4\\5\end{matrix}$ □□□□　$2\cdot P^5_4=240$

∴　$240+72+18=330$

18.如圖，由A到B走捷徑，求下列之走法有幾種：



(1)任意走__________。　(2)過C且過D__________。　(3)不過C且不過D__________。

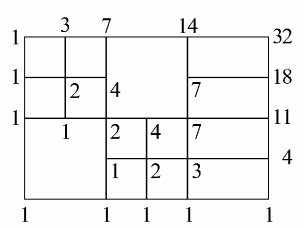
【解答】(1) 126 種　(2) 36 種　(3) 32 種

【詳解】

(1) $\dfrac{(4+5)!}{4!5!}=126$（種）

(2) $A\to C\to D\to B$：$\dfrac{(1+1)!}{1!1!}\times\dfrac{(2+2)!}{2!2!}\times\dfrac{(2+1)!}{2!1!}=2\times6\times3=36$

(3)利用加法原理



有 32 種

19.由二年 1 班至 8 班的八個班級中，任選出三個班級代表學校參加合唱比賽，

(1)若選出的三個班級號碼均相連，則其選法有__________種。

(2)若選出的三個班級號碼兩兩均不相連，則其選法有__________種。

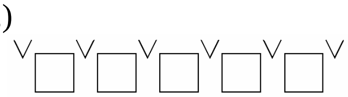
【解答】(1)6　(2)20

【詳解】

(1)在 8 個班級中，選 3 個相連號碼的方法

有(1，2，3)，(2，3，4)，(3，4，5)，(5，6，7)，(6，7，8)共 6 種選法

(2)



8 個班級號碼選 3 個兩兩均不相連，可視爲 5 個空位的前後共 6 個間隔任取 3 個來擺

班級號碼，故有$\dfrac{P_3^6}{3!}=20$種

20.將「*pallmall*」一字中，所有字母全取而排列之，依下列條件，求其排列數，

(1)所有ℓ均相鄰__________。 (2)ℓ均不相鄰__________。(3)同字母不相鄰__________。

【解答】(1) 60 種 (2) 60 種 (3) 54 種

【詳解】

(1) 4 個ℓ相鄰視爲一個字母，有$\dfrac{5!}{2!}=60$種

(2) $\vee\ p\ \vee\ a\ \vee\ m\ \vee\ a\ \vee$

$\underbrace{\dfrac{P_4^5}{4!}}_{\ell\text{ 插入「}\vee\text{」中之排法}}\times\underbrace{\dfrac{4!}{2!}}_{pama\text{ 之排法}}=60$（種）

(3)即ℓ不相鄰且a不相鄰= $\boxed{\ell\text{不相鄰}}$ $-$ $\boxed{\ell\text{不相鄰但 }a\text{ 相鄰}}$

$\vee\ p\ \vee\ m\ \vee\ \boxed{aa}\ \vee$

ℓ不相鄰且a相鄰有$\dfrac{P_4^4}{4!}\times 3!=6$種，故所求$=60-\dfrac{P_4^4}{4!}\times 3!=54$（種）

21.樓梯有 12 階，一人上樓，一步一階或一步二階，走法有__________種。

【解答】233

【詳解】

設一步一階有x次，一步二階有y次，則$x+2y=12$，其中x，y爲非負整數，

故有下列情形

① $\begin{cases}x=0\\y=6\end{cases}$ ② $\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$ ③ $\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}$ ④ $\begin{cases}x=6\\y=3\end{cases}$ ⑤ $\begin{cases}x=8\\y=2\end{cases}$ ⑥ $\begin{cases}x=10\\y=1\end{cases}$ ⑦ $\begin{cases}x=12\\y=0\end{cases}$

∴ 走法有$\dfrac{6!}{0!6!}+\dfrac{7!}{2!5!}+\dfrac{8!}{4!4!}+\dfrac{9!}{6!3!}+\dfrac{10!}{8!2!}+\dfrac{11!}{10!1!}+\dfrac{12!}{12!0!}$=233 種

22.兄弟二人在排成一列的 20 個空位中，

(1)選坐相鄰的兩個座位就坐，則有__________種坐法。

(2)選坐不相鄰的兩個座位就坐，則有________種坐法。

【解答】(1)38 (2)342

【詳解】

(1) 選其中相鄰座位的選法有(1，2)，(2，3)，(3，4)，(4，5)，…，(19，20)共 19 種

又兄弟可以互換，∴兄弟二人相鄰而坐的坐法有$19\times 2!=38$

(2)(從 20 個座位任選兩個入坐) − (選中兩相鄰座位的坐法)

全部坐法有$P_2^{20}=380$， ∴兄弟二人不相鄰而坐的坐法有$380-38=342$

23.A，B，C，D，E，F，G，H等 8 人排成一列，求下列排法：

(1) A，B相鄰，C，D不相鄰__________。(2) A，B，C均與D不相鄰__________。

【解答】(1) 7200　(2) 14400

【詳解】

(1) $\boxed{AB}$，E，F，G，H 先排，再將 C，D 插入空隙 $\Rightarrow (5! \times 2) \times P_2^6 = 240 \times 30 = 7200$

(2)先排 D，E，F，G，H $\Rightarrow$ $5! = 120$

$$\left.\begin{array}{l} A\text{放入 (空隙)} \to 4\text{種} \\ B\text{再放入(空隙)} \to 5\text{種} \\ C\text{再放入(空隙)} \to 6\text{種} \end{array}\right\} \quad 4 \times 5 \times 6 = 120，\therefore \quad \text{所求} = 120 \times 120 = 14400$$